

LA MAQUETA DE LA COLECCION
Y EL DISEÑO DE LA CUBIERTA
ESTUVIERON A CARGO DE
ENRIC SATUE ®





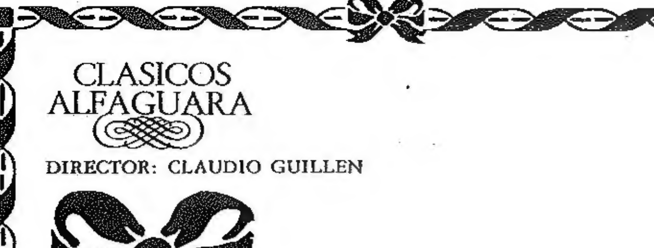
TITULO ORIGINAL:
DISCOURS DE LA METHODE. LA DIOPTRIQUE. LES METEORES. LA GEOMETRIE.



PRINCIPE DE VERGARA, 81
28006 MADRID
TELEFONO 261 97 00

I.S.B.N.: 84-204-0228-1
DEPOSITO LEGAL: M. 10.807-1987

PRIMERA EDICION: NOVIEMBRE 1981
SEGUNDA EDICION: MAYO 1987



CLASICOS
ALFAGUARA
DIRECTOR: CLAUDIO GUILLEN



RENÉ DESCARTES

DISCURSO
DEL MÉTODO, DIÓPTRICA, METEOROS Y GEOMETRÍA

**Prólogo,
Traducción y Notas
Guillermo Quintás Alonso**

EDICIONES
ALFAGUARA



INDICE



INTRODUCCION



INTRODUCCION

Un único propósito guía las páginas que dedicamos a presentar esta edición castellana de El Discurso del Método *y de* Los Ensayos *trazados de acuerdo con un método: mostrar cómo Descartes logró inspirar interés por su filosofía. Realizó su propuesta en este discurso de forma tal que obligó a sus contemporáneos a permanecer espectantes ante sus nuevas publicaciones; quienes hoy se inicien en su estudio, habrán de remitirse a sus otros tratados. Todo ello porque Descartes prefirió sugerir más que exponer con detalle su propuesta. El por qué creyó necesario hacer pública de este modo su filosofía, con qué pretendía que se rompiera y con qué ánimo acometió su empresa, son cuestiones que han de quedar claras al concluir la lectura de este discurso. De este modo, un criterio adquiere consistencia: no deben formarse opiniones definitivas en torno a la filosofía cartesiana fundándose exclusivamente en* El Discurso del Método.

A la vez, pretendemos resaltar en qué medida su ruptura con la tradición, la costumbre, las modas, el ejemplo, los preceptores y sus enseñanzas equivale a postular el libre curso para los desarrollos fundados en el razonamiento y la observación y, también, requiere la modificación de los programas en curso. Estas causas exigían tener a su favor un nuevo público, ausente de colegios y universidades. A ellos expone sus sugerencias en torno a los temas más dispares; la propuesta abarca esferas tan diversas como las vinculadas con la física general, con la temática metodoló-

gica, con los problemas de fundamentación o de la metafísica, con la creación de un nuevo modelo que, respetando los principios generales de la física y los de su metafísica, posibilitará el conocimiento y manipulación del cuerpo humano y la explicación de las funciones del ser vivo. Todo se presenta de modo que concite el interés; en modo alguno, la polémica y la censura. El Discurso presenta un programa que pretende sustituir a la filosofía desarrollada bajo las instancias y amparo de una jerarquía que aún mantenía el poder, pero que ya daba claras muestras de haber perdido su hegemonía.

¿Cómo y por qué surge esta propuesta? ¿Por qué se presenta como una autobiografía y qué incidencia tiene la forma de exposición adoptada sobre el significado de muchos textos? ¿Por qué se subraya la importancia de algunas opciones que habían de favorecer el progresivo conocimiento de la naturaleza y del hombre? ¿Había dejado de ser necesaria la metafísica o debía ser reformulada? ¿En qué medida se nos pretende instruir en metodología? Estas son algunas de las preguntas que pretendemos responder al mostrar el entramado de propósitos que aparecen explicitados en El Discurso.

El viajero, su historia y sus dudas

René Descartes nos ha dejado «su historia» en El Discurso del Método. *Una historia en la que sólo dio cabida a la evolución intelectual que inició, según nos dice, «con gran suerte» por los años de su juventud cuando «poseído por dudas y errores», deseaba aprender «a distinguir lo verdadero de lo falso con la finalidad de ver claro en sus acciones y de avanzar con seguridad en esta vida». En lógica consecuencia, el protagonista de esta historia únicamente parece haber alcanzado «satisfacciones» o «compensaciones estimables» a medida que sus proyectos fraguaban; por ello, al darnos cuenta de su vida, se muestra esperanzado al comprobar el conocimiento alcanzado cuando ya había franqueado los cuarenta años. Su optimismo estaba ampliamente justificado.*

Cuando Descartes traza «su historia», pone un especial interés en resaltar la pervivencia de este deseo de juventud que se acrecentaba a medida que cobraba conciencia de «la diversidad de opiniones que pueden darse en torno a una misma materia», de «la vanidad de la mayor parte de las empresas acometidas en su siglo» y, también, de «aquella

corrupción de las costumbres» surgida del dogmatismo más intolerante generado por los distintos «credos» y poderes. Esta historia nos da cuenta de cuándo y cómo satisfizo este deseo de juventud: dedicando la mayor parte de sus días a «la indagación de la verdad», a la consecución de «un conocimiento claro y al abrigo de dudas sobre todo lo que podía ser útil para la vida». Utilidad que posee una doble vertiente. Por una parte, Descartes sólo se interesa por el desarrollo de aquellos proyectos que pueden llegar a «favorecer nuestro dominio sobre la naturaleza», que pueden permitirnos «disfrutar sin dificultad alguna de todos los frutos de la tierra», de las fuerzas de los diversos elementos naturales y, a la vez, mejorar «la conservación de la salud, primer bien y fundamento de todos los otros de esta vida». Pero, por otra parte, su planteamiento también puede ser útil por cuanto es necesario esforzarse por alcanzar claridad cuando debemos decidir «sobre lo que se ha de hacer». ¿Cómo liberarnos de «la irresolución» y cómo alcanzar «la mayor dicha posible» si permanecemos embargados por dudas y errores? Sólo después de reconocer que en asuntos decisivos no siempre es posible alcanzar con claridad lo que es bueno y verdadero y que, no obstante, debemos actuar, tomar alguna opción, se impone la formulación de unos criterios que, asumidos con resolución, pueden dar satisfacción a las urgencias que plantea el vivir cotidiano; urgencias que no toleran dilaciones ni incertidumbres. Aceptando con resolución sus razones, bien por el valor de certeza o bien por el valor de probabilidad que poseen, Descartes espera no verse sometido a la incertidumbre que, alentada por la irresolución, condena al hombre a la más absoluta inactividad, inoperancia y desdicha.

El sosiego con que Descartes describe su historia, favorece la captación de la incertidumbre e inseguridad sentidas por él cuando realizó el balance de los resultados obtenidos en sus estudios: «habiendo intentado instruirme, me parecía no haber alcanzado resultado alguno si exceptuamos el progresivo descubrimiento de mi ignorancia». Ahora bien, la modificación de su opinión en torno al valor de aquellos estudios, no conlleva ni una desvalorización absoluta de aquellos años de estudio ni el abandono del proyecto inicial: «adquirir un conocimiento claro y al abrigo de dudas sobre todo lo que podía ser útil para la vida». Por el contrario se detiene realizando consideraciones sobre los distintos aspectos que hacían provechosos tales estudios; provecho que, no obstante, exigía variar los planteamientos, provocar una ruptura: «era preciso que

con toda seriedad emprendiese una vez en mi vida la tarea de deshacerme de todas las opiniones que hasta entonces había admitido en mi creencia». Para darnos cuenta de esta ruptura ha decidido trazar una historia y, por ello, debe mostrarnos cómo llegó a sentir «la necesidad de ajustar sus opiniones con el nivel de la razón» y, a la vez, «cómo guió su razón».

Cuando se constatan los trazos que esta historia nos da a conocer, fácilmente podemos comprender el porqué Rousseau incluyó a este pensador entre aquellos que se «sienten con fuerzas para marchar solos tras de sus huellas, para sobrepasarlas». En este sentido, El Discurso del Método *no es sino la expresión cronológica de una búsqueda en la que su protagonista abandona el cómodo, presuntuoso y poderoso saber de los doctos e incluso el vivir de acuerdo con las opiniones recibidas, para instalarse en las propias y, en ocasiones, provisionales razones. Nada nos será imputable si obramos siempre según nos dicta nuestra razón.*

Sólo la incertidumbre sentida por quien ha dejado atrás el saber de los doctos, las opiniones extremas, la tutela de los preceptores y, a la vez, se exige «sobrepasar sus propias huellas», nos permite comprender el entusiasmo y complacencia que esta autobiografía pone de relieve. Cuando Descartes nos da a conocer cómo evolucionó su proyecto, ya le produce «una gran satisfacción comprobar el progreso que ha alcanzado en la indagación de la verdad»; junto con tal satisfacción tiene confianza en que «el camino hallado» ha de permitirle «acrecentar gradualmente sus conocimientos» e incluso situarlos «en el grado más alto que sea alcanzable, teniendo presente no sólo la mediocridad de su ingenio, sino también la breve duración de su vida». ¿Qué nos comunica, qué pretende infundir al manifestar tal satisfacción y confianza? ¿Podemos considerar estas observaciones como reveladoras de simples estados de ánimo o más bien se da cuenta de éstos por cuanto sirven a una causa? Este tipo de apreciaciones, sembradas a lo largo de este discurso, cobran todo su significado cuando se cotejan con otras, tan protegidas como defendidas por las instituciones docentes, tal como ha mostrado Popkin en The history of Scepticismus from Erasmus to Descartes. *Nos referimos a toda una tradición de pensamiento, hoy, en el mejor de los casos, letra menuda de nuestros manuales, que podríamos considerar representada por textos como los de Adriano di Cornetto o los de Cornelius Agripa von Nettesheim. En ellos se insiste hasta la saciedad y con complacencia en «la vanidad e incertidumbre de las ciencias y las artes» y se califica a los filósofos como «los maestros del error», como aquella nefasta especie de seres que «emplazan el error en el excelso trono de la verdad»; al calificar de este modo a las ciencias, a las artes y a los filósofos, es decir, al descalificarlos, sólo se pretendía reconducir a los hombres a una única fuente de verdad: las Escrituras.*

El entusiasmo con que Descartes presenta la dirección que fueron tomando sus estudios y los logros alcanzados, nos parece que es algo que repetida y deliberadamente se nos recuerda con el fin de contribuir a acallar el eco de aquel peligroso escepticismo cristiano, que únicamente favorecía la pervivencia de la filosofía vigente en las escuelas, «la ancilla theologiae». Las afirmaciones con que Descartes valora su propuesta conectan plenamente con aquel espíritu que se guarecía tras la pregunta con la que el osado Galileo había expresado su confianza en la nueva ciencia. Cuando Galileo se preguntaba «¿quién puede poner límites a la ciencia?», estaba expresando su confianza en la descripción y análisis matemáticos de los fenómenos. Cuando Descartes se muestra entusiasmado y confiado «con el progreso alcanzado», está realizando la misma apuesta y acallando el griterío, autoritario y monocorde, de los mismos personajes. En consecuencia, los acentos con que Descartes presenta sus logros nunca deben ser valorados como un medio con el que acentuaría sin modestia ni rubor su propia originalidad; únicamente se pretende transmitir la creencia e inducir la convicción de que existe la posibilidad de desarrollar «gradualmente», «poco a poco», lo que, en unas ocasiones llama, «la verdadera filosofía» y, en otras, «la filosofía práctica». En el primer caso subraya preferentemente su valor en relación con la utilización de un método; en el segundo, intenta conectar con los intereses de aquella burguesía mercantil, preocupada como nadie por conocer las fuerzas de los diversos seres naturales, el modo en que podían ser utilizadas y manipuladas como un artesano manipula sus instrumentos, y por hacerse, en definitiva, dueña y señora.

Esta es la razón por la que al defender *esta nueva orientación (¡estamos en un discurso y hay un reo!), se destaca cuanto se refiere a los posibles beneficios e intereses vinculados al desarrollo de esta filosofía; pueden ser tales que bien merece la pena aglutinar esfuerzos, atraer ayudas económicas y voluntades. Esta es, como diría en otro momento Descartes, la guerra que nuestro siglo debe librar, la que deberían patrocinar quienes asolan Europa, como sería el caso de M. le Cardenal; subvencionando con*

«dos o tres de sus millones» (¡primer boceto de presupuesto para investigación!) las experiencias necesarias para conocer la naturaleza de los cuerpos, «se llegarían a alcanzar conocimientos que serían más útiles para los hombres que todas las victorias que pudieran obtenerse, acometiendo guerras». Por tanto, se hace imprescindible otro juicio: Descartes valora la ocupación ejercida por él como «la más calificada e importante de cuantas acometen los hombres», como aquella que ha de ser protegida por los Estados al igual que deben serlo «los verdaderos filósofos». Las Reales Academias no tardarían mucho en llegar ni los hombres en empezar a confiar con desmesura en las luces de la razón. Pero Descartes no podía plantear otras exigencias cuando estaba convencido de que la ciencia al igual que los científicos, carentes de apoyo institucional, estaban a merced de las insidias y no de los dictados de la cauta razón y de la siempre insuficiente observación. Tres años antes de publicar su discurso no se atrevía a dar su opinión al P. Mersenne sobre la actitud de Scheiner ante el proceso de Galileo y, a la vez, desestimaba cualquier intento de enseñar a otros, «principalmente a quienes, habiendo adquirido algún crédito en virtud de falsas opiniones, tuvieran miedo de perderlo si se llegara a descubrir la verdad». Frente a tal situación destaca cómo su investigación y la difusión de la misma están regidas por una única norma: «la ley que nos obliga a intentar el bien general de todos los hombres en tanto que nos sea posible». Tal es la razón que le impide abordar aquellos proyectos «que pudieran resultar perjudiciales para unos y muy beneficiosos para otros». Es sabedor de que no contribuirá de este modo a «extender su fama en el mundo» ni a gozar de «los más honorables empleos de la tierra». Otra filosofía inspiraba en aquellas penosas circunstancias su voluntario ostracismo: «bene vixit, bene qui latuit». Todo ello sin llegar a ser «extranjero» en su propia época.

Estas son las primeras impresiones que suscita esta autobiografía que, a la vez y significativamente, se presenta como un discurso, esto es, con la pretensión de informar, de distraer, pero también con la de persuadir y la de defender. Síntesis ésta tan acertada como cuidada en los pormenores y detalles, pues de su vida Descartes retira cuanto no se refiere a su evolución doctrinal, cuanto carecía de interés por ser «privado», por no ser susceptible de ser propuesto a otros con el fin de que llegara a ser asumido e imitado. A veces parece romper con esto. Pero no es así, pues sólo deja filtrar alguna actitud o deseo personal que como el de vivir gozando de la libertad o disfrutando de todas las comodidades que pueden ofrecer las villas más pobladas, podían ser participados e incorporados por cuantos vivían en una Europa tan insegura como dogmática, tan cruel como «pícara» e indigente. Su propuesta ha de ser valorada por ser tal propuesta; por ello esta autobiografía es anónima: para nada interesa conocer al autor. De su vida sólo interesa lo que hace necesaria su propuesta.

Es más, Descartes dio a conocer su evolución doctrinal porque él mismo la valoró como «una propuesta doctrinal» que podía llegar a ser «asumida por algunos», que «podía ser de utilidad» y, cómo no, que «podía ser criticada por todos». Si la propuesta cartesiana puede ser imitada y por ser así se propone, poco crédito merecen aquellas otras expresiones en las que Descartes no reconoce como propio el «propósito de enseñar el método que cada persona debe seguir para ordenar adecuadamente su razón». Descartes no fue amigo de polémicas ni discusiones; no deseó ver turbado su quehacer por la acusación de «reformador». Le bastaba, como en enero de 1642 indicaría a Regius, con aducir las razones que poseía para defender una propuesta. El resto del trabajo debería correr a cargo de los lectores pues, razonaba Descartes, «quienes comprendan adecuadamente vuestras razones, no dudo que acabarán concluyendo lo que vos hubieseis deseado». En el caso de este discurso, expuesta y razonada su propuesta, cada uno de los lectores, enjuiciadas sus razones, ha de decidir si ha de conducir o no su razón como Descartes propone. El propósito último es claro; la excusa, conveniente.

Pero los elementos que integran la propuesta cartesiana no siempre son presentados como una propuesta, enfatizando todos y cada uno de sus aspectos. Bastaba con advertir desde el inicio de este discurso que da a conocer su vida con la finalidad de que «todos puedan juzgar». Tal propósito no se introduce sino después de haber valorado sus adquisiciones teóricas y de haber hecho público su deseo de proseguir por el camino hallado. La propia ubicación de esta apreciación está destinada a advertir desde el inicio al lector de que todo cuanto enraiza en esa vida puede ser juzgado y, en su caso, imitado.

El recurso a exponer su historia posee, como ha señalado Romanowski, otro valor: no desea dar a conocer sus teorías bajo la forma de una exposición dogmática. Los moldes de exposición y argumentación propios de la escolástica son abandonados, no son necesarios ni para dar a conocer lo indagado; mucho menos, sirven para indagar. Descartes se dirige a un amplio sector de lectores que

incluía a las mujeres (¡!) con el fin de que llegaran a participar de los intereses y conocimientos que revela como propios; el autor de la historia, a la vez, ha de poner de relieve, de singularizar algunos momentos de su vida. Así lo hace cuando varía la estructura temporal dominante, el imperfecto, para introducir un «pasé simple». Es en este tiempo cómo nos da cuenta de su decisión de abandonar el estudio de las letras, de su liberación de la tutela de sus preceptores, de que tomó la resolucion de analizar todo según su razón. Estas como otras decisiones son otras tantas opciones que el autor de la biografía singulariza con el fin de recabar para ellas más atención del lector y con el fin de invitarle a tomar su opción. La propia estructura temporal que vertebra la redacción de este «discurso» nos obliga a no desconsiderar en ningún momento que estamos ante una autobiografía intelectual en la que, a la vez que se destacan opciones, también se distinguen épocas y escenarios (estancia en el colegio, período de viajes, estancia en los cuarteles, residencia en París, etc.), asignando los respectivos temas de estudio a cada una de estas épocas. En definitiva, se nos da cuenta del «orden» con que fueron realizándose, sucediéndose, las diversas reflexiones y estudios. Por ello, términos como «premièrement», «puis», «après cela», no introducen sino distintos momentos, la sucesión de temas de estudio. Asignar un valor de conectiva lógica a estos términos en estos textos o defender que ambos valores (el valor lógico y temporal) están superpuestos, es algo que ha de ser demostrado utilizando otros textos y lugares de la obra de Descartes; preferentemente, aquéllos en que expone cuáles son las relaciones que entre sí guardan las diversas ciencias.

No sólo posee interés cómo y en qué ha concluido esta historia. Si así hubiera sido, Descartes no hubiera trazado el conjunto de la historia. Lo hizo por cuanto deseaba mostrar que sus estudios no son sino resultado de opciones dispares y concretas de las que va dando cuenta a la vez que expone las razones sobre las que se fundó para adoptarlas. ¿Cómo no liberarse de los preceptores cuando se está decidido a analizar todo según la propia razón? ¿Cómo no analizar todo según la propia razón cuando se llega al convencimiento de que somos víctimas de las costumbres y prejuicios generados en el pasado? ¿Por qué emular las empresas de los héroes de las novelas cuando son tan acuciantes las necesidades del presente? Sobre cada opinión de Descartes el lector puede construir una pregunta. Debe construirla, cuando desde el inicio de la obra se le advierte de que esta historia puede ser imitable. ¿Cómo justificar la osadía que conlleva el proponer a los demás la propia vida? Justificando su capacidad para defender la causa que ocupa la atención central de este discurso.

El Discurso del Método *se abre con una consideración no exenta de ironía: «el buen sentido parece ser lo mejor repartido en el mundo». A renglón seguido se nos dice que los hombres más eminentes son capaces de caer en los mayores vicios (...y de admitir apasionada e interesadamente los mayores errores!!), como también son capaces de alcanzar las más encomiables virtudes (y verdades!!). Si esto es así, debemos concentrar todo nuestro ingenio en seleccionar aquel camino que, cualesquiera que fueran las dificultades y lentitud que imprimiera a nuestra investigación, «nos habrá de permitir acrecentar gradualmente nuestros conocimientos hasta situarlos poco a poco en el grado más alto que sea alcanzable». Con tales supuestos poco interés tendría justificar la autoridad, talento o capacidad. El autor de este discurso parece más justificado a realizar su propuesta, a defenderla. La propuesta ha de ser juzgada en sí misma. Una gran causa política y académica, la defensa de la nueva filosofía, parecía requerir una notoriedad en los foros públicos y académicos. Descartes carecía por aquel entonces de esta autoridad. La mise en scène era necesaria porque el autor se autoproponía, porque era desconocido y porque había elegido una causa y un reo como la nueva ciencia.*

Ahora bien, esta historia, como todas, tenía un propósito. Descartes no tendía la red en que había de caer el lector ingenuo cuando desde el inicio prometía «presentar su vida como en un cuadro», cuando anunciaba «la exposición de las orientaciones que había seguido». Realizaba esta propuesta a quienes seleccionaban con cuidado sus retratistas, a quienes eran conocedores de las técnicas utilizadas por la pintura: a síndicos, médicos, clérigos, reinas, políticos. Todos exigían cuadros con perspectiva. Sabían que tal tarea («presentar su vida como en un cuadro») imponía una previa selección de aquellos planos a los que se debía prestar una luz especial; conocían que toda historia tiene algo en común con un cuadro: ambos se ajustan a un plan o boceto. Plan y boceto que suponen un propósito, se pretende realzar o provocar admiración ante algo. Por ello esta historia que Descartes propone puede ser considerada como «una fábula», esto es, como algo que puede sugerirnos algo imitable, que puede inducirnos a seguir unas orientaciones y caminos. El lector debería tomar la opción de seguir la nueva filosofía cuyas aplicaciones Descartes trata de sugerir, al igual que intenta destacar el que esta

nueva filosofía no es fruto de la casualidad ni de la especulación que un hombre aislado puede realizar en su despacho. Su desarrollo dependerá en gran medida del trabajo conjunto de los hombres pues de este modo «se podrá llegar mucho más lejos de lo que cada uno en particular puede lograr». Como años antes había expresado a Villebressieu, deseaba que «todo el mundo» dispusiera con orden sus observaciones para «ser ayudado por la experiencia de muchos a descubrir los más bellos fenómenos de la naturaleza y a construir una física clara y más útil que la que se enseña».

En este discurso Descartes desea subrayar la necesidad de realizar el replanteamiento asumido por él al concluir sus estudios y, a la vez, mostrar la conveniencia de adoptar su propuesta filosófica concreta, sugerida en partes importantes. Esta necesidad es razonada al dejar constancia de que su empresa personal no fue iniciada obedeciendo a razones estéticas ni al único, simple y ciego deseo de reconstruir por abatir. Al igual que las casas se derriban o transforman en base a necesidades, también la reconstrucción de su universo conceptual y de valores obedecía a razones. Por ello debió introducir un pormenorizado, aunque no detallado análisis, de cuanto había estudiado. Sólo en base a este análisis llegó a concluir que «no existía la filosofía que se le había hecho desear». Al destacar las insuficiencias de aquel plan de estudios, dejaba abierta la puerta para realizar su sustitución. La empresa era necesaria, pero no carecía de dificultades; por ello, no podía ser acometida por un ánimo dominado por «la inquietud y la ligereza». En modo alguno se declara partícipe de la locura que tal actitud comportaría. No podía proceder sino como quien caminó solo *y en* la oscuridad: *«era preciso caminar con lentitud y usar de tal circunspección que, aunque avanzase muy poco, al menos tomara las máximas precauciones para no caer». Una filosofía construida en soledad se adecuaba perfectamente con el género autobiográfico; es más, acentuaba tal situación.*

Este era el tema; el estado de ánimo y el ritmo con que se debía acometer también son presentados. Es más, desea dejar constancia de que se requería tiempo para tomar orientación, pues la empresa nunca tiene fin. Descartes se nos muestra concediéndose todo el tiempo del mundo con el fin de decidir los caminos que debía seguir. El tiempo necesario para observar en distintos escenarios europeos «las comedias (todas trágicas) que por entonces se representaban»; el imprescindible para «constatar la diversidad de las costumbres» y los amplios poderes que la educación posee sobre el individuo, pues sólo a ella debemos atribuir la existencia de una gran diversidad de costumbres que «pueden parecernos extravagantes», que podemos apreciar «como ridículas y contra razón» cuando, en realidad, sólo son contrarias a nuestras modas; el tiempo ineludible si lo que desea es «viajar, conocer cortes y ejércitos, tratar con gentes de diversos temperamentos y condición, coleccionar experiencias, ponerse a prueba en las ocasiones que la fortuna presentara y reflexionar de modo que siempre obtuviera algún provecho». Es claro que Descartes juzgaba necesario escoger entre varios y posibles mundos, entre distintas moralidades. Tal necesidad exigió su tiempo para conocer su época. Pero también conllevó su opción; opción que sólo podía presentarse de modo autobiográfico, siguiendo una tradición próxima y extendida durante el Renacimiento. Por ello, las conclusiones obtenidas durante estos años son expuestas e incorporadas como otras tantas propuestas que, a su vez, integran y conforman el espíritu de su propuesta general: la nueva ciencia. Tal es el caso cuando nos recuerda que no debe creerse nada de todo aquello de lo que sólo hemos sido persuadidos «por la costumbre y por ejemplos»; de igual modo no debe utilizarse «la pluralidad de votos» para decidir sobre la verdad de cuestiones controvertidas o controvertibles. Por el contrario, más vale correr con el riesgo del propio error; que cada hombre se resuelva a analizar todo según su razón, a emprender la tarea de conducirse a sí mismo.

Todas estas cuestiones no aparecen en El Discurso del Método *sino en primera persona. Persona que hemos relegado a segundo plano, pues aunque estamos ante una autobiografía, el propio autor nos ha recordado que expone su vida, su historia, porque puede ser imitada en todo o en parte. Invita a ello porque esta historia no «induce a concebir proyectos que sean superiores a las fuerzas del lector» ni a «caer en extravagancias». Por el contrario, se advierte de su necesidad («es necesario que al menos una vez en la vida y con seriedad emprendamos la tarea de deshacernos de todas las opiniones admitidas en nuestra creencia»), pero también de sus dificultades.*

Si insistimos sobre este aspecto es porque no deseamos que las apreciaciones de Descartes sean consideradas a título informativo. Tal podría ser el caso cuando Descartes comunica que ha decidido asumir las críticas que suscitara su discurso por cuanto esto vendría a ser «un medio para instruirse que debería sumar a otros que utilizaba habitualmente». Significativa opinión, recogida de nuevo en La Carta al Traductor de Los Principios de la Filosofía *e*

incorporada en las Meditaciones Metafísicas. *Se incluye en esta historia lo que se propone, lo que puede ser imitado, máxime cuando la propuesta también supone una opción ante el mundo conocido: frente al mundo y los valores de la intolerancia que no cesaba ni parecía tener fin, mostrándose capaz de ahogar toda empresa cualesquiera que fuesen las razones que la fundamentasen, Descartes plantea su opción: que todos puedan juzgar. Se toma opción por el mundo de Galileo, de Bruno, de Copérnico y de toda una larga lista de esos pensadores y humanistas a los que se ha referido Cohen. El hombre que camina solo, presenciando las opciones del propio mundo que le ha tocado vivir, que elige y desarrolla su propia opción es Descartes; pero Descartes no aparece con su nombre y apellidos. Un propósito expresa tal proceder: significar que* el hombre *parece destinado a cumplir este cometido en todos sus aspectos.*

En consecuencia, el proceso intelectual que nos ha de llevar a la comprensión de este texto, clásico donde los haya, nos exige situarnos ante él con una pregunta sugerida por el propio autor por cuanto nos haría derivar a la ejecución de la tarea humana: *¿Qué podemos imitar de esta historia? ¿Qué razones se ofrecen para persuadirnos de las diversas propuestas? Con tales preguntas el lector de esta historia puede obtener claras respuestas aun cuando no esté dotado de sofisticados artilugios hermenéuticos. La respuesta de Descartes siempre es directa, aunque pueda parecernos caduca o poco consistente. Así, después de haber tomado conciencia de esta propuesta, podemos pensar en los derroteros tomados por lo que él llamó «la filosofía práctica»; podemos cuestionarnos si está tan marcado y deslindado ese camino que parece conducirnos al éxito y a la verdad, alejándonos, a la vez, de las promesas, predicciones e imposturas propias de quienes han seguido el camino de alquimistas, astrólogos o magos. Incluso podemos dudar de que el amor a la verdad o la ley que nos obliga a procurar el bien general de los hombres, hayan guiado y justificado a cuantos ingenios han orientado con esta misma finalidad su vida y trabajos; podemos cuestionarnos si toda la historia de «la filosofía práctica» no coincidirá, cuando se adopta otra instancia de valores (y ¿por qué no adoptarla?) con la «historia de las vanas especulaciones» —Rousseau— o de «los conocimientos estériles» —Arnauld—. Al hacer esto, tal como unos y otros lo hicieron en los años siguientes a 1637, ya estamos iniciando nuestro diálogo con* El Discurso del Método; *sus páginas pueden dejar de ser para nosotros otros tantos restos inertes, de tan obligada como escolar contemplación, para comenzar a tener un sentido para nosotros. Estas y otras preguntas nos permitirán mantener una minuciosa conversación con su autor. El interés y contenido de la misma dependerán en gran medida de cuáles fueren nuestras preocupaciones teóricas y de la sagacidad con que hagamos surgir las preguntas. La conversación con Descartes podrá ser provechosa e incluso amena. Todo depende de nosotros.*

Debe subrayarse que nuestro interlocutor ha aportado junto con la propuesta básica (necesidad de una nueva filosofía), una serie de observaciones destinadas, por una parte, a fundamentar el método que debe seguirse en las ciencias y, por otra parte, a mostrar los desarrollos concretos que pueden guiar la investigación en campos como el de la física, la biología, etc. De este modo se amplía el horizonte temático que puede acoger nuestras preguntas. Así cabe interrogarle si con su duda metódica sólo pretendía invitar a cuantos ya tuvieran una doctrina asimilada, con terquedad e intereses incluidos, a que prescindieran de sus opiniones con el fin de favorecer un examen más imparcial de sus teorías o, más bien, si con su duda pretendía inducirnos al examen de cualquier razón, por fingida que fuere, pero en virtud de la cual se pudiera dudar de la verdad de que 3+2=5. Cabe preguntarle por qué hemos de conceder oídos a esas dudas. Cabe cuestionarle por qué exigía una fundamentación para su método en geometría, cuando su propio éxito lo avalaba. Podemos requerirle para que nos aclare de una vez por todas si fueron, como piensa Ryle, sus convicciones religiosas y morales las que le indujeron a excluir el que la actividad lingüística del hombre en cuanto es reveladora de pensamiento, fuera explicable con sólo suponer que el cuerpo no es otra cosa que una máquina de tierra.

Muchas de las posibles preguntas, preferentemente aquéllas en las que solicitemos matizaciones relacionadas con el camino que nos propone, nos conducirán a otro escenario: el de los Ensayos. Con este mismo plan trazó Descartes su Discurso, tal como hizo saber a Mersenne (Leyde, marzo de 1637); le comunicaba en esta ocasión que no acertaba a comprender (no quería comprender para revelar más claramente que no se le había comprendido...) lo que se le objetaba en relación con el título, pues éste no era Tratado del Método *sino* Discurso del Método. *Advertía Descartes que su titulación equivalía a* Prefacio o Advertencia relacionada con el método *pues su deseo no había sido enseñar tal método, sino solamente referirse a él, pues*

cómo se puede apreciar de lo que he expuesto, consistía más en práctica que en teoría; es más, los siguientes tratados han sido calificados como Ensayos de este méto*do ya que se pretende exponer que las observaciones contenidas en ellos no hubieran podido ser indagadas sin método, pudiendo, en consecuencia, deducir su valor de estos ensayos.*

En este discurso bastaba con enfatizar el progreso alcanzado y con destacar sus diferencias sobre los antiguos; este simple medio sería suficiente para incitar al lector versado en geometría a revisar las páginas de La Geometría. *En relación con otros campos del saber también facilitaba apreciaciones metodológicas de interés. Así, ejerce una crítica de la confianza que ingenuamente se deposita en los sentidos; crítica que será fundamentada con razones aportadas en* La Dióptrica *y que venía exigida por la nueva filosofía. Basta a este respecto con evocar las discusiones de Galileo o con aludir al tratamiento que Descartes hace de este tema en* Los Principios de la Filosofía *(I,71) donde nos muestra «cómo la principal causa de los errores son los prejuicios de nuestra infancia». De igual modo tampoco podemos atribuir a las cosas como propiedades de las mismas lo que no es sino una resultante de nuestra conformación fisiológica. Vencidos los prejuicios, entre los cuales los enunciados ocupan puesto de honor, se pretendía destacar la función que había de cumplir la observación atenta y el experimento controlado. Por ello se nos advierte que «las experiencias son tanto más necesarias cuanto más se ha avanzado en conocimientos. Pues, en los inicios de la investigación es más conveniente utilizar de forma exclusiva aquellas experiencias que se presentan por sí mismas a nuestros sentidos..., que el buscar otras más raras y construidas». De este modo, destaca la necesidad de una inducción metódica y suficiente en la nueva filosofía. No obstante el tema tenía tal interés que era preciso establecer otras matizaciones. Tal es el caso cuando hace saber que cabía formular unos principios «tan simples y generales» que permitiesen explicar cualquier efecto particular. Sin embargo, la dificultad residía en identificar en «qué forma concreta» un fenómeno o clase de fenómenos «depende de tales principios». Un único procedimiento permitiría tomar tal decisión: «construir oportunamente algunas experiencias tales que su resultado no sea el mismo si se debe explicar en una o otra forma de las posibles». Tal es el criterio para elegir entre diversas hipótesis acordes con los principios generales de la física. Por ello, recordaría de modo insistente que las explicaciones en física no pueden ser adoptadas, tal es el ideal, sino recurriendo a experimentos. Tal era el modo cómo había procedido en sus Ensayos y la razón por la que el progreso de la ciencia conllevaba la construcción de experimentos.*

Por tanto, es claro que otra de las intenciones que guiaron la redacción de este discurso fue la de conducir a la lectura de los ensayos. Así pues, se postula una vinculación de estos elementos, discurso y ensayos, que posteriormente fue reiterada y claramente defendida por Descartes. Aunque el propio título de la obra editada por Jan Maire en 1637 ya lo sugería, fueron necesarias las observaciones aclaratorias de Descartes. Tal es el caso de la que hemos reproducido. Existen otras; del conjunto de este tipo de testimonios parecen desprenderse unas ideas básicas que expone de modo inequívoco en la carta a Vatier del 22 de febrero de 1638. Hace saber en esta ocasión que su discurso sobre el método «no contiene sino las observaciones suficientes como para que nadie pueda llegar a pensar que las nuevas opiniones expuestas en La Dióptrica *y* Los Meteoros *han sido establecidas a la ligera» o bien, utilizando palabras de* La Dióptrica, *en virtud de «una casualidad experimental»; a su vez, el alcance que puede poseer un método se ejemplifica de modo perfecto en* La Geometría *evaluando no sólo las dificultades resueltas y los nuevos conocimientos adquiridos, sino también el rigor, la claridad, orden y simplicidad que su utilización reporta. En segundo lugar, los ensayos o tratados han sido precedidos por un discurso por cuanto Descartes estaba persuadido de que quienes leyeran con atención sus desarrollos y los compararan con otros que hubieran sido publicados sobre los mismos temas, advertirían rápidamente que su autor «se servía de algún método distinto del que comúnmente se sigue»; esto es, desea desmarcarse de la filosofía «común» ó «vulgar», adjetivos reservados para la filosofía escolástica. Tal demarcación se acompaña en sus obras de apreciaciones sobre Galileo, Kepler y Copérnico en las que muestra su coincidencia con su «modo de filosofar». Finalmente, Descartes nos dice que en los ensayos incluye «alguna muestra del orden seguido en la investigación», v.gr. el estudio del arco iris en el discurso octavo de* Los Meteoros; *orden de investigación que no coincide con el orden seguido en la exposición y explicación.*

Estas apreciaciones y juicios de Descartes estimamos que son argumentos definitivos para defender que El Discurso del Método *no posee la sustantividad que ha recibido con el decurso de los años ni aún en relación con el campo de los problemas de método. Son los diversos*

ensayos los que pueden arrojar luz sobre aquellos textos del discurso que pudieran resultar problemáticos para el lector. La propia génesis del discurso parece avalar esta apreciación. No cabe duda de que todo Prefacio o Advertencia al lector *está en función de un estudio concreto y ya realizado. En nuestro caso, de los Ensayos. La necesidad de esta* Advertencia *se veía acentuada por cuanto Descartes estimaba que el desarrollo de* La Dióptrica *era «bastante difícil» y que la comprensión de* La Geometría *requería una atenta lectura para quien estuviera provisto de «ingenio matemático» y de «lápiz y papel». ¿Cómo podía, siendo consciente de que tales Ensayos no serían revisados sino por un público culto, llamar la atención sobre la peculiaridad de estos ensayos, corriente en la que se inscriben y beneficios que podían esperarse de la misma? La respuesta a esta pregunta es simple: construyendo esta* Advertencia.

Es, por otra parte, indudable que la lectura reiterada de la segunda parte de este discurso rendirá un flaco servicio a quien pretenda conocer cómo han de establecerse las ecuaciones que han de permitir resolver los problemas. Las normas expresadas en este discurso son para unos comentaristas «tan sucintas» y «exactas» como, para otros, «confusas», «incompletas» y «alusivas». Por el contrario, quien se inicia o quien desea introducir orden y claridad en sus análisis sí que se verá ayudado cuando se le diga:

«Si, pues, deseamos resolver un problema, inicialmente debe suponerse efectuada la solución, dando nombre a todas las líneas que se estimen necesarias para su construcción, tanto a las que son desconocidas como a las que son conocidas. A continuación, sin establecer distinción entre las líneas conocidas y las desconocidas, debemos descifrar el problema siguiendo el orden que muestre de modo más natural las relaciones entre estas líneas, hasta que se identifique un medio de expresar una misma cantidad de dos formas; esto es lo que se entiende por una ecuación, pues los términos de una de estas expresiones son iguales a los de la otra. Deben hallarse tantas ecuaciones como líneas desconocidas se han supuesto. Pero si no se logra esto y, no obstante, no se ha omitido consideración alguna de lo especificado en el problema, esto testimonia que el problema no está completamente determinado. En tal caso podemos elegir arbitrariamente líneas de longitud conocida para cada línea a la que no corresponda una ecuación. Si después de esto aún existen varias, es preciso servirse por orden de cada una de las ecuaciones restantes, bien sea considerándolas aisladamente, bien cada una en comparación con las otras, para obtener un valor para cada una de las líneas desconocidas; debe procederse de este modo hasta que no exista sino una sola línea desconocida que sea igual a alguna línea conocida o cuyo cuadrado, cubo, cuadrado del cuadrado, supersólido, cuadrado del cubo, etc, sea igual a la suma o diferencia de dos o más cantidades, una de las cuales sea conocida y las otras estén compuestas de algunas medias proporcionales entre la unidad y ese cuadrado, cubo, cuadrado del cuadrado, etc., multiplicado por otras conocidas.»

Cuando Descartes nos invita en este discurso «a ejercitarnos en el método», como cuando nos recuerda al inicio de La Geometría *que «el principal resultado que puede obtenerse de esta ciencia es cultivar nuestro espíritu» o cuando nos recomienda «formar un hábito, investigando inicialmente fáciles cuestiones y, progresivamente, analizando cuestiones más difíciles», está indicando con toda claridad, como ha defendido Laporte, que su método «no está integrado por una lista de fórmulas rígidas aplicables mecánicamente». En pie queda, no obstante, en esta segunda parte su valoración del análisis por cuanto nos muestra «el verdadero camino por el que una cosa ha sido metódicamente construida» y de la síntesis como algo útil para dar a conocer, pero que no satisfará a quien desee aprender pues no enseña el camino seguido para construir una cosa. Es más, en este discurso se recogen observaciones cuyo valor no puede ser exactamente calibrado sino después de conocer los desarrollos de sus Ensayos. Así se nos dice que «el análisis de los antiguos está tan circunscrito a la consideración de las figuras que no permite ejercer el entendimiento sin fatigar excesivamente la imaginación. El álgebra de los modernos está tan sometida a ciertas reglas y cifras que se ha convertido en un arte confuso y oscuro capaz de distorsionar el ingenio». Sólo al valorar en todo su alcance los apartados iniciales del libro I de* La Geometría *se aprecia el interés que concede Descartes a estas líneas. Sólo así podemos comprender que estas líneas no son sino un reclamo para entendidos. Otro tanto sucede con varias observaciones y críticas. ¿Qué principios debía o no debía tomar la geometría de la filosofía? ¿Era éste el lugar para refutar que al hacer una demostración no podemos pasar de un género a otro? ¿O más bien,* El Discurso *o* Advertencia al lector *pretendía llamar la atención sobre cuestiones que se desarrollan en Los Ensayos, desplegando, sin embargo, consideraciones diversas sobre el valor de la nueva filosofía, sus exigencias y posibilidades, enmarcando todo ello dentro de una tarea general y propia del hombre, como es la de vivir de acuerdo*

a sus opiniones y razones? Todo parece indicar que El Discurso del Método *estaba confeccionado para cumplir tareas muy diversas. Su horizonte temático es muy vasto.*

En esta historia no resplandece sino un plan que desea dar cabida a los posibles y diversos intereses de los lectores. Fue posible trazar esta historia en la medida en que existía un criterio que daba significado a unos momentos de la vida de Descartes y se lo restaba a otros. Tal boceto permitía presentar en primer plano «el desarrollo que había alcanzado en el conocimiento de la naturaleza», quien había decidido prescindir de preceptores, de colegios, de filosofías de la escuela. Pero, sin embargo, lo presentado posee una tercera dimensión: incitar a otros a repetir la historia, a sumarse a la misma empresa, a provocar la aceptación generalizada de los resultados de la «nueva filosofía». La heterogeneidad de los contenidos guarda relación con tales propósitos. Por ello, no pensamos que El Discurso del Método *deba ser comparado, como lo hace Denissoff, con un «enfermo rodeado de médicos que le obligan a tomar drogas, cuando el único remedio haría inevitable recurrir al escalpelo». Amputar cuanto no se refiere a cuestiones de método, supondría adoptar otra óptica, otro punto de partida para seleccionar cuantos datos deberían haber integrado este discurso. No creemos que éste fuera el propósito director de Descartes como lo muestra el mismo desarrollo de la obra. No estamos, pues, como defendió Millet «ante un mosaico mal construido», sino más bien ante una historia bien trabada, que no oculta la finalidad con que ha sido escrita y en la que, por tanto, no se silencia nada de cuanto puede ser indicativo del «progreso alcanzado» ni de lo que lo ha hecho posible. La fidelidad de esta historia como la de otras tiene poco interés. Ante todo ha de considerarse, aunque parezca un despropósito, por referencia al fin que persigue. Hemos, pues, de cuestionarnos si fue o no eficaz. Pensamos que sí, como puede deducirse de las polémicas que levantó, de los círculos que creó, de la serie de ediciones que mereció.*

Descartes nunca renunció a las razones que le llevaron a publicar su Discurso: ser partidario de la aplicación de la matemática-geometría al estudio de los fenómenos naturales; constituirse frente a una potente corriente escéptica, sea cual fuere su propósito último, en defensor de las posibilidades de la razón humana la cual, abandonando toda pretensión de conocimiento adecuado, puede avanzar gradualmente en el conocimiento de la verdad; manifestar su confianza en los frutos que pueden obtenerse de la complementación de la razón y la observación; destacar que el análisis y la síntesis son aplicables en diversos campos; instar a que se desarrollen procedimientos de análisis que, liberándonos de la confusión, introduzcan claridad, orden y simplicidad en los desarrollos de la geometría; desear que cuanto se había elaborado a partir de la publicación del modelo copernicano fuese conocido por cuantos se formaban en las aulas y por un amplio sector de hombres destacados en las gestiones públicas ya que su influencia podía hacer surgir el apoyo de las instituciones de los Estados y, a la vez, liberar a los científicos de las intrigas y calumnias de los hombres de la escuela; fundar la revisión de nuestras opiniones en base a las conclusiones de la nueva filosofía, en cuyas explicaciones no se recurre a invocar «cualidades reales» o «formas sustanciales» y cuya autonomía explicativa únicamente debía suponer un orden natural, un Dios que ha creado la materia pero que no introduce variación alguna en el curso de su desarrollo; de un Dios, ajeno al hombre y al mundo, símbolo de la racionalidad del universo y garante dentro de un proceso de refutación de tesis pirrónicas de la consistencia de nuestra razón. Tal habría de ser el dios del filósofo; el del hombre, el de Descartes, se oculta tras la más pura y pública de las ortodoxias. En éste como en otros aspectos René Descartes se muestra contenido y oculto, suspicaz frente a todos, alimentando sospechas. Impenetrable a las conjeturas.

Los problemas de fundamentos

Cuando se adopta la valoración de El Discurso del Método *expresada en el anterior apartado, fácilmente se comprende que Descartes llegara a tomar la decisión de integrar en el mismo «un boceto o resumen» de aquellos temas que habían de recibir su forma y perfiles definitivos en* Las Meditaciones Metafísicas. *Es claro que su discurso abrigaba como pretensión fundamental la de atraer la atención de sus contemporáneos sobre «la nueva filosofía»; por ello, Descartes no debía silenciar cuanto concernía a «los fundamentos» de esta nueva filosofía. Por otra parte, si para estructurar tal propuesta de modo sugerente había estimado que debía relatar en qué, cómo y con qué resultados había empleado los días de su vida, parece que no debía ocultar una de sus más tempranas, constantes y larvadas preocupaciones. En definitiva, la historia, como la propuesta, reclaman la presencia de estas páginas.*

Las opiniones expuestas en la cuarta parte de su discurso

poseen una larga historia. La lectura de las cartas dirigidas a Gibieuf y Mersenne en 1629 (18 de julio y 8 de octubre) nos ponen en presencia del punto de partida de tales estudios; las cartas dirigidas a Mersenne en 1630, principalmente las fechadas el 16 de abril así como el 6 y 27 de mayo, nos permiten confirmar la peculiaridad de tales indagaciones y, a la vez, constatar su persistencia. Como ha indicado Bréhier («La création des vérités eternelles», RPhFE 123, 1937*), los desarrollos esenciales del pensamiento metafísico cartesiano suponen la doctrina expresada por Descartes en las ocasiones mentadas, aunque sus opiniones sobre la creación de las verdades eternas no llegarán a ser presentadas de modo explícito en el cuerpo de sus tratados metáfisicos; sólo se refiere a esta cuestión al contestar lo objetado contra la quinta meditación en* Las Respuestas a las Quintas Objecciones. *Todo ello permite afirmar que larga fue la vida de la metafísica cartesiana, al igual que lenta y meticulosa su elaboración final. Si tenemos presentes estos datos se llenan de contenido biográfico expresiones que bien pudieran parecer un simple recurso retórico utilizado con el único fin de engrandecer la propia obra o con el de justificar el retraso y desdén con que pudiera juzgarse que había sido atendida esta temática. Tal es el caso cuando nos dice en* Las Meditaciones Metafísicas: *«...pareciéndome ardua dicha empresa, he aguardado hasta alcanzar una edad lo bastante madura...». Años antes al proceder a entregar al librero* El Discurso del Método, *Descartes debió estimar que, al trazar su historia y presentar su propuesta, no debía prescindir de uno de sus primeros proyectos ni del tratamiento de aquellas cuestiones que estaban relacionadas con «los fundamentos» de su misma filosofía.*

Por tanto, valoramos la inclusión de «las reflexiones metafísicas» en este discurso de modo muy distinto a como, por ejemplo, lo hace Denissoff: no creemos que diera a conocer los desarrollos de su metafísica por cuanto, de este modo, pudiera liberarse de alguna posible acusación que, como todas las realizadas por los acusadores de turno, oficio y época, habría de ser malsana y malévola. Como Denissoff somos conscientes de que Descartes comunicó a Vatier en carta del 22 de febrero de 1638 que «no se decidió a incluir esta parte sino en los momentos finales y cuando el librero le urgía para que concluyera su trabajo». Descartes aduce esta circunstancia con el único fin de justificar «la escasa elaboración de esta parte». Pensamos que Descartes, a pesar de todo, debió decidirse a sugerir las líneas claves de su metafísica después de haber valorado en qué medida la propuesta sugerida en su discurso («la nueva filosofía») quedaba mutilada al prescindir de estas páginas. La premura con que redacta, al igual que la decisión de incluir estas páginas sin poseer una esmerada elaboración, sólo son indicativas en nuestra opinión de la importancia que concedía a esta temática dentro de la nueva orientación que exigía la filosofía. Por ello debió tomar la decisión de integrar estos temas dentro de su historia («no sé si debo daros a conocer las primeras meditaciones allí realizadas...»).

En consecuencia, no pensamos que las páginas de esta cuarta parte deban ser apreciadas como «añadidos poco afortunados» de los que deberemos prescindir si «deseamos alcanzar el verdadero significado del discurso»; significado que únicamente cobraría sentido para Denissoff por referencia a la «temática metodológica» y ésta por referencia a la física. Esta valoración sólo puede defenderse si previamente se supone que este discurso sólo fue concebido para tratar cuestiones de método. Es claro, como muestran los resultados, que ésta no fue la pretensión de Descartes; en ese caso, como él mismo aclaró, hubiera realizado un Tratado sobre el Método. *Lo que realizó fue un discurso en el que, entre otras cosas, destaca la importancia que posee el método para desarrollar gradualmente la nueva filosofía. Nueva filosofía que ilustra más precisa y ampliamente que el método. Es más, cabe afirmar con Weber, el comentarista de Descartes más preciso y completo en todo lo que se refiere a cuestiones de método, que de todas sus exposiciones metodológicas es la de* El Discurso del Método *«la más incompleta y menos clara». Con todo, su presentación es efectiva por cuanto incita a repasar los Ensayos a los que remite.*

Descartes desea destacar en las páginas de esta cuarta parte que los partidarios de la nueva filosofía también debían estar dispuestos a reorientar la metafísica. Por ello, dio a conocer este «resumen» de su metafísica en la obra en que abogaba por la difusión, defensa y desarrollo de esa nueva filosofía. A su vez, al incorporar tal pensamiento como algo que había sido objeto de preocupación en su vida, parecía incitar de un modo más inmediato a una toma de posición similar frente a «los Gigantes de la Escuela». Así pareció captarlo Balzac.

La reorientación de la metafísica suponía para Descartes el abandono «de aquellas especulaciones metafísicas» que para ganar verosimilitud exigen un «derroche de ingenio y artificio». Especulaciones que únicamente reciben de Descartes palabras de desdén. Su juicio de las mismas es en la

mayor parte de las ocasiones indirecto; a veces, recurre a silenciarlas, como un modo de descalificarlas. Pero en cualquiera de los casos, sus críticas a la metafísica también apuntan a otro objetivo. Nos referimos a los momentos en que alude a sus protagonistas. De ellos nos dice que están condenados como la hiedra a ocultar el aspecto real de lo que los sustenta, que su modo de ser es como el de la hiedra: deben trepar para encaramarse, pero inevitablemente han de descender; son, nos dice en otro momento, como ciegos que no pueden batirse sin conducir a sus rivales al fondo de una cueva oscura. Tales caracterizaciones no son accesorias sino reveladoras y precisas, pues los protagonistas de la filosofía de la escuela conducían, en realidad, sin empacho ni temor a los protagonistas de la nueva ciencia, a todo innovador, a esas cuevas oscuras. La triste historia de Galileo como la de todas aquellas personas que no se atrevían a decir lo que pensaban («...ya nadie se atreve a decir lo que piensa»), están presentes en el Discurso. Quienes son como la hiedra, quienes no atienden ni se benefician de la luz natural —la razón— han de reducir a sus oponentes al silencio, a la oscuridad.

A la vez, Descartes denuncia una situación generalizada: la filosofía de Aristóteles está sometida a la teología; la dirección de los programas de estudio corre a cargo de la teología, aunque la nervatura de los mismos esté constituida por los tratados del Estagirita. ¿Qué ha traído consigo esta situación consolidada a lo largo de siglos? En primer lugar, ha conllevado la desfiguración de este pensador a quien se le ha hecho hablar en torno a cuestiones sobre las que «nunca» pensó. En segundo lugar, ha cobijado unos intereses, pues tal sumisión favorece las tendenciosas acusaciones que se dirigen contra quienes «explican la naturaleza mediante figuras y movimientos». En tercer lugar, no ha dado lugar sino «a sectas y herejías». Esta situación, protagonizada por los monjes, y la filosofía resultante es la que «ante todo debe ser destruida». La vanidad de sus discusiones sólo es parangonable con su inutilidad. ¿Cómo salir de esta situación? Descartes propugna el retorno *(¡significativo propósito del que tanto se hablará a partir del momento en que el siglo* XVII *cumple sus 60 años!) a una teología «tan simple como la de los rústicos y menos cultos», tan capaces de ganar el cielo como los más avezados y sutiles en las polémicas de la escuela. Al hacer esto, aclaraba Descartes a Burman, no sólo liberaremos a la filosofía, pues podrá abandonar los presupuestos aristotélicos, sino que también nos veremos libres «de disputas, controversias, querellas y guerras».*

Descartes, pues, denuncia, siguiendo ya una tradición secular, la dominación que tal alianza de la filosofía de Aristóteles con la teología imponía al saber y, a la vez, hacía ver que era pernicioso para la propia religión el fruto que surgía de tales alianzas de la filosofía con la revelación. Dominación del saber y de los sabios; también era preciso verse liberados de guerras, controversias. Dominación apoyada de modos diversos por autoridades y tribunales; el propio Descartes (¿Endegeest?, 31 de marzo de 1641) debió mostrar «cómo sus doctrinas eran concordes con las conciliares». Pero al mostrar tal acuerdo, no hacía «sino combatir con sus mismas armas a quienes mezclan a Aristóteles con la Biblia y abusan de la autoridad de la Iglesia para dar rienda suelta a sus pasiones, como ha sucedido con la condena de Galileo».

Descartes conocía muy bien que sobre esta alianza se constituyó y mantuvo lo que Dilthey ha calificado como «el orden eclesiástico de dominación». Aún se defendía esta alianza con la crueldad y ceguera propias de quien se siente acosado, cuando comenzaban a organizarse las fuerzas sociales que eran incompatibles con aquella dirección de la filosofía, con la censura de opiniones, creencias, prácticas mercantiles. Dirección y censura, tan fuertes y tan instaladas, que los ciudadanos que pensaron el nuevo Estado habrían de hacer de él el garante de la defensa de las opiniones y creencias personales.

A la vez, la ruptura con aquella situación creada por esta alianza de Aristóteles con la Biblia, exigía «imitar» la empresa personal, pero teórica, presentada por Descartes. Era preciso, inicialmente, poner en duda lo aprendido «por los sentidos o de los sentidos»; esto es, realizar la crítica del realismo ingenuo y cuestionar el contenido de la educación recibida, el valor de cuanto hemos oído de «los padres, preceptores y otros hombres».

En consecuencia, la reorientación de la metafísica requería romper con esta alianza pues en caso contrario «toda nueva filosofía sería juzgada contraria a la fe». El primer paso fue perfectamente entendido por sus adversarios y, por ello, conoció Descartes la condena de la Asamblea de Profesores de la Universidad de Utrecht (17, III, 1642). El documento que hace pública tal condena parece arrancado de una Antología de la Ceguera y la Obstinación. Esta reorientación exigía a la vez defender que «la revelación no nos conduce gradualmente a la adquisición del saber, sino que de golpe nos eleva a la adquisición de una creencia infalible». Tales fueron los juicios de quien nunca se sintió asistido de la inspiración divina ni creyó gozar de una

especial asistencia del cielo; esto es, de lo que requería el cultivo de la Teología que parece más próxima a los místicos, así concebida, que a los canonistas tridentinos. Poco nos interesa el sentido último con que fueron pronunciadas estas afirmaciones; nos basta con saber que de este modo *Descartes justificaba su decisión de permanecer al margen de la teología y de cualquier debate.*

Ahora bien, Descartes no sólo se pronuncia contra la orientación que la metafísica había cobrado dentro de la escolástica. También hace saber en la Carta al Traductor de Los Principios de la Filosofía *que «desde siempre han existido grandes hombres que han intentado... indagar las primeras causas y los verdaderos principios de los cuales se pudieran deducir las razones de todo aquello que pudiéramos saber». Frente a tales proyectos, Descartes opina de modo inequívoco: «No creo que haya existido alguno que haya tenido éxito. Los primeros y principales cuyos escritos poseemos son Platón y Aristóteles. Los principios de su filosofía no son evidentes y, en consecuencia, tampoco lo son las conclusiones deducidas de ellos.» Tal es la razón por la que, a juicio de Descartes, «no se ha avanzado ni un paso».*

Si tales juicios nos interesan es por la razón en que se funda para expresar el rechazo de estas filosofías: «los principios de su filosofía no son evidentes». Por el contrario de su «filosofía primera» Descartes siempre defenderá que no cree que exista en ella nada que no sea «vel notissimum lumine naturali, vel accurate demonstratum» (A Mersenne, 21 de enero de 1641). Pero también debe destacarse que, al hacer esta crítica, no juzga innecesaria la reflexión sobre «los primeros principios»; únicamente se exige que «tales principios sean tan claros y evidentes, que el espíritu humano no pueda dudar de su verdad» y, por otra parte, que «de ellos depende el conocimiento de las otras cosas, de modo que puedan ser conocidos sin ellas, pero no, recíprocamente, podamos tener conocimiento de las otras cosas sin tener conocimiento de ellos». Tal sería la caracterización de la metafísica y la reorientación postulada; la metafísica sigue concibiéndose como conocimiento de los principios.

En otros momentos Descartes se refiere a que sus «meditationes de philosophia prima» tienen por objeto el conocimiento de Dios y el alma. Tal es la concepción que se supone cuando se defiende que la metafísica estudia «los seres inmateriales». Ambas definiciones son claramente complementarias. Ahora bien, ¿por qué estudiar a Dios y al alma? Tales estudios no fueron abordados por cuanto Descartes estimara que de este modo contribuía en la tarea de «aplastar a los infieles» (Espinas, Pour l'histoire du cartésianisme, RMM, *mayo 1906), o por cuanto pretendiese «poner a punto su ortodoxia» (Leroy,* Le philosophe au masque, *Rieder 1929). La única razón de estos estudios es la que Descartes explicita: encontrar «roca o arcilla», establecer «fundamentos» firmes y seguros que permitan mantener una segura y razonada confianza en los desarrollos de las ciencias. Parece, pues, que el recurso a Dios y al alma está vinculado con una tarea crítica. Tal es la razón por la que también define la filosofía primera como la que estudia «los principios del conocimiento». Esta es la temática expuesta en la cuarta parte de* El Discurso del Método, *en* Las Meditaciones *y en* Los Principios de la Filosofía. *Es al concluir la primera parte de Los Principios cuando efectúa un breve resumen de «los principios más generales y más importantes del conocimiento humano». Sólo incluye «las nociones que nosotros tenemos de Dios y de nuestro pensamiento» («notiones Dei et mentis nostrae») y «muchas proposiciones que son perpetuamente verdaderas» («sed etiam in nobis notitiam multarum propositionum aeternae veritatis»). Estas nociones o axiomas no son sino «las semillas de verdad» en lenguaje de* El Discurso del Método, *o bien «las verdades eternas», en lenguaje de* El Mundo *o bien «las nociones claras y simples que están en nosotros», en lenguaje de* Los Principios de la Filosofía.

Ambas concepciones de la metafísica son compatibles en base a la misma noción de principio. *Descartes hace notar que tal término tiene diversos sentidos. Según uno de estos sentidos puede decirse que la afirmación* «es imposible que lo mismo sea y no sea a la vez, *es un principio que puede servir para confirmar la verdad cuando ya se conoce la existencia de alguna cosa». Pero también, «en otro sentido el primer principio es que* nuestra alma existe, *puesto que no hay nada cuya existencia nos sea más notoria. Afirmo también que no es una condición que deba cumplir el primer principio la de ser tal que todas las otras proposiciones se puedan reducir y probar por él; basta con que sirva para hallar varias y que no exista otra del cual dependa». En tal sentido, es de «una gran utilidad comenzar a tener seguridad de* la existencia de Dios *y a continuación de la de todas las creaturas* a través de la consideración de la propia existencia». *La Metafísica es conocimiento de «los principios» en este sentido. Pero ¿por qué es útil que meditemos sobre estos primeros principios? Para Descartes es preciso razonar a favor de la consisten-*

cia de las operaciones discursivas realizadas en base a evidencias claras y distintas; sólo así puede garantizarse el despliegue de las diversas ciencias. Cuando se ha establecido una duda que pone en cuestión cuanto viene garantizado por la intuición, sólo puede cerrarse tal proceso de duda en la medida en que la permanencia de las esencias queda garantizada, pues la acción del genio maligno o de Dios no puede consistir sino en modificar las verdades que tomamos como verdades eternas e inmutables. La posibilidad de una arbitraria modificación de las mismas arruinaría todo posible conocimiento científico, incluido el de la matemática.

Por ello, sólo después de establecer la permanencia de la esencia, condición positiva de la certeza, queda ésta garantizada. Por el contrario, suponer la existencia de ese genio maligno en un alarde de ficción conllevaría, como ha destacado Vidal Peña en su presentación de Las Meditaciones Metafísicas, *plantear una duda que se cierne «sobre el conjunto de la realidad: sobre el entero carácter racional de ésta». La astucia del genio maligno, destacaba Bréhier en el artículo citado, no podía tener otros resultados que los de modificar las verdades que tomamos como verdades necesarias, eternas, de modo que carezcamos de toda seguridad de que, en otra nueva consideración, aún encontremos que la suma de tres más dos sea igual a cinco. Si tal situación se produjera ¿qué garantía podríamos ofrecer de las ciencias? Así subraya Descartes una de las condiciones positivas de la certeza, esto es, la permanencia de las esencias que conocemos por intuición. Su permanencia debe garantizarse y a ello se orienta todo el proceso que partiendo de lo primero, de la primera evidencia intuitiva, establece la existencia de Dios, cuya traducción no teológica, tal como la ha presentado Vidal Peña («postular a Dios significa postular las condiciones que hacen posible la racionalidad»), es sumamente útil y evocadora. De este modo, ha de reorientarse la metafísica: de forma que garantice la verdad de la regla según la cual son verdaderas todas las cosas que concebimos con entera claridad y distinción. Y todo ello, por razón de cómo se plantea el problema y por respeto al criterio que impone para su resolución («no debía encontrar... el más pequeño motivo de duda»), le autoriza a atribuir a sus afirmaciones metafísicas una evidencia que le sirve para caracterizar este tipo de saber.*

Ahora bien los problemas de fundamentos no sólo parecen decir relación al método y a la regla de oro del conocimiento. En El Discurso del Método *también se postula una relación entre la física y la metafísica. Relación que fue reiteradamente sugerida por Descartes. Así en carta a Mersenne del 16 de abril de 1630, Descartes da cuenta de «los temas que inicialmente atrajeron su atención». En tal momento deja constancia de que «no hubiese podido hallar los fundamentos de la Física si no los hubiese buscado por esta vía», esto es, indagando cuestiones metafísicas. Diez años más tarde vuelve a ratificarse en esta misma idea al hacer saber que «...este pequeño estudio de metafísica ...contiene todos los principios de mi física»; por esta razón, así lo comunica a Mersenne en carta del 11 de noviembre de 1640, no desea que se dé a conocer tal vinculación, «pues los que favorecen el pensamiento de Aristóteles podrían oponer mayor dificultad a su aprobación». Otros testimonios podrían ser aducidos, pero en ellos no se aportan matizaciones sobre cómo se entiende esta relación entre la física y la metafísica. Relación defendida de modo constante. Ello indica que no es un problema accesorio para el cartesianismo. En* Los Principios de la Filosofía, *confeccionados para favorecer la enseñanza de su filosofía, vuelve a insistir sobre esta cuestión. Allí traza una comparación entre las diversas partes del saber y las de un árbol. Según esta comparación, la metafísica viene a realizar la misma función respecto del conjunto del saber que las raíces de un árbol respecto a éste; la física general cumple la misma función respecto a las distintas ciencias que el tronco de un árbol respecto a sus otras partes; finalmente las diversas ciencias son comparadas con las diversas ramas y las aplicaciones que surgen de las ciencias con los frutos que penden de las ramas. Algo es claro en esta comparación: El conjunto de las ciencias parecen exigir una física general y la física general requiere una metafísica. Pero de igual forma que no hay frutos, ni ramas, ni tronco sin raíces, de igual modo no puede afirmarse la existencia de una física general o de otras ciencias sin defender, a la vez, la necesidad de una metafísica. La raíz hace posible tanto al árbol como al fruto; otro tanto acontece con la metafísica. Tratar de metafísica es, pues, tratar de aquello que ha de hacer posible el saber. A la vez, es claro que se niega a la física la capacidad de autofundamentación.*

No obstante, este tema merece algunas líneas más, pues pudieran realizarse otras interpretaciones de los mismos lugares hasta ahora citados. Otros textos parecen postular otro tipo de relación entre la física y la metafísica. Tal sería, por ejemplo, el caso de lo que expuso Descartes a Mersenne en su carta del 27 de mayo de 1638: «Me

pregunta si defiendo que lo que he escrito sobre la refracción lo considero como una demostración; creo que sí, al menos es posible darla en esta materia sin haber previamente demostrado los principios de la física por la metafísica.» *Ya hemos visto cómo la metafísica podía poner en jaque con sus ficciones nuestras más cotidianas y primarias seguridades. Incluso hemos aludido a cómo la investigación sobre «los fundamentos» es necesaria para «saber con perfección», para «adquirir una ciencia perfecta». Tales propósitos nos obligaban, según Descartes, «a buscar razones para dudar» e incluso a establecer «ficciones». Tal podría ser la única relación de la metafísica con la física. Sin embargo, existen comentaristas, tales como Mouy, Bouillier, Gilson que defienden otro tipo de conexión. Para ellos en la metafísica se establece no sólo la existencia de Dios sino también los diversos atributos divinos. La conexión de la física con la metafísica se daría, según estos comentaristas, por cuanto, en expresión de Bouillier, de «los atributos de Dios se deducen las leyes de la naturaleza» o en expresión de Gilson, más vaga pero que apunta al mismo contenido, por cuanto «de su (la de Dios) inmutabilidad se desprenden las leyes fundamentales del movimiento» (Comm. al Dis., p. 373). Para decidir en torno a esta interpretación debemos cuestionarnos si en algún lugar aclaró Descartes lo que aportaba la metafísica a la física; en segundo lugar debemos revisar cuáles son esos principios generales de la física; en tercer lugar, debemos comprobar si son claras las expresiones mediante las cuales Descartes vincula los desarrollos de la física general con los de la metafísica, tratando al interpretar de buscar su sentido y coherencia con otros estudios y apreciaciones metodológicas que poseen indudable interés.*

En la Carta Prefacio a Los Principios de la Filosofía *Descartes recuerda con unas alusiones cuál ha sido el proceso de duda y de recuperación de las ciencias para añadir que la misma filosofía primera nos enseña que «il y a des corps étendus en longueur, largeur et profondeur, qui ont diverses figures et se meuvent en diverses façons». Estas serían las categorías básicas de explicación y así aparecen igualmente en* El Mundo o Tratado de la luz *donde al caracterizar los tipos fundamentales de partículas por sus propiedades geométricas y por la cantidad de movimiento, recurre a observaciones de la experiencia ordinaria (combustión de la madera) para apoyar en cierto modo las opciones iniciales fundadas en el análisis conceptual. Estos son* los principios *que podemos hallar en la filosofía primera; el propio Descartes resume de este modo*

la aportación de esta parte de su metafísica a la física. Como indica Laporte, ésta es la única concepción clara y distinta que el físico puede hacerse de su objeto. Esto es todo lo que puede enseñarle la metafísica a la vez que le ofrece los «fundamentos», las garantías últimas. ¿Qué nos dice de estos «principios» Descartes en El Discurso del Método? *Que son «tan generales» y que permiten construir tal diversidad de hipótesis, que la dificultad básica reside en seleccionar de «qué forma concreta» un fenómeno o clase de fenómenos depende de tales principios. Esta es propiamente la tarea del físico que ha partido de determinar en base a esas categorías su objeto. Por ello el progreso de la ciencia depende de la observación metódica y controlada.*

Ahora bien en la física general, expuesta en El Mundo *y en la segunda parte de* Los Principios de la Filosofía, *se establecen los principios, causas o leyes generales. No existe dificultad alguna en identificarlas. Se refiere inicialmente al principio de inercia (A-T, XI, 38 y IX-2, 84), al de la conservación de la cantidad de movimiento (A-T, XI, 41 y IX-2, 86) y al del movimiento rectilíneo (A-T, XI, 43-44 y IX-2, 85). Los textos de* El Discurso del Método *relacionados con estas cuestiones son secundarios, pues remiten a los citados de* El Mundo, *del cual son una recensión que, en ocasiones, es literal. Por la propia finalidad asignada al discurso puede afirmarse que es menos completo que las obras que supone y a las que remite. Por ello es un texto secundario. Por otra parte, los textos de su discurso únicamente parecen aludir a que es preciso prestar un fundamento a la física. A ello se refiere utilizando expresiones tan ambiguas como las pertenecientes a su correspondencia, que ya han sido reproducidas; tal es el caso cuando relaciona la metafísica con la física utilizando expresiones verbales como «obtiene de», «conoce», «explica», «se siguen», «prueba», «deduce», «demuestra». Respecto del término «deducir-déduire» debe advertirse que, en ocasiones, es utilizado con la primera de sus acepciones: exponer ordenadamente y con detalle; en otros momentos advierte que utiliza este término para referirse a un modo de adquirir conocimientos que opone a* la intuición. *No es menos ambiguo el uso y significado de «demonstrare» pues en la edición francesa de* Los Principios de la Filosofía *es traducido por «conocer». Tal variante, como otras, no habían pasado desapercibidas a Descartes.*

Al considerar la imprecisión de este tipo de expresiones nos parece necesario establecer algunas afirmaciones que,

siendo incontrovertibles, puedan orientar la indagación y la interpretación de este tipo de testimonios. Es indudable que Descartes admitió que todo su sistema físico podía «caer en bloque» si, como manifestó a Beeckman (A-T, I, 308, 4), se probaba experimentalmente que la luz se desplaza a una velocidad determinada, fuera cual fuese su magnitud; su deseo de mostrar cómo su teoría física no se vería «arruinada» por esta observación le llevó incluso a diseñar la experiencia para realizar la medición de la velocidad de la luz. Por otra parte, en diversos lugares de su correspondencia como en Los Principios de la Filosofía *aclaró que su teoría no era propuesta sino como una hipótesis que no debía ser rechazada hasta que se dispusiera de otra mejor para explicar el conjunto de los fenómenos naturales. Esta valoración no puede ser anulada en base a la simple e injustificada hipótesis de que sus valoraciones no son sino fruto del temor de un hombre obligado a obrar con cautela. Sus apreciaciones metodológicas generales, incluidas en obras no destinadas a la publicación como es el caso de* Las Reglas *(A-T, X, 427, 16-26) prestan fundamento a estas valoraciones. De todo ello se deduce que no consideraba como infalibles ni necesariamente verdaderas las leyes generales formuladas en la física. En consecuencia, si las proposiciones metafísicas, garantizadas en base a intuiciones, implican los principios de su física no se comprende cómo Descartes realiza esta valoración de su física, cómo admite que puede «caer en bloque». Si los principios generales de su física hubiesen sido deducidos, tal como postulan los comentaristas citados, de los de su metafísica, donde nada hay que no sea «vel notissumum lumine naturali vel accurate demonstratum», no se comprende cómo puede caber duda alguna de su verdad y caso de ser razonable alguna duda sobre tales principios, también sería razonable tenerla de aquellas proposiciones metafísicas de que hubieren sido deducidos. Como indica Clarke, ninguno de estos comentaristas a los que nos referimos admitiría esta conclusión y tampoco podría mostrar lugar alguno de la obra de Descartes en que se realice* la deducción *que postulan.*

A estas apreciaciones habría que añadir las relacionadas con las expresiones que utiliza Descartes para introducir los diversos principios de su física general, así como las relacionadas con las razones que guían la selección de las diversas «hipótesis o supuestos de su física». Todo ello no haría sino corroborar que Descartes ofrecía como garantía de los principios generales de su física tanto su capacidad explicativa como su acuerdo con la observación. La articulación de la física con la metafísica únicamente viene a expresar, según una afirmación de Clarke, «la articulación de las explicaciones científicas dentro del cuadro de base facilitado por su sistema metafísico, pero en modo alguno la verdad de las proposiciones metafísicas implica la verdad de los principios físicos». Por ello, la reorientación de la metafísica llevada a cabo por Descartes en modo alguno conllevó la creencia y defensa de la verdad de los principios físicos. Más bien, sus contemporáneos comprendieron la valoración que realizó de su física, apreciaron con justeza en qué medida era válido el testimonio de las experiencias aducidas por Descartes en favor de los principios y teorías físicas que desarrolló y, en consecuencia, procedieron a la revisión de su física, defendida dogmáticamente por alguno de sus discípulos en contra de los mismos supuestos metodológicos cartesianos. Ello justificó el juicio de Huygens para quien «il a excité d'autant plus ceux qui écrivaient après lui à le reprendre et tâcher de trouver quelque chose de meilleure». Tal fue también el propósito general que guió la confección y publicación de su discurso: «le reprendre». Era preciso continuar la construcción de «la nueva filosofía»; Descartes sólo estimó que «había abierto el camino» a la vez que apelaba a la colaboración de todos para construir una física más clara y útil que la enseñada por aquel entonces en las escuelas.



CRONOLOGIA*

1596

Nace en la Haye-en-Touraine, hijo de Joachim y Jeanne; el padre, consejero del Parlamento de Bretaña. Su medio es el de la pequeña nobleza; Descartes será siempre «gentilhombre».

1597

Muere su madre.

1604

Ingresa en el Colegio de La Flèche, regentado por los jesuitas, y una de las más célebres instituciones educativas de Francia. Estudia latín, griego, filosofía, matemáticas, hasta 1612.

---

* Reproducimos de modo prácticamente íntegro el presente apartado tal como fue compuesto por Vidal Peña para su estimable y cuidada edición de *Las Meditaciones Metafísicas.* Madrid, Alfaguara, 1977. Hemos suprimido únicamente la referencia a algún acontecimiento e introducido algún dato o apreciación.

1616

Obtiene su licenciatura en derecho en Poitiers. A partir de este momento, decide —como él dirá— estudiar «en el gran libro del mundo», y comienza sus viajes.

1618

Estando adscrito a Mauricio de Nassau (príncipe protestante que luchará contra los españoles en Holanda), conoce en Breda a Isaac Beeckman, que estimula grandemente su gusto por las matemáticas y la física. En ese mismo año le dedica su primera obra: el Compendium musicae.

1619

Permanece en los cuarteles de invierno del duque de Baviera; su actuación es irrelevante.

1620-1625

Lleva una vida viajera por Francia, Alemania, Suiza e Italia.

1625-1629

Establece su residencia en París, donde dedica largas temporadas al ocio mezcladas con desapariciones que, al parecer, le sirven para meditar y estudiar. El cardenal Bérulle le insta a que encuadre sus doctrinas dentro del espíritu católico.

1629

Parte para Holanda, donde permanecerá, con alguna interrupción durante veinte años. Alude como motivo de su exilio voluntario a la «búsqueda de la tranquilidad». Por esta época deja de incluir sus reflexiones metodológicas en los cuadernos de notas que habían de pasar a ser estimados como una obra clave: Regulae ad directionem ingenii.

1633

Enterado de la condena de Galileo por la Inquisición, renuncia a publicar por el momento su obra física. La divulga, con todo, entre sus amigos holandeses, y en Francia a través de su asiduo corresponsal, el Padre Mersenne.

1637

Publica El Discurso del Método, *como prólogo a tres ensayos:* la Dióptrica, los Meteoros y la Geometría, *sobre los cuales se fijó sobre todo la atención de la época, dando lugar a innumerables controversias. La correspondencia dedicada a los mismos supera en extensión la propia obra. En 1649 y por los Elzeviers (Amsterdam) se publica la segunda edición de* La Geometría. *Corre a cargo de Schooten, quien incluye explicaciones y problemas.*

1640

Muere su padre, cuya herencia le permite mejorar aún su ya cómoda posición.

1641

Tras someterlas al examen de los doctos, que le envían objeciones, publica (en latín) sus Meditaciones metafísicas. *Los aristotélicos acogen mal su obra.*

1642

El pastor Voëtius, rector de la Universidad de Utrech, emprende una serie de violentos ataques contra Descartes. Este escribe, en su defensa, la Epístola ad Voetium, *curioso documento por su carácter polémico. Aparece la segunda edición de las* Meditationes.

1643

Voetius consigue que el consejo de Utrech condene a Descartes, pero los amigos de éste consiguen del príncipe de Orange que detenga la persecución.

1644

Publica por primera vez, en latín, Los Principios de la Filosofía, *dedicados a la princesa Isabel de Bohemia, con la que Descartes mantenía una estrecha amistad, fomentada y plasmada en una extensa correspondencia.*

1647

Año agitado y lleno de intrigas contra Descartes. En este año se produce su reconciliación con Gassendi y su ruptura con Regius que se hizo pública y abierta con la publicación de Notas a un cierto Programa... Los Principios de la Filosofía *son publicados en París (Henri le Grass) después de haber revisado Descartes la traducción de Picot. Se edita la versión francesa de* Las Meditaciones; *edición conocida y revisada por Descartes.*

1649

Aparece el tratado Las pasiones del alma. *Invitado por la reina Cristina de Suecia (que pone a su disposición un navío de la escuadra), Descartes acude a la corte de Estocolmo.*

1650

Tras una estancia desapacible y no enteramente satisfactoria para Descartes, fallece en Estocolmo el 11 de febrero, cuando ya había manifestado deseos de efectuar su regreso.

1667

Inhumación de sus restos en Sainte-Geneviève du Mont.



BIBLIOGRAFIA SELECTA*

I. Ediciones Principales

ADAM, Charles, y TANNERY, Paul, *Oeuvres de Descartes*, Reimpresión, París, Vrin, 1957-58. (El volumen VI incluye la edición francesa cuya traducción facilitamos y la versión latina (*Specimina Philosophie seu dessertatio de Methodo recte regendae rationis, et veritatis in scientiis investigandae: Dioptrice, et Meteora*), realizada por E. de COURCELLES (1644), en la que no se tradujo *La Geometría*.)

ALQUIÉ, Ferdinand, *Oeuvres philosophiques de Descartes*, textes établis, présentés et annotés, par... París, Garnier, 1967. (En vol. I incluye partes importantes de *La Dióptrica* y *Los Meteoros*, pero no llega a reproducir texto alguno de *La Geometría*.)

* El lector de Descartes puede tomar conciencia de la ingente cantidad de estudios dedicados al análisis de su obra al consultar SEBBA, Gregor, *Bibliographia Cartesiana. A critical Guide to Descartes Literature*, 1800-1960, La Haya, Martinus Nijhoff, 1964. Considerando la perfección con que está elaborado este exhaustivo repertorio de bibliografía cartesiana nos referiremos exclusivamente a alguno de los estudios y artículos publicados con posterioridad a 1960 que, en su mayor parte, han sido utilizados al confeccionar esta edición.

BRIDOUX, André, *Descartes. Oeuvres et lettres.* París, Gallimard, 1953. (Junto con *El Discurso del Método* reproduce una amplia parte de *La Dióptrica*, el discurso octavo de *Los Meteoros* y parte del libro II de *La Geometría.*)

GARCÍA MORENTE, Manuel, *Discurso del Método. Meditaciones metafísicas.* Madrid, Espasa Calpe, 1937. (Aunque la edición no incluye ninguno de los tres ensayos, sin embargo es la que posee una de las traducciones más perfectas editadas en castellano y en la que todos hemos estudiado.)

GILSON, Etienne, *René Descartes. Discours de la Méthode; texte et commentaire*, 2.ª ed., París, Vrin, 1930. (Pieza clave de este comentarista para enjuiciar su presentación de Descartes.)

HALDANE-ROSS, *The philosophical works of Descartes* I, II. New York, Dover, 1955. (No se facilita una traducción parcial de ninguno de los tres Ensayos. La versión de *El Discurso del Método* ha sido reproducida en la colección «Great Books of the Western World», vol. 31, pp. 41 y ss.)

OLSCAMP, Paul J., *Discourse on Method, Optics, Geometry, and Metereology.* New York, Bobbs-Merril Co., 1965. (Varía el orden de los Ensayos respecto de la edición original.)

ROSSELL-SOLER, Pedro, *La Geometría.* Buenos Aires, Espasa Calpe, 1947.

SMITH-LATHAM, *The Geometry.* Encyclopedia Britannica, 1971.

II. ESTUDIOS

a) *Libros*

ARMOGATHE, *Theologica Cartesiana.* Haya-Nijhoff, 1978.

BECK, L. S., *The Metaphysics of Descartes.* Oxford, U.P., 1965.

BELAVAL, Yvon, *Leibniz, critique de Descartes.* París, Gallimard, 1960.

BOUILLIER, F., *Histoire de la philosophie cartésienne* I, II. Bruselas, 1969.

BURTT, Edwin A., *The metaphysical foundations of modern science.* Londres, Routledge-Kegan Paul, 1967.

BROADIE, Frederik, *An approach to Descartes' Meditations.* Londres, Athlone, 1970.

COTTINGHAM, J., *Descartes' Conversation with Burman.* Oxford, Clarendon P. 1976.

CRONIN, Timothy, *Objetive being in Descartes and Suárez.* Roma, Gregorian U.P., 1966.

CHAUVOIS, D., *Descartes. La méthode et ses erreurs en physiologie.* París, Ed. du Cèdre, 1966.

CHOMSKY, Nam, *Lingüística Cartesiana.* Madrid, Gredos, 1969.

DENISSOFF, E., *Descartes, premier théoricien de la physique mathèmatique.* Lovaina, Nauwelaerts, 1970.

EHRARD, Jean, *L'idée de nature en France à l'aube des lumières.* París, Flammarion 1970.

FRANKFURT, H. G., *Demons, Dreamers and Madmen: The Defense of Reason in Descartes' Meditations.* Indianápolis, Bobbs, Merril Co., 1970.

GRAYEFF, Félix, *Descartes.* Londres, Philip Goodall, 1977.

KENNY, Anthony, *Descartes, A Study of his Philosophy.* New York, Random House, 1968.

LLEDÓ, Emilio, *Filosofía y Lenguaje.* Barcelona, Ariel, 1970.

MARION, J. L., *René Descartes, Règles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité.* Haya-Nijhoff, 1977.

O'NEIL, B. E., *Epistemological Direct Realism in Descartes' Philosophy*. New México U.P., 1974.

ORTEGA-GASSET, J., *La Idea de principio en Leibniz y la evolución de la teoría deductiva*. O.C. VIII, Madrid, Rev. Occ., 1965.

RABADE, S., *Descartes y la gnoseología moderna*. Madrid, Toro, 1971.

ROD, W., *Descartes. Die innere Genesis des cartesianischen Systems*. München, E. Reinhardt V., 1964.

RODIS-LEWIS, G., *L'oeuvre de Descartes*, I, II. París, Vrin, 1971.

ROMANOWSKI, Sylvie, *L'Illusion chez Descartes*. París, 1974.

ROTH, Leon, *Spinoza, Descartes and Maimonides*. New York, Russell-Russell, 1963.

RYLE, G., *El Concepto de lo mental*. Buenos Aires, Paidós, 1967.

VARIOS, *Etudes sur Descartes*. Budapest, Akadémiai Kiadó, 1964.

VARIOS, *Essays in memory of Imre Lakatos*. (Véase: KURTHÜBNER, *Descartes' Rules of Impact and Their Criticism. An Exemple of the Structure of Processes in the History of Science*). Dordrecht, Reidel, 1976.

VARIOS, *New Perspectives on Galileo*. (Véase: SHEA, W. R., *Descartes as Critic of Galileo*). Dordrecht, 1978.

WATSON, Richard A., *The downfall of Cartesianisme* (1673-1712). Nijhoff, 1966.

WEBER, Jean-Paul, *La Constitution du texte des Regulae*. París, Sedes, 1964.

WILL, F. L., *Induction and justification; An Investigation of Cartesian Procedure in the Philosophy of Knowledge*. Ithaca, Cornell U.P., 1974.

WOODGER, *Biología y Lenguaje*. Madrid, Tecnos, 1978. Trad. Manuel Garrido.

b) *Artículos*

ALDRICH, Virgil C., «The Pineal Gland Updated», *The Journal of Philosophy*, LXVII, n. 19, 1970, pp. 700-710.

AZOUVI, F., «Le rôle du corps chez Descartes», *Revue de Métaphysique et de Morale*, 83.º año, n. 1, 1978, pp. 1-24.

BREWSTER, Leonard E., «How to Know Enough About the Unknown Faculty», *Journal of the History of Philosophy* XII, n. 3, 1974, pp. 367-371.

BROUGHTON, Janet, y MATTERN, Ruth, «Reinterpreting Descartes on the Notion of the Union of Mind and Body», *Journal of the History of Philosophy*, XVI, n. 1, 1978, pp. 23-33.

CATON, H., «The Status of Metaphysics in *The Discourse on Method*», *Man and World*, V, n. 4, 1972, pp. 468-474.

CLARKE, Desmond M., «Physique et Métaphysique chez Descartes», *Archives de Philosophie*, 1980, T. 43, C. 3, pp. 465-487.

COSTABEL, Pierre, «Les *Regulae* et l'actualité scientifique de leur temps», *Les Etudes Philosophiques*, 1976 (octubre-diciembre), pp. 405-415.

CHARLTON, William, «La certitude Cartesien», *Archives de Philosophie*, T. 38, C. 4, 1975, pp. 595-603.

CHOPRA, Y. N., «The Cogito and the Certanity of One's Own Existence», *Journal of the History of Philosophy*, XII, n. 2, 1974, pp. 171-181.

FELDMAN-LEVISON, «Antony Kenny and the Cartesian Circle», *Journal of the History of Philosophy*, IX, n. 4, 1971, pp. 491-497.

GEWIRTH, Alan, «The Cartesian Circle Reconsidered», *The Journal of Philosophy*, LXVII, n. 19, 1970, pp. 668-685.

GUÉRIN, Michel, «Le malin gènie et l'instauration de la pensée comme philosophie», *Revue de Métaphysique et de morale*, 79.º año, n. 2, 1974, pp. 145-177.

IMLAY, Robert A., «Intuition and the Cartesian Circle», *Journal of the History of Philosophy*, XI, n. 1, 1973, pp. 19-29.

KENNY, Anthony, «The Cartesian Circle and the Eternal Truths», *The Journal of Philosophy*, LXVII, n. 19, 1970, pp. 685-700.

KENNY, A., «A Reply», *Journal of the History of Philosophy*, IX, n. 4, 1971, pp. 497-498. (Responde al trabajo citado en esta sección, firmado por Feldman-Levison. Tal estudio analiza el tratado publicado por Kenny, citado en el apartado a) de esta sección.)

LIVET, Pierre, «Le traitement de l'information dans le *Traité des Passions*», *Revue Philosophique de la France et de l'Etranger*, CLXVIII, n. 1, 1978, pp. 3-35.

LLUBERES, Pedro, «Descartes y el argumento sobre la existencia», *Revista venezolana de Filosofía*, n. 2, 1975, pp. 83-120.

MORRIS, John, «Descartes' Natural Light», *Journal of the History of Philosophy*, V, XI, n. 2, 1973, pp. 169-187.

OEING-HANHOFF, Ludger, «Note sur l'argument ontologique chez Descartes et Bonaventure», *Archives de Philosophie*, T. 36, C. 4, 1973, pp. 643-656.

PIGUET, J. Claude, «L'Esprit d'aventure en philosophie», *Man and World*, V, n. 4, 1972, pp. 381-392.

PITTE, F., «Reservatins on a Post-Wittgensteinian View of Descartes», *Philosophy and Phenomenological Research*, XXV, n. 1, 1974, pp. 107-115.

RUBIN, Ronald, «Descartes' Validation of Clear and Distinct Apprehension», *The Philosophical Review*, LXXXVI, n. 2, 1977, pp. 197-209.

SCHIFFER, Stephen, «Descartes on His Essence», *The Philosophical Review*, LXXXV, n. 1, 1976, pp. 21-44.

SCHOULS, Peter A., «Descartes and the Autonomy of Reason», *Journal of the History of Philosophy*, X, n. 3, 1972, pp. 307-323.

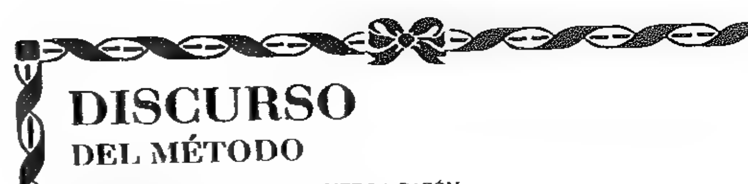
SPAEMANN, Robert: «La Morale Provisoire de Descartes», *Archives de Philosophie*, 1972, T. 35, C. 3, pp. 353-369.

SPECHT, R., «Descartes. Un ejemplo de ciencia natural en los albores de la época moderna», *Dianoia*, 1970, pp. 20-42.

SUTER, Ronald, «*Sum* is a logical consecuence of *Cogito*», *Philosophy and Phenomenological Research*, XXXII, pp. 235-240.

VERGA, Leonardo, «Ragione ed esperienza nelle morali di Cartesio e de Cartesiani», *Revue Internationale de Philosophie*, n. 114, Fasc. 4, 1975, pp. 453-475.

VUILLEMIN, Jules, «Sur la difference et l'identité des méthodes de la metaphysique et des mathématiques chez Descartes et Leibniz et sur la conception classique des principes de causalité et de correspondance», *Archiv Für Geschichte der Philosophie*, 43, 1961, pp. 239-303.



DISCURSO

DEL MÉTODO

PARA DIRIGIR ADECUADAMENTE LA RAZÓN
E INVESTIGAR
LA VERDAD EN LAS CIENCIAS

LA DIÓPTRICA
LOS METEOROS
Y
LA GEOMETRÍA

Ensayos de este Método



DISCURSO

DEL MÉTODO

Este Ensayo mantiene un desarrollo y programación perfectos. Fruto de un estudio y dedicación absolutas, pone de relieve la importancia que Descartes concedió a este campo de problemas que no sólo habría de permitir acceder a un más vasto conocimiento de la naturaleza, sino también perfeccionar los medios que habían de servir para subsanar determinados defectos en el hombre. Tales propósitos justifican el período de tiempo dedicado al estudio de estas cuestiones y el modo en que acometió con tal campo de problemas: «es preciso, comenta en carta a Mersenne, que me dedique de forma absoluta al estudio de una materia». El interés de estas cuestiones le lleva a plantear igualmente la siguiente pregunta: «...es un tema de una importancia mayor de la que se imagina. Habiendo tantas personas en París que pierden el dinero haciendo soplar a los charlatanes, ¿no habría alguien que estuviera dispuesto a emplearlo para que alguien se entregase a esta cuestión durante seis meses?» (A Mersenne, 8 de octubre de 1629). Véase igualmente en A-T, III, 610, 7/14.

Asimismo, debe observarse que Descartes finaliza el Discurso VII advirtiendo que pertenecen a la Dióptrica aquellos estudios que «intentan remediar los mismos defectos (de la vista) mediante la aplicación de algunos instrumentos artificiales». En este sentido Descartes no inicia la roturación de un terreno virgen. Ya existían aportaciones como las de Porta (*Jo. Bapt. Portae... Magiae Naturales Libri XV* y el *De Refractione*), Maurolico (*Theoremata de lumine et umbra*), Kepler (*Ad Vitellionem Paralipomena y Dioptrice*), Marco Antonio de Dominis (*De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et iride tractatus*), Aguilon (*Francisci Aguilonii e Societate Iesu Opticorum Libri sex Philosophis iuxta ac Mathematicis Utiles*). No obstante, defendió con energía y taxativamente la índole personal de sus trabajos cuando se planteaba alguna vinculación de los mismos de modo injustificado. Tal sería el caso cuando «agradece los cuidados por defender su partido, pero no creo que exista persona alguna de juicio que estime que he tomado mi Dióptrica de Roger Bacon o de Fioraventi quien no ha sido sino un charlatán italiano» (A-T, II, 447, 14/18).



DISCURSO

DEL METODO[1]

A-T, VI, 1 PARA DIRIGIR ADECUADAMENTE[2] LA RAZON E INDAGAR LA VERDAD EN LAS CIENCIAS[3]

Si este discurso pareciera demasiado extenso para ser leído de una sola vez, podría dividirse en seis partes: en la primera se encontrarán diversas consideraciones relacionadas con las ciencias. En la segunda, las reglas más características[4] del método que el autor ha indagado[5]. En la tercera, algunas reglas de moral que ha obtenido de este método[6]. En la cuarta parte, las razones que permiten establecer la existencia de Dios y del alma humana, que constituyen los fundamentos de su metafísica. En la quinta, se detalla el orden[7] seguido en sus investigaciones de física y, en particular, la explicación del movimiento del corazón y algunas otras dificultades relacionadas con la medicina, así como también la diferencia existente entre el hombre y los animales en relación con el alma. En la última parte, expone lo que estima es necesario para avanzar en la investigación de la naturaleza más allá de donde él ha llegado, así como las razones que le han impulsado a redactar este discurso[8].

PRIMERA PARTE[9]

El buen sentido[10] es la cosa mejor repartida del mundo, ya que cada uno estima estar tan bien provisto que hasta los que son los más difíciles de satisfacer en
A-T, VI, 2 cualquier otra cosa[11], no suelen ambicionar por lo general más del que poseen[12]. Al opinar de este modo

no es verosímil que todos se equivoquen; más bien esto parece testimoniar que la capacidad de juzgar correctamente y de distinguir lo verdadero de lo falso, que es lo que propiamente se entiende por buen sentido o razón, es por naturaleza igual en todos los hombres[13]. Según esto, la diversidad de nuestras opiniones no se origina porque unos hombres posean más razón que otros, sino que proviene solamente del hecho de que conducimos nuestras reflexiones por distintas vías y no examinamos atentamente las mismas cosas. No es suficiente, pues, poseer un buen ingenio sino que lo principal es aplicarlo correctamente. Las almas más eminentes son capaces de los mayores vicios como de las mayores virtudes[14]. Y aquellos que caminan con gran lentitud si siguen el recto camino, pueden lograr una gran ventaja sobre aquellos que avanzan con mayor rapidez pero que se han alejado de tal camino.

Por mi parte, nunca he estimado que mi ingenio[15] fuese en cualquier aspecto superior en perfección al que posee la generalidad de los hombres; por el contrario y con frecuencia he deseado una agilidad de pensamiento, una imaginación tan nítida y distinta o una memoria tan vasta o viva como la que otros poseen. No conozco otras cualidades si exceptuamos las enumeradas que puedan contribuir al perfeccionamiento del ingenio. Digo tal, pues, en lo relacionado con la razón o el buen sentido, en tanto que es la única propiedad que nos hace hombres y nos distingue de los animales, quiero creer que está en cada uno de nosotros, siguiendo en esto la opinión general de los filósofos cuando afirman que no existen diferencias de grado sino entre *los accidentes* y no entre *las formas* o naturalezas de *los individuos* de una misma *especie*[16]. A-T, VI, 3

No dudo en afirmar que creo haber tenido una gran suerte, pues desde mi juventud estuve en contacto con ciertas orientaciones[17] que suscitaron en mí consideraciones y máximas a partir de las cuales he llegado a formar un método por medio del cual me parece que es posible acrecentar gradualmente mis conocimientos y situarlos poco a poco en el grado más alto que sea alcanzable, teniendo presente no sólo la mediocridad de mi ingenio[18], sino también la corta duración de mi vida. Pues ya he recogido tales frutos que, aun cuando en los juicios que sobre mí mismo hago siempre tiendo a inclinarme hacia el lado de la desconfianza más que hacia el de la presunción, y aun cuando, al observar con espíritu filosófico las distintas empresas y actividades de

los hombres, no encuentro casi ninguna que no me parezca vana e inútil, no deja de producirme una gran satisfacción comprobar el progreso que he alcanzado en la búsqueda de la verdad ni dejo de concebir tales esperanzas para el futuro como para que pueda dudar de que si entre las ocupaciones propias de los hombres[19] existe alguna calificada e importante, no sea tal la que ha sido elegida por mí.

Puedo, no obstante, estar equivocado y apreciar como oro y diamantes lo que no es sino un trozo de cobre o cristal. Conozco nuestra propensión a equivocarnos en todo lo que nos afecta y cuán sospechosos deben parecernos los juicios pronunciados en nuestro favor por los amigos. Con todo me agradaría exponer A-T, VI, 4 en este discurso las orientaciones que he seguido, presentando mi vida como en un cuadro con la finalidad de que todos puedan juzgar. De este modo, recogiendo las opiniones que han de surgir, tendré un nuevo medio para instruirme que sumaré a los que empleo habitualmente[20].

Así, pues, no es mi deseo enseñar en este tratado el método que cada persona debe seguir para dirigir adecuadamente su razón; únicamente intento presentar cómo me he esforzado en dirigir la mía. Aquellos que se atreven a dar preceptos[21] deben estimarse más hábiles que aquellos a los que se dirigen y, por esta razón, los primeros son censurables si cometen el menor error. Pero supuesto que propongo este tratado solamente como una historia o, si se prefiere, como una fábula, en la que junto con algunos ejemplos imitables se encontrarán quizá otros varios que con razón no serán seguidos, espero que llegue a tener utilidad para algunos sin que llegue a ser perjudicial para nadie y que todos agradecerán mi franqueza[22].

Desde la niñez fui habituado en el estudio de las letras[23] y tenía un apasionado deseo de conocerlas, pues me persuadían[24] de que mediante tales estudios se podía adquirir un conocimiento claro y al abrigo de dudas sobre todo lo que es útil para la vida. Pero modifiqué por completo mi opinión tan pronto como hube concluido mis estudios[25], momento en el que existe la costumbre de ser recibido en el rango de los doctos. Tantas dudas y errores me embargaban que, habiendo intentado instruirme, me parecía no haber alcanzado resultado alguno si exceptuamos el progre- A-T, VI, 5 sivo descubrimiento de mi ignorancia. Y sin embargo, realizaba mis estudios en una de las escuelas más

notables de Europa[26], centro en el que consideraba que debían encontrarse hombres sabios si es que existían en algún lugar de la tierra. Había llegado a conocer todo lo que los compañeros aprendían; pero no estando satisfecho con las ciencias que nos enseñaban, había llegado a revisar cuantos libros cayeron en mis manos, relacionados con las ciencias estimadas como las más curiosas y raras[27]. Por otra parte, era sabedor de los juicios que otros hacían sobre mí y no apreciaba que se me considerase inferior a mis condiscípulos aunque alguno de ellos ya hubiese sido destinado para ocupar puestos de nuestros maestros. Finalmente, nuestra época me parecía tan floreciente y fértil en destacados ingenios como cualquier otra. Por todo esto me llegüé a sentir con ánimos para tomar la libertad de juzgar a los demás por mí mismo y para pensar que no existía doctrina alguna en el mundo tal y como la que se me había hecho desear al inicio de mis estudios[28].

No dejaba por ello de estimar el valor de los ejercicios que se practican en las escuelas. Las lenguas allí estudiadas[29] reconocía que eran necesarias para comprender las obras de la antigüedad; apreciaba que la graciosa elegancia de las fábulas excita el ingenio así como que las memorables acciones narradas por la historia lo exaltan y siendo leídas con discreción contribuyen a la formación del juicio. Opinaba también que la lectura de las grandes obras es similar a una conversación mantenida con las gentes más honestas del pasado, que han sido sus autores y, a la vez, una conversación minuciosa en la que nos dan a conocer únicamente lo más selecto de sus pensamientos; así mismo, consideraba que la elocuencia posee una belleza y una capacidad de seducción incomparables y que la suave dulzura de la poesía puede engendrar entusiasmo; A-T, VI, 6
estimaba que las matemáticas permiten sutiles invenciones que pueden contribuir tanto a satisfacer a los curiosos[30] como a facilitar las artes mecánicas y a disminuir el trabajo de los hombres[31]; creía que los escritos relacionados con temas de costumbres contienen múltiples enseñanzas y abundantes exhortaciones a la virtud que son de gran utilidad[32], que la teología enseña la doctrina para alcanzar el cielo[33] y que la filosofía ofrece el medio que nos permite hablar con verosimilitud de todas las cosas y hacernos admirar por parte de los menos sabios; que la jurisprudencia[34], la medicina y otras ciencias proporcionan honores y riquezas a quienes las cultivan; finalmente juzgaba que

era necesario examinar todas las ciencias, hasta las más supersticiosas y falsas, con el fin de apreciarlas en su justo valor y prevenir el error[35].

Pero estimaba también que ya había dedicado suficiente tiempo no sólo al aprendizaje de las lenguas, sino también a la lectura de los libros antiguos, de sus historias y fábulas. Y puesto que es casi lo mismo conversar con personas de otros siglos que viajar, juzgaba provechoso estar informado de las costumbres de los diversos pueblos, evitándose de esta forma el opinar que todo lo que es contrario a nuestras modas es ridículo y contra la razón, tal y como acostumbran a pensar los que nada han conocido. Pero así como cuando se dedica excesivo tiempo a viajar llega uno a sentirse extranjero en su país, de igual modo cuando se posee curiosidad excesiva por los acontecimientos de los siglos pasados, se llega por lo general a ignorar lo que acontece en el momento presente. Por otra parte, las
A-T, VI, 7 fábulas suscitan la imaginación de muchos sucesos como posibles, cuando en absoluto lo son. Aun las más fieles historias, si bien no cambian ni revalorizan los sucesos con el fin de hacerlos más dignos de ser leídos, sin embargo omiten casi siempre la descripción de aquellas circunstancias más vulgares y menos reputadas por su distinción. Todo ello motiva una impresión de irrealidad y que aquellos que reglan sus costumbres por los ejemplos que de ellas obtienen, estén expuestos no sólo a caer en las extravagancias de los héroes de nuestras novelas, sino también a concebir proyectos que son superiores a sus fuerzas[36].

Admiraba en alto grado la elocuencia y era un amante de la poesía[37], pero opinaba que tanto la una como la otra eran cualidades del ingenio más que frutos del estudio. Aquellos que poseen una excelente capacidad para razonar y disponen con orden[38] sus pensamientos con la finalidad de hacerlos claros e inteligibles, siempre serán capaces de persuadir sobre el tema que se han propuesto aunque hablen la lengua de la baja Bretaña y jamás hayan estudiado retórica[39]. De igual forma los que son capaces de evocar las invenciones más agradables y expresarlas con el mayor ornato y delicadeza, no dejarán de ser los mejores poetas aunque desconozcan el arte poética.

El estudio de las matemáticas me producía un especial deleite dada la certeza y evidencia de sus razonamientos. Pero aún no había logrado percatarme de su verdadera función[40] y, considerando que únicamente

eran aplicadas a las artes mecánicas, me producía una gran extrañeza el que dada la firme solidez de sus fundamentos no se hubiera construido sobre los mismos algo más destacado. Por el contrario, los escritos de los antiguos paganos relacionados con temas de costumbres los comparaba con palacios de soberbia magnificencia, pero construidos sobre la arena y el lodo; A-T, VI, 8 exaltan en grado máximo las virtudes y las presentan como lo más estimable de cuanto hay en el mundo, pero no facilitan un conocimiento suficiente de la virtud[41] y, frecuentemente, lo que califican con tan digno nombre no es sino insensibilidad, orgullo, desesperación o parricidio[42].

Honraba con un respetuoso sentimiento la teología y, como cualquier otro, aspiraba a merecer el cielo. Pero habiéndoseme enseñado como algo muy seguro que su camino no es menos accesible para los ignorantes que para los doctos y que las verdades reveladas, que al mismo conducen, exceden la capacidad de nuestra inteligencia, no llegué a caer en la temeridad de someterlas al débil análisis de mis razonamientos, pues opinaba que para acometer su examen y finalizarlo con éxito era necesaria alguna extraordinaria asistencia del cielo y ser, pues, algo más que un hombre[43].

Nada opinaré sobre la filosofía. Unicamente, viendo que había sido cultivada por los ingenios más destacados que han existido desde hace siglos y que, sin embargo, no existe cuestión alguna sobre la que aún no se discuta y, en consecuencia, que no sea dudosa, carecía de la presunción necesaria para abrigar la esperanza de alcanzar un final más feliz que el de otros. Considerando, por otra parte, cuán diversas opiniones pueden darse relacionadas con una misma materia, defendidas por gentes doctas, cuando sólo una de ellas puede ser verdadera, estimaba como falso todo lo que no era más que verosímil[44].

En relación con las otras ciencias[45] juzgaba que en la medida en que tomaban sus principios de la filosofía, no A-T, VI, 9 podían haber construido algo sólido sobre cimientos tan poco estables. Ni el honor ni el provecho que prometen eran razones suficientes para incitarme a su conocimiento, pues, gracias a Dios, no me encontraba en una situación tal como para verme obligado a convertir la ciencia en un oficio con el que acrecentar mis riquezas[46]. Y aunque no hiciera pública demostración de despreciar la gloria como el cínico, estimaba excesivamente poco aquella que únicamente podía adquirir mediante falsos títulos. Finalmente, en relación con las vanas doctrinas, consideraba que conocía suficientemente su valor, de forma que no podía ser engañado ni por las promesas de un alquimista, ni por las predicciones de un astrólogo, ni por las imposturas de un mago, ni por los artificios o presunción de todos los que hacen profesión de aparentar saber más de lo que saben[47].

Por estas razones, tan pronto como la edad me permitió alejarme del acatamiento a mis preceptores, abandoné de forma total el estudio de las letras y tomando la decisión de no buscar otra ciencia que la que pudiera encontrar en mí mismo o en el gran libro del mundo, dediqué el resto de mis años de juventud a viajar, conocer cortes y ejércitos, tratar con gentes de diversos temperamentos y condición social, coleccionar experiencias, ponerme a prueba en las ocasiones que la fortuna me ofrecía y reflexionar en cualquier ocasión de forma tal sobre las cosas que se presentaban que siempre pudiese obtener algún provecho. Pensaba, pues, que podía alcanzar mayor verdad considerando aquellos razonamientos relacionados con asuntos importantes para uno, pues su desarrollo puede inmediatamente
A-T, VI, 10 te serle contraproducente si ha juzgado mal, que aquellos otros que hace un hombre de letras en su lugar de estudio, relacionados con especulaciones carentes de toda aplicación[48] y que no tendrán otra consecuencia para él si exceptuamos que quizá pueden constituir un motivo de vanidad tanto mayor cuanto más alejadas se encuentren del sentido común, ya que habrá debido emplear para ello más ingenio y artificio en intentar hacerlas verosímiles. Tenía un gran deseo de aprender a distinguir lo verdadero de lo falso con la finalidad de ver claro en mis acciones y de avanzar con seguridad en esta vida.

También es verdad que durante la época en que no hacía sino considerar atentamente las costumbres de los otros hombres, apenas encontraba alguna de cuya validez pudiera convencerme, observando que en esta cuestión existía tanta diversidad como la anteriormente indicada en relación con las opiniones de los filósofos. Así, pues, el mayor provecho que de tal observación obtenía era que, viendo muchas cosas que aunque nos parecen extravagantes y ridículas, no por ello dejan de ser generalmente aceptadas y aprobadas por otros grandes pueblos, aprendía a no creer nada con seguridad de todo lo que había sido persuadido únicamente

por la costumbre y el ejemplo, librándome de esta forma poco a poco de muchos errores que pueden ofuscar nuestra luz natural y hacernos menos capaces para seguir la razón. Pero después de haber empleado varios años en realizar un estudio del libro del mundo, intentando adquirir alguna experiencia, tomé un día la resolución de analizar todo según mi razón y de emplear todas las fuerzas de mi ingenio en seleccionar los caminos que debía seguir. Estimo que esto me permitió obtener un provecho mayor del que hubiera A-T, VI, 11 podido alcanzar permaneciendo en mi país y atendiendo a mis libros[49].

SEGUNDA PARTE[1]

Me encontraba entonces[2] en Alemania, país al que había sido atraído por el deseo de conocer unas guerras que aún no han finalizado[3]. Cuando retornaba hacia la armada después de haber presenciado la coronación del emperador[4], el inicio del invierno me obligó a detenerme en un cuartel en el que, no encontrando conversación alguna que distrajera mi atención y, por otra parte, no teniendo afortunadamente preocupaciones o pasiones que me inquietasen, permanecía durante todo el día en una cálida habitación donde disfrutaba analizando mis reflexiones. Una de las primera fue la que me hacía percatarme de que frecuentemente no existe tanta perfección en obras compuestas de muchos elementos y realizadas por diversos maestros como existe en aquellas que han sido ejecutadas por uno solo[5]. Así, es fácil comprobar que los edificios emprendidos y construidos bajo la dirección de un mismo arquitecto son generalmente más bellos y están mejor dispuestos que aquellos otros que han sido reformados bajo la dirección de varios, sirviéndose para ello de viejos cimientos que habían sido levantados con otros fines. Así sucede con esas viejas ciudades que, no habiendo sido en sus inicios sino pequeños burgos, han llegado a ser con el tiempo

grandes ciudades. Estas generalmente están muy mal trazadas si las comparamos con esas otras ciudades que un ingeniero ha diseñado según le dictó su fantasía sobre una llanura. Pues si bien considerando cada uno de los edificios aisladamente se encuentra tanta belleza artística o aún más que en las ciudades trazadas por un ingeniero, sin embargo, al comprobar cómo sus edificios
A-T, VI, 12 están emplazados, uno pequeño junto a uno grande, y cómo sus calles son desiguales y curvas, podría afirmarse que ha sido la casualidad y no el deseo de unos hombres regidos por una razón la que ha dirigido el trazado de tales planos. Y si se considera que siempre han existido oficiales encargados del cuidado de los edificios particulares, con el fin de que contribuyan al ornato público, fácilmente se comprenderá cuán difícil es, trabajando sobre obras realizadas por otros hombres, finalizar algo perfecto. De igual modo, me imaginaba que los pueblos que a partir de un estado semisalvaje han evolucionado paulatinamente hacia estados más civilizados, elaborando sus leyes en la medida en que se han visto obligados por los crímenes y disputas que entre ellos surgían, no están políticamente tan organizados como aquellos que desde el momento en que se han reunido han observado la constitución realizada por algún prudente legislador. Es igualmente cierto que el gobierno de la verdadera religión, cuyas leyes han sido dadas únicamente por Dios, está incomparablemente mejor regulado que cualquier otro. Pero, hablando solamente de los asuntos humanos, pienso que si Esparta fue en otro tiempo muy floreciente no se debió a la bondad de cada una de sus leyes, pues muchas eran verdaderamente extrañas y hasta contrarias a las buenas costumbres[6], sino a que fueron elaboradas por un solo hombre[7], estando ordenadas a un mismo fin. De igual modo, juzgaba que las ciencias expuestas en los libros, al menos aquéllas cuyas razones solamente son probables y que carecen de demostraciones, habiendo sido compuestas y progresivamente engrosadas con las opiniones de muchas y diversas personas, no están tan cerca de la verdad como los simples razonamientos que un hombre de buen sentido puede
A-T, VI, 13 naturalmente realizar en relación con aquellas cosas que se presentan. Y también pensaba que es casi imposible que nuestros juicios puedan estar tan carentes de prejuicios o que puedan ser tan sólidos como lo hubieran sido si desde nuestro nacimiento hubiésemos estado en posesión del uso completo de nuestra razón y

nos hubiésemos guiado exclusivamente por ella, pues como todos hemos sido niños antes de llegar a ser hombres, ha sido preciso que fuéramos gobernados durante años por nuestros apetitos y preceptores, cuando con frecuencia los unos eran contrarios a los otros y, probablemente, ni los unos ni los otros nos aconsejaban lo mejor[8].

Verdad es que jamás vemos que se derriben todas las casas de una villa con el único propósito de reconstruirlas de modo distinto y de contribuir a un mayor embellecimiento de sus calles; pero sí se conoce que muchas personas ordenan el derribo de sus casas para edificarlas de nuevo y también se sabe que en algunas ocasiones se ven obligadas a ello cuando sus viviendas amenazan ruina y cuando sus cimientos no son firmes. Por semejanza con esto me persuadía de que no sería razonable que alguien[9] proyectase reformar un Estado, modificando todo desde sus cimientos, y abatiéndolo para reordenarlo; sucede lo mismo con el conjunto de las ciencias o con el orden establecido en las escuelas para enseñarlas[10]. Pero en relación con todas aquellas opiniones que hasta entonces habían sido creídas por mí, juzgaba que no podía intentar algo mejor que emprender con sinceridad la supresión de las mismas[11], bien para pasar a creer otras mejores o bien las mismas, pero después de que hubiesen sido ajustadas mediante A-T, VI, 14
el nivel de la razón[12]. Llegué a creer con firmeza que de esta forma acertaría a dirigir mi vida mucho mejor que si me limitase a edificar sobre antiguos cimientos y me apoyase solamente sobre aquellos principios de los que me había dejado persuadir durante mi juventud sin haber llegado a examinar si eran verdaderos. Aunque me percatase de la existencia de diversas dificultades relacionadas con este proyecto, pensaba, sin embargo, que no eran insolubles ni comparables con aquellas que surgen al intentar la reforma de pequeños asuntos públicos. Estos grandes cuerpos políticos muy difícilmente pueden ser erigidos de nuevo cuando ya han caído, muy difícilmente pueden ser contenidos cuando han llegado a agrietarse y sus caídas son necesariamente muy violentas. Además, en relación con sus imperfecciones, si las tienen, como la sola diversidad que entre ellos existe es suficiente para asegurar que bastantes la tienen, han sido sin duda alguna muy mitigadas por el uso; es más, por tal medio se han evitado o corregido de modo gradual muchas a las que no se atendería de forma tan adecuada mediante la prudencia humana. Finalmente,

estas imperfecciones son casi siempre más soportables para un pueblo habituado a ellas de lo que sería su cambio[13]; acontece con esto lo mismo que con los caminos reales: serpean entre las montañas y poco a poco llegan a estar tan lisos y a ser tan cómodos a fuerza de ser utilizados que es mucho mejor transitar por ellos que intentar seguir el camino más recto, escalando rocas y descendiendo hasta los precipicios.

Por ello no aprobaría en forma alguna[14] esos caracteres ligeros e inquietos que no cesan de idear constantemente alguna nueva reforma cuando no han sido llamados a la administración de los asuntos públicos ni
A-T, VI, 15 por su nacimiento ni por su posición social[15]. Y si llegara a pensar que hubo la menor razón en este escrito por la que se me pudo suponer partidario de esta locura, estaría muy enojado porque hubiese sido publicado. Mi deseo nunca ha ido más lejos del intento de reformar mis propias opiniones y de construir sobre un cimiento enteramente personal. Y si mi trabajo me ha llegado a complacer bastante, al ofrecer aquí el ejemplo del mismo[16], no pretendo aconsejar a nadie que lo imite. Aquéllos a los que Dios ha distinguido con sus dones podrán tener proyectos más elevados, pero me temo, no obstante, que éste resulte demasiado osado para muchos. La resolución de liberarse de todas las opiniones anteriormente integradas dentro de nuestra creencia, no es una labor que deba ser acometida por cada hombre. Por el contrario, el mundo parece estar compuesto principalmente de dos tipos de personas para las cuales tal propósito no es adecuado en modo alguno. Por una parte, aquellos que estimándose más capacitados de lo que en realidad son, no pueden impedir la precipitación en sus juicios ni logran concederse el tiempo necesario para conducir ordenadamente sus pensamientos. Como consecuencia de tal defecto, si en una ocasión se toman la libertad de dudar de los principios que han recibido, apartándose de la senda común, jamás llegarán a encontrar el sendero necesario para avanzar más recto, permaneciendo en el error durante toda su vida. Por otra parte están aquellos que, teniendo la suficiente razón o modestia para apreciar que son menos capaces para distinguir lo verdadero de lo falso que otros hombres por los que pueden ser instruidos, deben más bien contentarse con seguir las opiniones de estos que intentar alcanzar por sí mismos otras mejores[17].

A-T, VI, 16 Sin duda alguna habría sido uno de estos últimos

si no hubiera conocido más que un solo maestro o no hubiera tenido noticia de las diferencias que siempre han existido entre las opiniones de los más doctos[18]. Pero habiendo conocido desde el colegio que no podría imaginarse algo tan extraño y poco comprensible que no haya sido dicho por alguno de los filósofos; habiendo tenido noticia por mis viajes de que todos aquéllos cuyos sentimientos son muy contrarios a los nuestros, no por ello deben ser juzgados como bárbaros o salvajes, sino que muchos de entre ellos usan la razón tan adecuadamente o mejor que nosotros; habiendo reflexionado sobre cuán diferente llegaría a ser un hombre que con su mismo ingenio fuese criado desde su infancia entre franceses o alemanes en vez de haberlo sido entre chinos o caníbales, y sobre cómo hasta en las modas de nuestros trajes observamos que lo que nos ha gustado hace diez años y acaso vuelva a producirnos agrado dentro de otros diez, puede, sin embargo, parecernos ridículo y extravagante en el momento presente, de modo que más parece que son la costumbre y el ejemplo los que nos persuaden y no conocimiento alguno cierto; habiendo considerado finalmente que la pluralidad de votos no vale en absoluto para decidir sobre la verdad de cuestiones controvertibles, pues más verosímil es que sólo un hombre las descubra que todo un pueblo, no podía escoger persona alguna cuyas opiniones me pareciesen que debían ser preferidas a las de otra y me encontraba por todo ello obligado a emprender por mí mismo la tarea de conducirme[19].

Pero al igual que un hombre que camina solo y en la oscuridad, tomé la resolución de avanzar tan lentamen- A-T, VI, 17
te y de usar tal circunspección en todas las cosas que aunque avanzase muy poco, al menos me cuidaría al máximo de caer. Por otra parte, no quise comenzar a rechazar por completo alguna de las opiniones que hubiesen podido deslizarse durante otra etapa de mi vida en mis creencias sin haber sido asimiladas en virtud de la razón, hasta que no hubiese empleado el tiempo suficiente para completar el proyecto emprendido e indagar el verdadero método con el fin de conseguir el conocimiento de todas las cosas de las que mi espíritu fuera capaz.

Había estudiado un poco, siendo más joven, la lógica de entre las partes de la filosofía[20]; de las matemáticas, el análisis de los geómetras y el álgebra. Tres artes o ciencias[21] que debían contribuir en algo a mi propósito. Pero habiéndolas examinado, me percaté de que en

relación con la lógica, sus silogismos y la mayor parte de sus reglas sirven más para explicar a otro cuestiones ya conocidas o, también, como sucede con el arte de Lulio[22], para hablar sin juicio de aquellas que se ignoran que para llegar a conocerlas. Y si bien la lógica contiene muchos preceptos verdaderos y muy adecuados, hay, sin embargo, mezclados con éstos otros muchos que o bien son perjudiciales o bien superfluos, de modo que es tan difícil separarlos como sacar una Diana o una Minerva de un bloque de mármol aún no trabajado. Igualmente, en relación con el análisis de los antiguos o el álgebra de los modernos[23], además de que no se refieren sino a muy abstractas materias que parecen carecer de todo uso, el primero está tan circunscrito a la consideración de las figuras que no
T, VI, 18 permite ejercer el entendimiento sin fatigar excesivamente la imaginación[24]. La segunda está tan sometida a ciertas reglas y cifras[25] que se ha convertido en un arte confuso y oscuro capaz de distorsionar el ingenio en vez de ser una ciencia que favorezca su desarrollo. Todo esto fue la causa por la que pensaba que era preciso indagar otro método que, asimilando las ventajas de estos tres, estuviera exento de sus defectos[26]. Y como la multiplicidad de leyes frecuentemente sirve de excusa para los vicios de tal forma que un Estado está mejor regido cuando no existen más que unas pocas leyes que son minuciosamente observadas, de la misma forma, en lugar del gran número de preceptos del cual está compuesta la lógica, estimé que tendría suficiente con los cuatro siguientes con tal de que tomase la firme y constante resolución de no incumplir ni una sola vez su observancia.

El primero consistía en no admitir cosa alguna como verdadera si no se la había conocido evidentemente como tal. Es decir, con todo cuidado debía evitar la precipitación y la prevención, admitiendo exclusivamente en mis juicios aquello que se presentara tan clara y distintamente a mi espíritu que no tuviera motivo alguno para ponerlo en duda[27].

El segundo exigía que dividiese cada una de las dificultades a examinar en tantas parcelas como fuera posible y necesario para resolverlas más fácilmente[28].

El tercero requería conducir por orden mis reflexiones comenzando por los objetos más simples y más fácilmente cognoscibles, para ascender poco a poco, gradualmente, hasta el conocimiento de los más com-
A-T, VI, 19 plejos, suponiendo inclusive un orden entre aquellos

que no se preceden naturalmente los unos a los otros[29].

Según el último de estos preceptos debería realizar recuentos tan completos y revisiones tan amplias que pudiese estar seguro de no omitir nada[30].

Las largas cadenas de razones simples y fáciles, por medio de las cuales generalmente los geómetras llegan a alcanzar las demostraciones más difíciles, me habían proporcionado la ocasión de imaginar que todas las cosas que pueden ser objeto del conocimiento de los hombres se entrelazan de igual forma[31] y que, absteniéndose de admitir como verdadera alguna que no lo sea y guardando siempre el orden necesario para deducir unas de otras, no puede haber algunas tan alejadas de nuestro conocimiento que no podamos, finalmente, conocer ni tan ocultas que no podamos llegar a descubrir. No supuso para mí una gran dificultad el decidir por cuáles era necesario iniciar el estudio: previamente sabía que debía ser por las más simples y las más fácilmente cognoscibles. Y considerando que entre todos aquellos que han intentado buscar la verdad en el campo de las ciencias, solamente los matemáticos han establecido algunas demostraciones, es decir, algunas razones ciertas y evidentes, no dudaba que debía comenzar por las mismas que ellos habían examinado. No esperaba alcanzar alguna utilidad si exceptuamos el que habituarían mi ingenio a considerar atentamente la verdad y a no contentarse con falsas razones. Pero, por ello, no llegué a tener el deseo de conocer todas las ciencias particulares que comúnmente se conocen como
matemáticas, pues viendo que aunque sus objetos son A-T, VI, 20
diferentes, sin embargo, no dejan de tener en común el que no consideran otra cosa, sino las diversas relaciones y posibles proporciones que entre los mismos se dan, pensaba que poseía un mayor interés que examinase solamente las proporciones en general y en relación con aquellos sujetos que servirían para hacer más cómodo el conocimiento. Es más, sin vincularlas en forma alguna a ellos para poder aplicarlas tanto mejor a todos aquellos que conviniera. Posteriormente, habiendo advertido que para analizar tales proporciones tendría necesidad en alguna ocasión de considerar a cada una en particular y en otras ocasiones solamente debería retener o comprender varias conjuntamente en mi memoria, opinaba que para mejor analizarlas en particular, debía suponer que se daban entre líneas puesto que no encontraba nada más simple ni que pudiera representar con mayor distinción ante mi imaginación y sentidos; pero para

retener o considerar varias conjuntamente, era preciso que las diera a conocer mediante algunas cifras, lo más breves que fuera posible[32]. Por este medio recogería lo mejor que se da en el análisis geométrico y en el álgebra, corrigiendo, a la vez, los defectos de una mediante los procedimientos de la otra[33].

Y como, en efecto, la exacta observancia de estos escasos preceptos que había escogido, me proporcionó tal facilidad para resolver todas las cuestiones, tratadas por estas dos ciencias, que en dos o tres meses que empleé en su examen, habiendo comenzado por las más simples y más generales, siendo, a la vez, cada verdad que encontraba una regla útil con vistas a alcanzar otras
A-T, VI, 21 verdades[34], no solamente llegué a concluir el análisis de cuestiones que en otra ocasión había juzgado de gran dificultad, sino que también me pareció, cuando concluía este trabajo, que podía determinar en tales cuestiones por qué medios y hasta dónde era posible alcanzar soluciones de lo que ignoraba[35]. En lo cual no pareceré ser excesivamente vanidoso si se considera que no habiendo más que un conocimiento verdadero de cada cosa, aquel que lo posee conoce cuanto se puede saber. Así un niño instruido en aritmética, habiendo realizado una suma según las reglas pertinentes puede estar seguro de haber alcanzado todo aquello de que es capaz el ingenio humano en lo relacionado con la suma que él examina. Pues el método que nos enseña a seguir el verdadero orden y a enumerar exactamente todas las circunstancias de lo que se investiga, contiene todo lo que confiere certeza a las reglas de la Aritmética.

Pero lo que me producía más agrado de este método era que siguiéndolo estaba seguro de utilizar en todo mi razón, si no de un modo absolutamente perfecto, al menos de la mejor forma que me fue posible. Por otra parte, me daba cuenta de que la práctica del mismo habituaba progresivamente mi ingenio a concebir de forma más clara y distinta sus objetos y puesto que no lo había limitado a materia alguna en particular, me prometía aplicarlo con igual utilidad a dificultades propias de otras ciencias al igual que lo había realizado con las del Algebra. Con esto no quiero decir que pretendiese examinar todas aquellas dificultades que se presentasen en un primer momento, pues esto hubiera sido contrario al orden que el método prescribe. Pero
A-T, VI, 22 habiéndome prevenido de que sus principios deberían estar tomados de la filosofía, en la cual no encontraba alguno cierto, pensaba que era necesario ante todo que

tratase de establecerlos[36]. Y puesto que era lo más importante en el mundo y se trataba de un tema en el que la precipitación y la prevención[37] eran los defectos que más se debían temer, juzgué que no debía intentar tal tarea hasta que no tuviese una madurez superior a la que se posee a los veintitrés años, que era mi edad, y hasta que no hubiese empleado con anterioridad mucho tiempo en prepararme, tanto desarraigando de mi espíritu todas las malas opiniones y realizando un acopio de experiencias que deberían constituir la materia de mis razonamientos, como ejercitándome siempre en el método que me había prescrito con el fin de afianzarme en su uso cada vez más.

TERCERA PARTE[1]

Así como antes de iniciar la reconstrucción de la casa en la que se habita no basta con realizar su derribo, efectuar la reserva de materiales[2], arquitectos o bien ejercitarse uno mismo en la construcción, además de haber diseñado con atención el plano, sino que también es necesario haberse dotado de alguna otra casa en la que se pueda estar alojado cómodamente durante el período de construcción, de igual modo con el fin de no permanecer irresoluto en mis acciones[3] aunque la razón me obligase a estarlo en mis juicios[4] y, por otra parte, con el fin de no dejar de vivir por ello con la mayor dicha que pudiera, elaboré una moral provisional que no constaba sino de tres o cuatro máximas de las cuales deseo haceros partícipes[5].

Por la primera debía obedecer las leyes y costumbres de mi país, conservando la religión[6] en la cual Dios me ha concedido la gracia de ser instruido desde la infancia, rigiéndome en cualquier otra cuestión por las opiniones más moderadas y más alejadas de todo extremo, que fuesen comúnmente practicadas por los más sensatos de aquéllos con los que me tocase vivir. Pues, estando resuelto desde entonces a no estimar en nada mis A-T, VI, 23

propias opiniones, dado que deseaba someterlas a examen, estaba seguro de que lo mejor que podía hacer era aceptar las de los más sensatos. Y aunque quizá existan otras personas tan sensatas como las que viven con nosotros entre los persas y los chinos, me parecía más útil tomar como regla las opiniones de aquéllos con los que tuviese que vivir. Y para conocer cuáles eran verdaderamente sus opiniones, estimaba que debería prestar más atención a lo que tales personas ponían en práctica que a lo que decían, no sólo porque, dada la corrupción de nuestras costumbres, hay pocas personas que deseen decir todo lo que piensan[7], sino también porque muchas lo ignoran, pues siendo diferente el acto del pensamiento en virtud del cual se cree algo de aquel otro por el cual se conoce que se tiene tal creencia, frecuentemente se da el uno sin el otro[8]. Y entre varias opiniones, igualmente aceptadas, no elegiría sino las más moderadas, no sólo porque son las más cómodas en la práctica y probablemente las mejores, pues todo exceso generalmente es pernicioso, sino también porque me apartaría menos del verdadero camino en caso de equivocación que si, habiendo elegido una de las opiniones extremas, hubiese sido la otra la que hubiera
A-T, VI, 24 sido preciso seguir. Principalmente estimaba como exceso todas las promesas por las que se enajena algo de la propia libertad. No desaprobaba por ello las leyes que para remediar la inconstancia de los espíritus débiles o para consolidar la seguridad del comercio permiten establecer votos o contratos, obligando a perseverar en los mismos, tanto cuando se posee un buen propósito como cuando el proyecto no es sino indiferente[9]. Pero puesto que no veía cosa alguna en el mundo que permaneciera constantemente en el mismo estado, y como, en lo que me concierne, me prometía perfeccionar progresivamente mis juicios y no empeorarlos, hubiese pensado que cometía una gran falta contra el buen sentido si, porque aprobaba entonces alguna opinión, me hubiese obligado a tener que aceptarla posteriormente como buena[10] cuando quizá hubiera dejado de serlo o yo hubiera dejado de estimarla como tal.

Mi segunda máxima prescribía que debía ser lo más firme y decidido que pudiera en mis acciones y que no debía seguir las opiniones más dudosas[11], después de haberme determinado a ello, con menor constancia que si hubiesen sido muy seguras[12]. En esto imitaba a los viajeros que, encontrándose perdidos en algún bos-

que[13], no deben vagar dando vueltas, de un lado para el otro, ni mucho menos detenerse en un lugar, sino que, por el contrario, deben dirigirse siempre con las menores desviaciones posibles hacia un punto, no alterando la dirección de su marcha por débiles razones aunque en un principio la hayan elegido exclusivamente al azar[14]. Pues de esta forma, si no llegan al lugar exactamente deseado, al menos llegarán a alguna parte en la que se A-T, VI, 25 puede presumir que estarán mejor que en medio del bosque. De igual modo, puesto que las acciones de la vida no toleran frecuentemente plazo alguno, es una verdad cierta que mientras no esté en nuestro poder distinguir las opiniones más verdaderas[15], debemos seguir las más probables; asimismo, aunque no nos percatemos con anterioridad de la mayor probabilidad de unas en relación con otras, sin embargo, debemos optar por unas y considerarlas en lo sucesivo no como dudosas, en cuanto que se refieren a la práctica, sino como muy verdaderas y ciertas a causa de que la razón que nos ha determinado a seguirlas es de tal índole[16]. Esto fue suficiente para liberarme en lo sucesivo de todos los arrepentimientos y remordimientos[17] que turban generalmente las conciencias de esos espíritus débiles y volubles que, con inconstancia[18], se dejan arrastrar a practicar como buenas las mismas acciones que posteriormente han de considerar que son malas.

Mi tercera máxima aconsejaba que debía intentar siempre vencerme a mí mismo antes que a la fortuna y modificar mis deseos antes que el orden del mundo[19]. En general, debía acostumbrarme a pensar que no existe nada que esté enteramente en nuestro poder con excepción de nuestros pensamientos[20], de forma tal que después de haber hecho lo que hemos estimado mejor, en relación con todos los asuntos que nos son ajenos, todo aquello que nos reste para triunfar es absolutamente imposible para nosotros. Este solo pensamiento me parecía ser suficiente para impedirme desear en lo sucesivo lo que no pudiera alcanzar y, por lo tanto, para vivir feliz y satisfecho[21]; pues no tendiendo naturalmente nuestra voluntad a desear sino las cosas que nuestro A-T, VI, 26 entendimiento le presenta en cierto modo como posibles, es claro que si consideramos todos los bienes que están fuera de nosotros como igualmente alejados de nuestro poder, nunca más sentiremos disgusto alguno por carecer de aquellos que parecen debidos a nuestro nacimiento cuando nos veamos privados de ellos sin culpa nuestra, de igual modo que no lo sentimos si no

poseemos los reinos de la China o de México[22]. Y haciendo así, como suele decirse, de necesidad virtud, no sentiremos mayores deseos de estar sanos cuando estemos enfermos, o de estar libres cuando estemos en prisión, de los que ahora sentimos de tener un cuerpo compuesto de una materia tan poco corruptible como los diamantes o de poseer unas alas para volar como los pájaros. Pero confieso que es necesario un gran ejercicio y una meditación frecuentemente reiterada para acostumbrarse a ver las cosas de este modo; en esto consistía, según mi opinión, el secreto de aquellos filósofos que fueron capaces en otro tiempo de sustraerse al imperio de la fortuna y, a pesar de los dolores y la pobreza, de estimarse tan felices como los dioses[23]. Pues, habiéndose ocupado sin cesar en la consideración de los límites que les habían sido prescritos por la naturaleza, se persuadían de forma tan completa de que nada estaba en su poder sino sus propios pensamientos, que esto solo era suficiente para impedirles sufrir afección alguna por otros motivos; se apropiaban en modo tal de estos pensamientos que tenían cierta razón al estimarse más ricos, más poderosos, más libres y más dichosos que cualquiera de los hombres que, careciendo A-T, VI, 27 de esta filosofía, por muy favorecidos que hubiesen sido por la naturaleza y la fortuna, no llegan a disponer jamás de todo lo que ellos desean[24].

Finalmente, como conclusión de las reflexiones sobre esta moral, me daba cuenta de que debía realizar un atento examen[25] de todas las ocupaciones que los hombres tienen en esta vida con el fin de intentar escoger la mejor. Y sin desear afirmar nada sobre las ocupaciones de otros, estimaba que no podía hacer nada mejor que continuar ejercitando aquella que tenía; es decir, emplear toda mi vida en cultivar mi razón y avanzar tanto como pudiese en el conocimiento de la verdad, siguiendo el método que me había prescrito. Había experimentado tan estimables compensaciones desde el momento en que comencé a ponerlo en práctica, que no pensaba que pudiera recibirlas más agradables ni más saludables en esta vida[26]. Y como todos los días descubría mediante la práctica del mismo algunas verdades que me parecían bastante importantes y comúnmente ignoradas por otros hombres, la satisfacción que obtenía saciaba de tal forma mi espíritu que todo lo demás carecía para mí de interés. Por otra parte, las tres máximas precedentes no estaban fundadas sino sobre el deseo que tenía de continuar instru-

yéndome, pues habiéndonos dado Dios a todos una cierta luz natural para distinguir lo verdadero de lo falso, nunca hubiese pensado que debía contentarme un solo momento con las opiniones de otro si no me hubiese propuesto emplear mi propio juicio en su examen, cuando llegase el momento oportuno; y siguiendo estas máximas no hubiera podido liberarme de preocupaciones si no hubiese decidido aprovechar todas las oportunidades para encontrar otras mejores, caso de que las hubiese. Finalmente, no hubiese acertado a A-T, VI, 28
limitar mis proyectos, ni a ser feliz, si no hubiese seguido un camino por el que pensaba que no sólo podía asegurarme la adquisición de todos los conocimientos de los que fuese capaz, sino también el logro de todos los verdaderos bienes que estuviesen en mi poder, ya que no determinándose nuestra voluntad a la aceptación o rechazo de algo sino porque nuestro entendimiento se lo presenta como bueno o malo, basta con juzgar correctamente para obrar bien y juzgar lo mejor que se pueda para obrar de igual modo[27]; es decir, para adquirir todas las virtudes y conjuntamente todos los bienes que puedan lograrse. Cuando se tiene certeza de que esto es así, no se puede sino ser dichoso[28].

Después de haberme convencido de estas máximas y haberlas colocado aparte junto con las verdades de la fe, que siempre han ocupado un privilegiado puesto en mi creencia, pensaba que podía con libertad intentar deshacerme de todas las otras opiniones. Y puesto que esperaba alcanzar más cómodamente mis objetivos conversando con los hombres que permaneciendo por más tiempo encerrado en la habitación donde había llegado a realizar tales reflexiones, continué mi viaje antes de que llegase a concluir el invierno. En los nueve años siguientes[29] no hice otra cosa sino viajar de aquí para allá por el mundo, tratando más de ser espectador que actor en todas las comedias que en él se representan a diario[30]; y, haciendo una particular reflexión en cada materia sobre aquello que podía hacerla dudosa[31] y dar ocasión para equivocarnos, erradicaba de mi espíritu todos los errores que podían haberse deslizado en él con A-T, VI, 29
anterioridad. En esto no imitaba a los escépticos, que no dudan sino por dudar y fingen permanecer siempre irresolutos; por el contrario, mi único deseo era liberarme de la inquietud y rechazar la tierra movediza y la arena con el fin de hallar la roca viva o la arcilla. Pienso que en esto obtenía buenos resultados puesto que tratando de descubrir la falsedad e incertidumbre de las

proposiciones que examinaba, no mediante débiles conjeturas sino siguiendo razonamientos claros y seguros, no encontraba alguna tan dudosa de la que no obtuviese alguna conclusión bastante cierta, aunque solamente hubiese sido la de que no contenía nada cierto. Y así como cuando se derriba una vieja casa se conservan los materiales para construir el nuevo edificio, de igual forma cuando destruía todas aquellas opiniones que estimaban mal fundadas, realizaba observaciones y recogía experiencias[32], que me han servido posteriormente para establecer otras opiniones más ciertas. Por otra parte, continuaba ejercitándome en el método que me había prescrito pues, además de que ponía cuidado en conducir mis pensamientos según sus reglas, en ocasiones reservaba algunas horas que empleaba de modo particular para ponerlo en práctica al tratar dificultades de la matemática o también algunas otras que podía considerarlas semejantes a las de las matemáticas, liberándolas de todos los principios de otras ciencias que no estimaba suficientemente firmes, como veréis que he realizado en varias cuestiones que
A-T, VI, 30 son tratadas en este volumen[33]. De este modo, no viviendo en apariencia sino como los que no tienen otra ocupación que la de disfrutar una vida agradable e inocente, esforzándose en separar los placeres de los vicios y haciendo uso a la vez de cuantas diversiones honestas están a su alcance para gozar de su ocio sin hastío, no dejaba de perseverar en mi intento y de avanzar provechosamente en el conocimiento de la verdad, quizá aún más que si me hubiese limitado a leer libros o a frecuentar gentes de letras[34].

Sin embargo, los nueve años se pasaron sin que hubiese llegado a tomar partido alguno en relación con aquellas dificultades que generalmente se discuten entre los doctos y sin que hubiese iniciado la búsqueda de una filosofía más cierta que la vulgar[35]. Por otra parte, el ejemplo de varios excelentes espíritus que, habiéndose propuesto tal tarea, me parecía que no habían llegado a triunfar en su realización, me hacía imaginar una dificultad tan grande que quizá no hubiese intentado acometerla si no me hubiese llegado a enterar de que algunos hacían correr el rumor de que la había concluido. No sabría decir sobre qué fundaban esta opinión. Y si he contribuido a favorecerla en algo por mis discursos, estimo que debe haber sido al confesar más ingenuamente lo que ignoraba de lo que tienen costumbre de hacerlo aquellos que han estudiado un poco, y quizá

también al mostrar las razones que me inducían a dudar de muchas cosas que otros estiman ciertas, pero no porque me haya vanagloriado de estar en posesión de doctrina alguna[36]. Pero, teniendo un carácter tal que no deseo ser tomado por otro distinto del que soy, pensaba que era preciso que intentase por todos los medios hacerme digno de la reputación que se me concedía. Y hace justamente ocho años que este deseo me hizo A-T, VI, 31
alejarme de todos los lugares donde podía tener conocidos y retirarme aquí, en un país en el que la larga duración de la guerra[37] ha obligado a establecer tales reglamentos que los ejércitos que se mantienen parecen servir exclusivamente para que los hombres gocen de los frutos de la paz con tanta mayor seguridad, y donde, en medio de la multitud de un pueblo muy activo, más preocupado de sus propios problemas que curioso de los ajenos, sin carecer de alguna de las comodidades que se disfrutan en las villas más pobladas, he podido vivir tan retirado y solitario como en uno de los desiertos más apartados.

CUARTA PARTE[1]

No sé si debo entreteneros con las primeras meditaciones allí realizadas, pues son tan metafísicas y tan poco comunes que no serán del gusto de todos[2]. Y sin embargo, con el fin de que se pueda opinar sobre la solidez de los fundamentos que he establecido, me encuentro en cierto modo obligado a referirme a ellas. Hacía tiempo que había advertido que, en relación con las costumbres, es necesario en algunas ocasiones seguir opiniones muy inciertas tal como si fuesen indudables, según he advertido anteriormente. Pero puesto que deseaba entregarme solamente a la búsqueda de la verdad, opinaba que era preciso que hiciese todo lo contrario y que rechazase como absolutamente falso todo aquello en lo que pudiera imaginar la menor duda, con el fin de comprobar si, después de hacer esto, no

quedaría algo en mi creencia que fuese enteramente
A-T, VI, 32 indudable[3]. Así pues, considerando que nuestros sentidos en algunas ocasiones nos inducen a error, decidí suponer que no existía cosa alguna que fuese tal como nos la hacen imaginar[4]. Y puesto que existen hombres que se equivocan al razonar en cuestiones relacionadas con las más sencillas materias de la geometría y que incurren en paralogismos, juzgando que yo, como cualquier otro estaba sujeto a error, rechazaba como falsas todas las razones que hasta entonces había admitido como demostraciones[5]. Y, finalmente, considerando que hasta los pensamientos que tenemos cuando estamos despiertos pueden asaltarnos cuando dormimos, sin que ninguno en tal estado sea verdadero[6], me resolví a fingir que todas las cosas que hasta entonces habían alcanzado mi espíritu no eran más verdaderas que las ilusiones de mis sueños[7]. Pero, inmediatamente después, advertí que, mientras deseaba pensar de este modo que todo era falso, era absolutamente necesario que yo, que lo pensaba, fuese alguna cosa. Y dándome cuenta de que esta verdad: *pienso, luego soy*[8], era tan firme y tan segura[9] que todas las más extravagantes suposiciones de los escépticos no eran capaces de hacerla tambalear, juzgué que podía admitirla sin escrúpulo como el primer principio[10] de la filosofía que yo indagaba.

Posteriormente, examinando con atención lo que yo era, y viendo que podía fingir que carecía de cuerpo así como que no había mundo o lugar alguno en el que me encontrase, pero que, por ello, no podía fingir que yo no era[11], sino que por el contrario, sólo a partir de que pensaba dudar acerca de la verdad de otras cosas, se
A-T, VI, 33 seguía muy evidente y ciertamente que yo era, mientras que, con sólo que hubiese cesado de pensar[12], aunque el resto[13] de lo que había imaginado hubiese sido verdadero, no tenía razón alguna para creer que yo hubiese sido[14], llegué a conocer a partir de todo ello que era una sustancia cuya esencia o naturaleza no reside sino en pensar y que tal sustancia, para existir, no tiene necesidad de lugar alguno ni depende de cosa alguna material. De suerte que este yo, es decir, el alma[15], en virtud de la cual yo soy lo que soy, es enteramente distinta del cuerpo, más fácil de conocer que éste y, aunque el cuerpo no fuese, no dejaría de ser todo lo que es.

Analizadas estas cuestiones, reflexionaba en general sobre todo lo que se requiere para afirmar que una

proposición es verdadera y cierta, pues, dado que acababa de identificar una que cumplía tal condición, pensaba que también debía conocer en qué consiste esta certeza. Y habiéndome percatado que nada hay en *pienso, luego soy* que me asegure que digo la verdad, a no ser que yo veo muy claramente que para pensar es necesario ser, juzgaba que podía admitir como regla general que las cosas que concebimos muy clara y distintamente son todas verdaderas; no obstante, hay solamente cierta dificultad en identificar correctamente cuáles son aquellas que concebimos distintamente[16].

A continuación, reflexionando sobre que yo dudaba y que, en consecuencia, mi ser no era omniperfecto pues claramente comprendía que era una perfección mayor el conocer que el dudar[17], comencé a indagar[18] de dónde había aprendido a pensar en alguna cosa más perfecta de lo que yo era; conocí con evidencia que debía ser en virtud de alguna naturaleza que realmente fuese más A-T, VI, 34 perfecta. En relación con los pensamientos que poseía de seres que existen fuera de mí[19], tales como el cielo, la tierra, la luz, el calor y otros mil, no encontraba dificultad alguna en conocer de dónde provenían pues no constatando nada en tales pensamientos que me pareciera hacerlos superiores a mí, podía estimar que si eran verdaderos, fueran dependientes de mi naturaleza, en tanto que posee alguna perfección; si no lo eran, que procedían de la nada, es decir, que los tenía porque había defecto en mí[20]. Pero no podía opinar lo mismo acerca de la idea[21] de un ser más perfecto que el mío, pues que procediese de la nada era algo manifiestamente imposible[22] y puesto que no hay una repugnancia menor en que lo más perfecto sea una consecuencia y esté en dependencia de lo menos perfecto, que la existente en que algo proceda de la nada, concluí que tal idea no podía provenir de mí mismo. De forma que únicamente restaba la alternativa de que hubiese sido inducida en mí[23] por una naturaleza que realmente fuese más perfecta de lo que era la mía[24] y, también, que tuviese en sí todas las perfecciones de las cuales yo podía tener alguna idea, es decir, para explicarlo con una palabra que fuese Dios. A esto añadía que, puesto que conocía algunas perfecciones que en absoluto poseía, no era el único ser que existía (permitidme que use con libertad los términos de la escuela), sino que era necesariamente preciso que existiese otro ser más perfecto del cual dependiese y del que yo hubiese adquirido todo lo que tenía. Pues si hubiese existido solo y con

independencia de todo otro ser, de suerte que hubiese A-T, VI, 35 tenido por mí mismo[25] todo lo poco que participaba del ser perfecto, hubiese podido, por la misma razón, tener por mí mismo cuanto sabía que me faltaba y, de esta forma, ser infinito, eterno, inmutable, omnisciente, todopoderoso y, en fin, poseer todas las perfecciones que podía comprender que se daban en Dios[26]. Pues siguiendo los razonamientos que acabo de realizar, para conocer la naturaleza de Dios en la medida en que es posible a la mía[27], solamente debía considerar todas aquellas cosas de las que encontraba en mí alguna idea y si poseerlas o no suponía perfección; estaba seguro de que ninguna de aquellas ideas que indican imperfección estaban en él, pero sí todas las otras. De este modo me percataba de que la duda, la inconstancia, la tristeza y cosas semejantes no pueden estar en Dios, puesto que a mí mismo me hubiese complacido en alto grado el verme libre de ellas. Además de esto, tenía ideas de varias cosas sensibles y corporales; pues, aunque supusiese que soñaba y que todo lo que veía o imaginaba era falso, sin embargo, no podía negar que esas ideas estuvieran verdaderamente en mi pensamiento. Pero puesto que había conocido en mí muy claramente que la naturaleza inteligente es distinta de la corporal, considerando que toda composición indica dependencia y que ésta es manifiestamente un defecto, juzgaba por ello que no podía ser una perfección de Dios el estar compuesto de estas dos naturalezas y que, por consiguiente, no lo estaba; por el contrario, pensaba que si existían cuerpos en el mundo o bien algunas inteligencias u otras naturalezas que no fueran totalmente perfectas, A-T, VI, 36 su ser debía depender de su poder de forma tal que tales naturalezas no podrían subsistir sin él ni un solo momento.

Posteriormente quise indagar otras verdades y habiéndome propuesto el objeto de los geómetras, que concebía como un cuerpo continuo o un espacio indefinidamente extenso en longitud, anchura y altura o profundidad, divisible en diversas partes, que podían tener diversas figuras y magnitudes, así como ser movidas y trasladadas en todas las direcciones, pues los geómetras suponen esto en su objeto, repasé alguna de las demostraciones más simples. Y habiendo advertido que esta gran certeza que todo el mundo les atribuye, no está fundada sino sobre que se las concibe con evidencia, siguiendo la regla que anteriormente he expuesto, advertí que nada había en ellas que me

asegurase de la existencia de su objeto. Así, por ejemplo, estimaba correcto que, suponiendo un triángulo, entonces era preciso que sus tres ángulos fuesen iguales a dos rectos; pero tal razonamiento no me aseguraba que existiese triángulo alguno en el mundo. Por el contrario, examinando de nuevo la idea que tenía de un Ser Perfecto, encontraba que la existencia estaba comprendida en la misma de igual forma que en la del triángulo está comprendida la de que sus tres ángulos sean iguales a dos rectos o en la de una esfera que todas sus partes equidisten del centro e incluso con mayor evidencia. Y, en consecuencia, es por lo menos tan cierto que Dios, el Ser Perfecto, es o existe como lo pueda ser cualquier demostración de la geometría.

Pero lo que motiva que existan muchas personas A-T, VI, 37 persuadidas de que hay una gran dificultad en conocerle y, también, en conocer la naturaleza de su alma, es el que jamás elevan su pensamiento sobre las cosas sensibles[28] y que están hasta tal punto habituados a no considerar cuestión alguna que no sean capaces de imaginar (modo de pensar propiamente relacionado con las cosas materiales), que todo aquello que no es imaginable, les parece ininteligible. Lo cual es bastante manifiesto en la máxima que los mismos filósofos defienden como verdadera en las escuelas, según la cual nada hay en el entendimiento que previamente no haya impresionado los sentidos. En efecto, las ideas de Dios y el alma nunca han impresionado los sentidos y me parece que los que desean emplear su imaginación para comprenderlas, hacen lo mismo que si quisieran servirse de sus ojos para oír los sonidos o sentir los olores. Existe aún otra diferencia: que el sentido de la vista no nos asegura menos de la verdad de sus objetos que lo hacen los del olfato u oído, mientras que ni nuestra imaginación ni nuestros sentidos podrían asegurarnos cosa alguna si nuestro entendimiento no interviniese[29].

En fin, si aún hay hombres que no están suficientemente persuadidos de la existencia de Dios y de su alma[30] en virtud de las razones aducidas por mí, deseo que sepan que todas las otras cosas, sobre las cuales piensan estar seguros, como de tener un cuerpo, de la existencia de astros, de una tierra y cosas semejantes, son menos ciertas[31]. Pues, aunque se tenga una seguridad moral[32] de la existencia de tales cosas, que es tal que, a no ser que se peque de extravagancia[33], no se A-T, VI, 38 puede dudar de las mismas, sin embargo, a no ser que se peque de falta de razón, cuando se trata de una

certeza metafísica, no se puede negar que sea razón suficiente para no estar enteramente seguros el haber constatado que es posible imaginarse de igual forma, estando dormido, que se tiene otro cuerpo, que se ven otros astros y otra tierra, sin que exista ninguno de tales seres. Pues ¿cómo podemos saber que los pensamientos tenidos en el sueño son más falsos que los otros, dado que frecuentemente no tienen vivacidad y claridad menor? Y aunque los ingenios más capaces estudien esta cuestión cuanto les plazca, no creo puedan dar razón alguna que sea suficiente para disipar esta duda, si no presuponen la existencia de Dios. Pues, en primer lugar, incluso lo que anteriormente he considerado como una regla (a saber: que lo concebido clara y distintamente es verdadero) no es válido más que si Dios existe, es un ser perfecto y todo lo que hay en nosotros procede de él. De donde se sigue que nuestras ideas o nociones, siendo seres reales[34], que provienen de Dios, en todo aquello en lo que son claras y distintas, no pueden ser sino verdaderas. De modo que, si bien frecuentemente poseemos algunas que encierran falsedad, esto no puede provenir sino de aquéllas en las que algo es confuso y oscuro, pues en esto participan de la nada, es decir, que no se dan en nosotros sino porque no somos totalmente perfectos. Es evidente que no existe una repugnancia menor en defender que la A-T, VI, 39 falsedad o la imperfección, en tanto que tal, procedan de Dios, que existe en defender que la verdad o perfección proceda de la nada. Pero si no conocemos que todo lo que existe en nosotros de real y verdadero procede de un ser perfecto e infinito, por claras y distintas que fuesen nuestras ideas, no tendríamos razón alguna que nos asegurara de que tales ideas tuviesen la perfección de ser verdaderas.

Por tanto, después de que el conocimiento de Dios y el alma nos han convencido de la certeza de esta regla, es fácil conocer que los sueños que imaginamos cuando dormimos, no deben en forma alguna hacernos dudar de la verdad de los pensamientos que tenemos cuando estamos despiertos. Pues, si sucediese, inclusive durmiendo, que se tuviese alguna idea muy distinta como, por ejemplo, que algún geómetra lograse alguna nueva demostración, su sueño no impediría que fuese verdad. Y en relación con el error más común de nuestros sueños, consistente en representarnos diversos objetos de la misma forma que la obtenida por los sentidos exteriores, carece de importancia el que nos dé ocasión

para desconfiar de la verdad de tales ideas, pues pueden inducirnos a error frecuentemente sin que durmamos, como sucede a aquellos que padecen de ictericia que todo lo ven de color amarillo o cuando los astros u otros cuerpos demasiado alejados nos parecen de tamaño mucho menor del que en realidad poseen. Pues, bien estemos en estado de vigilia o bien durmamos, jamás debemos dejarnos persuadir sino por la evidencia de nuestra razón[35]. Y es preciso señalar, que yo afirmo, de nuestra razón y no de nuestra imaginación o de nuestros sentidos, pues aunque veamos el sol muy claramente no debemos juzgar por ello que no posea sino el tamaño con que lo vemos y fácilmente podemos imaginar con perfecta claridad una cabeza de león unida al cuerpo de una cabra sin que sea preciso concluir que exista en el mundo una quimera, pues la razón no nos dicta que lo que vemos o imaginamos de este modo, sea verdadero. Por el contrario nos dicta que todas nuestras ideas o nociones deben tener algún fundamento de verdad, pues no sería posible que Dios, que es sumamente perfecto y veraz, las haya colocado en nosotros careciendo del mismo. Y puesto que nuestros razonamientos no son jamás tan evidentes ni completos[36] durante el sueño como durante la vigilia, aunque algunas veces nuestras imágenes sean tanto o más vivas y claras, la razón nos dicta igualmente que no pudiendo nuestros pensamientos ser todos verdaderos, ya que nosotros no somos omniperfectos, lo que existe de verdad debe encontrarse infaliblemente[37] en aquellos que tenemos estando despiertos más bien que en los que tenemos mientras soñamos.

A-T, VI, 40

QUINTA PARTE[1]

Con gusto continuaría exponiendo la cadena de verdades deducidas a partir de estas primeras meditaciones[2]. Pero estimando que para ello sería preciso que expusiera mi opinión acerca de varias cuestiones, actualmente controvertidas entre los doctos[3], con los que

no deseo indisponerme, pienso que será más conveniente que me abstenga de realizar su exposición y que me refiera únicamente a ellas en general con el fin de permitir juzgar a los más sabios si sería útil que el

A-T, VI, 41 público[4] fuera informado de forma más detallada. Siempre he permanecido firme en la decisión que había tomado de no suponer ningún otro principio[5] que aquél del que me he servido para demostrar la existencia de Dios y del alma, así como en la de no aceptar como verdadero nada que no me pareciera más claro y cierto de lo que me habían parecido las demostraciones de los geómetras. Y sin embargo, me atrevo a decir que no solamente he encontrado un medio para satisfacerme en poco tiempo en relación con todas las principales dificultades que generalmente se acostumbran a tratar en la filosofía, sino que también he llegado a percatarme de ciertas leyes, establecidas de tal forma por Dios en la naturaleza[6] y de las cuales ha impreso en nuestras almas tales nociones[7], que después de haber reflexionado suficientemente sobre esta cuestión, no sabríamos dudar acerca de su exacta observancia en todo aquello que acontece o surge en el mundo. Posteriormente[8], considerando el conjunto de tales leyes, me parece que he llegado a descubrir conocimientos más útiles y más importantes que todos aquellos que había conocido anteriormente y que todos aquellos que había esperado aprender.

Pero, puesto que he tratado de explicar los principales en un tratado que por algunas razones no deseo publicar[9], no sabría darlos a conocer de una forma mejor que indicando aquí sumariamente el contenido del mismo. Antes de redactarlo concebí el proyecto de presentar en él todo lo que creía conocer en relación con la naturaleza de las cosas materiales[10]. Pero del mismo modo que los pintores, no pudiendo representar con igual detalle sobre un lienzo los diversos planos de

A-T, VI, 42 un cuerpo sólido, escogen uno de los principales al que orientan hacia la luz a la vez que sombrean los otros, a los que no representan sino en tanto que se les puede ver al contemplar el plano principal, temiendo no poder introducir en mi discurso todo mi pensamiento, tomé la decisión de realizar solamente una amplia exposición de todo aquello que yo pensaba acerca de la luz y decidí, a continuación, añadir algo acerca del sol y de las estrellas puesto que casi toda la luz procede de ellas[11]; otro tanto hice con los cielos, puesto que la transmiten y, finalmente, con los planetas, los cometas y la tierra ya

que ellos la reflejan[12]. De modo particular estudié los cuerpos de la tierra ya que tienen colores, son transparentes o bien luminosos[13]. Finalmente, realicé la exposición de lo que pensaba del hombre, puesto que es el espectador[14]. A la vez, para sombrear un poco estos temas[15], y poder exponer mis opiniones con mayor libertad sin verme obligado a admitir o refutar aquellas que son aceptadas por los doctos[16], me resolví a dejar este mundo como objeto de sus discusiones y a opinar solamente sobre aquello que podría acontecer en un nuevo mundo[17] si Dios crease en los espacios imaginarios bastante materia para componerlo y si agitase de forma diversa y sin orden las diversas partes de esa materia de modo que llegara a resultar un caos tan confuso como pudieran imaginarlo los poetas, no haciendo Dios otra cosa que prestar su concurso ordinario a la naturaleza dejándola obrar según las leyes por él establecidas[18]. En primer lugar, describí esta materia y traté de representarla de forma tal que no exista nada más claro ni más inteligible si exceptuamos lo que he afirmado acerca de Dios y el alma[19], pues también suponía de forma expresa que no existía alguna de aquellas formas o cualidades de las que se discute en las A-T, VI, 43
escuelas ni generalmente cosa alguna cuyo conocimiento no fuera tan natural a nuestras almas que no pudiéramos ni fingir que lo ignoramos. Además, hice ver cuáles eran aquellas leyes de la naturaleza[20] y, sin apoyar mis razones sobre ningún otro principio que en las infinitas perfecciones de Dios[21], traté de demostrar la validez de aquéllas sobre las que pudiera recaer alguna duda y de hacer ver que son tales que, aunque Dios hubiera creado varios mundos, no podría darse uno en el que no se cumplieran[22]. Analizadas estas cuestiones mostré cómo la mayor parte de la materia de ese caos debía disponerse y relacionarse en virtud de tales leyes de una forma tal que era similar a la de nuestros cielos; cómo, alguna de las partes de esta materia debía componer una tierra y algunas los planetas y los cometas y otras el sol y las estrellas fijas[23]. En este punto, extendiéndome a propósito del tema de la luz, explicaba con amplitud cuál era la que se debía encontrar en el sol y las estrellas y cómo atravesaba en un instante los inmensos espacios de los cielos y cómo la reflejaban los planetas y los cometas hacia la tierra[24]. A tales observaciones añadía otras relacionadas con la sustancia, situación, movimientos y todas las diversas cualidades de estos cielos y de estos astros,

de suerte que pensaba haber dicho bastante para dar a conocer que no parece observarse nada en este mundo que no deba o al menos no pueda parecer semejante en forma completa a lo que describía en mi
A T, VI, 44 tratado. Posteriormente pasé a tratar de la Tierra en particular: expliqué, en primer lugar, cómo todas las partes de la materia tendían exactamente hacia el centro de la Tierra, aunque no supuse que Dios hubiese conferido la cualidad de la pesantez a la materia, como propiedad de la misma[25]; igualmente expuse cómo habiendo agua y aire sobre la superficie de la Tierra y cómo considerando la disposición de los cielos y los astros, principalmente de la Luna, se debía producir un flujo y reflujo que fuese semejante en todas las circunstancias al que se observa en nuestros mares y, además, cómo tiene lugar una cierta corriente tanto del agua como del aire, que va de Levante a Poniente como la que se observa entre los Trópicos; finalmente expliqué cómo las montañas, los mares, las fuentes y los ríos pueden formarse naturalmente y cómo los metales se forman en el interior de la Tierra, cómo las plantas pueden crecer en los campos y cómo pueden formarse en ella todos los cuerpos llamados mixtos o compuestos. Entre otras cosas, puesto que, con excepción de los astros, sólo el fuego era capaz de producir luz, me esforcé en explicar con claridad todo lo que pertenece a la naturaleza de éste, cómo se produce y cómo se alimenta; cómo a veces da calor sin luz y otras luz sin calor; cómo puede dar lugar en diversos cuerpos a varios colores y otras cualidades; cómo es capaz de endurecer unos cuerpos y fundir otros; cómo puede consumirlos casi todos y convertirlos en cenizas y humo y, por último, cómo de esas cenizas y en virtud de la fuerza de su acción se forma el vidrio, pues esta transmutación de las cenizas en vidrio, pareciéndome
A-T, VI, 45 tan admirable como ninguna otra de las que ocurren en la naturaleza, tuve un especial agrado en describirla[26].

Sin embargo, no quise inferir de todas estas explicaciones que este mundo hubiese sido creado en la forma que proponía en mi estudio, pues es mucho más verosímil que, desde el principio, Dios lo haya creado tal como debía ser[27]. Pero es cierto, tal es la opinión comúnmente admitida entre los teólogos, que la acción en virtud de la cual conserva el mundo, es la misma que aquélla en virtud de la cual lo ha creado. Por tanto, aunque no le hubiese dado, al inicio, otra forma que la del caos, habiendo establecido las leyes de la naturaleza

y prestándole su concurso para obrar tal como es habitual, puede opinarse, sin entorpecer el milagro de la creación, que todas las cosas que son puramente materiales habrían podido con el tiempo llegar a ser tal y como ahora las vemos. Y su naturaleza es más fácilmente comprensible cuando se las ve nacer poco a poco de esta forma, que cuando se las considera totalmente acabadas[28].

Concluida la descripción de las plantas y de los cuerpos inanimados, inicié la de los animales y particularmente la de los hombres. Pero puesto que no tenía aún conocimiento suficiente para hablar en este campo de igual forma que en el resto, es decir, demostrando los efectos por las causas y haciendo ver de qué semillas y de qué forma la naturaleza debe originarlos, me contenté con suponer que Dios formó el cuerpo de un hombre, enteramente semejante al nuestro tanto en la figura exterior de sus miembros como en la conformación interior de sus órganos, sin que entrara en su composi- A-T, VI, 46 ción otra materia que la que había sido descrita por mí y sin que le dotara al inicio de alma racional ni de alguna otra cosa que hiciera las veces del alma vegetativa o sensitiva[29]; excitó solamente en su corazón uno de esos fuegos sin luz a los que me había referido en anteriores explicaciones y que concebía de una naturaleza igual que la del que calienta al heno encerrado cuando se recoge antes de que hubiese llegado a estar seco, o como el que da lugar a la ebullición de los vinos nuevos cuando fermentan con su hollejo; así, examinando las funciones que podían darse en ese cuerpo, encontraba que eran las mismas que pueden darse en nosotros cuando no pensamos, cuando, en consecuencia, en nada contribuye nuestra alma, es decir, aquella parte distinta del cuerpo cuya naturaleza anteriormente ha sido dicho que no consistía sino en pensar; en esto puede decirse que los animales carentes de razón se parecen a nosotros. No pude identificar alguna de las funciones que, siendo dependientes del pensamiento, son las únicas que nos pertenecen en tanto que somos hombres; pero, suponiendo que Dios creó un alma racional y la unió al cuerpo en la forma que describía, identificaba en él todas las funciones racionales[30].

Pero con el fin de que se pueda ver de qué forma trataba esta materia[31], deseo introducir aquí la explicación del movimiento del corazón y de las arterias, pues siendo el primero y más generalizado que se observa en los animales, fácilmente se juzgará lo que se deberá

A-T, VI, 47 opinar de los otros. Y con el fin de que exista una dificultad menor en comprender lo que voy a exponer, desearía que aquellos que no están versados en anatomía se tomasen el cuidado, antes de leer estas páginas, de hacer cortar ante ellos el corazón de algún animal grande, que tenga pulmones, pues es en todos muy semejante al del hombre, con el fin de que les mostrasen las dos cavidades o cámaras del mismo. En primer lugar, la que está al lado derecho en la que se introducen dos tubos muy anchos, a saber: la vena cava, que es el principal receptáculo de la sangre, tronco de un árbol, cuyas ramas son todas las otras venas del cuerpo; el otro tubo es la vena arteriosa[32], mal denominada de esta forma, porque es una arteria, que teniendo origen en el corazón se ramifica a la salida del mismo en varias ramas que se extienden por todas partes en los pulmones. Después debe observarse la que se encuentra en el lado izquierdo a la que corresponden igualmente dos tubos, que son tanto o más anchos que los anteriores, a saber: la arteria venosa[33], cuyo nombre es igualmente impropio, ya que no es otra cosa que una vena que viene de los pulmones, donde posee múltiples ramificaciones entrelazadas con las de la vena arteriosa y con las de ese conducto que se llama el silbato, por donde penetra el aire de la respiración. Finalmente, la gran arteria[34] que, saliendo del corazón, se ramifica a través de todo el cuerpo. Desearía igualmente que se mostraran cuidadosamente las once pequeñas pieles[35] que, como si fueran otras tantas puertecillas, abren y cierran
A-T, VI, 48 los cuatro orificios que existen en estas dos cavidades, a saber: tres a la entrada de la vena cava[36] en donde están tan adecuadamente dispuestas que no pueden impedir en forma alguna que la sangre que ella contiene no penetre en la concavidad derecha del corazón, evitando, sin embargo, que pueda salir; otras tres a la entrada de la vena arteriosa[37] que, dispuesta al contrario, permiten que la sangre alojada en esta cavidad pase con facilidad a los pulmones, pero no que la sangre que está en los pulmones pueda retornar al mismo lugar. Y de igual forma, otras dos a la entrada de la arteria venosa[38] que, permitiendo circular la sangre de los pulmones hacia la concavidad izquierda del corazón, se oponen a su retorno. Finalmente, tres a la entrada de la gran arteria que permitiendo a la sangre salir del corazón, la impiden volver a él. No es necesario buscar otra razón del número de estas pequeñas pieles, sino que considerando la localización del orificio de la arteria venosa y

siendo ovalada, a causa del lugar en que se encuentra, puede cerrarse con facilidad mediante dos pieles, mientras que los otros siendo circulares, pueden cerrarse mejor con tres. Además, quisiera que se le hiciera considerar que la gran arteria y la vena arteriosa son de una composición mucho más dura y rígida que la arteria venosa y la vena cava. Estas dos últimas se ensanchan antes de entrar en el corazón y forman como dos bolsas, llamadas las orejas del corazón, compuestas de una carne parecida a la de éste. Asimismo, existe siempre más calor en el corazón que en ningún otro lugar del cuerpo y, finalmente, si alguna gota de sangre penetra en sus concavidades, la acción del calor hace que se infle y dilate inmediatamente, tal como ocurre a A-T, VI, 49 todos los líquidos cuando caen gota a gota en una vasija muy caliente.

Realizadas estas observaciones no tengo necesidad de presentar algo más para explicar el movimiento del corazón, sino que cuando sus concavidades no están llenas de sangre, necesariamente la vena cava vierte sangre en la concavidad derecha y la arteria venosa en la de la izquierda, ya que estos dos vasos están siempre llenos y como sus aberturas miran hacia el corazón, no puede impedirse el paso de la sangre. Pero tan pronto como han penetrado dos gotas de sangre, una en cada una de sus cavidades, esas gotas, que no pueden ser sino muy gruesas pues los orificios de entrada son muy anchos y los vasos de donde provienen están llenos de sangre, se rarifican y se dilatan por causa del calor que ellas encuentran, por medio del cual, haciendo dilatar el corazón, empujan y cierran las cinco pequeñas puertas que están a las entradas de los dos vasos de donde provienen, impidiendo de esta forma que se vierta más sangre al corazón; al dilatarse cada vez más, presionan y abren las otras seis pequeñas puertas que están a las entradas de los otros dos vasos por donde salen, haciendo dilatar de esta forma todas las ramificaciones de la vena arteriosa y de la gran arteria casi en el mismo instante que el corazón. Este se contrae inmediatamente, como también las arterias, a causa de que la sangre que en ellas entra se enfría y sus pequeñas puertas se cierran y las cinco de la vena cava y de la arteria venosa se vuelven a abrir dando paso a otras dos gotas de sangre, que dilatan inmediatamente el corazón y las A-T, VI, 50 arterias de igual forma que las precedentes. Y puesto que la sangre que entra así en el corazón pasa por esas dos bolsas que se conocen como sus orejas, se explica

que su movimiento es contrario al suyo, contrayéndose éstas, él se dilata. Finalmente, con el fin de que aquellos que no conocen la fuerza de las demostraciones matemáticas y no están acostumbrados a distinguir las verdaderas razones de las verosímiles, no se aventuren a negar todo esto sin examinarlo, deseo advertirles que este movimiento, que acabo de explicar, es consecuencia de la sola disposición de los órganos del corazón que pueden ser vistos y del calor que puede sentirse con los dedos y de la naturaleza de la sangre que puede ser conocida por observación, de igual forma que el movimiento de un reloj es consecuencia de la fuerza, situación y figura de sus contrapesos y ruedas[39].

Pero si se pregunta por qué la sangre de las venas no se agota, circulando de forma continua a través del corazón y por qué las arterias no están excesivamente repletas de sangre, puesto que a ellas se dirige toda la sangre que pasa por el corazón, no necesito contestar otra cosa que lo dicho por un médico inglés[40], al cual es preciso conceder el honor de haber roto el hielo en esta materia y de haber sido el primero que ha defendido la existencia de pequeñas comunicaciones en las extremidades de las arterias, por donde la sangre que reciben del corazón entra en las pequeñas ramas de las venas, de donde se dirige directamente al corazón, de suerte A-T, VI, 51 que su curso no es sino circulación constante. Lo cual se prueba fácilmente mediante la experiencia ordinaria de los cirujanos que, habiendo atado con una fuerza media el brazo por la parte superior del punto en que abren la vena, hacen que la sangre circule con mayor abundancia que si no lo hubieran atado; sucedería todo lo contrario si lo hubiesen realizado por la parte inferior, entre la mano y la abertura o si lo hubieran atado con mucha fuerza por la parte superior. Claramente se aprecia que si bien la atadura realizada con mediana fuerza puede impedir que la sangre que hay en el brazo vuelva al corazón por las venas, no por eso impide que pase nueva sangre por las arterias, porque éstas van por debajo de las venas y, siendo sus pieles mucho más duras, son menos fáciles de oprimir; además, porque la sangre que procede del corazón tiende con más fuerza a pasar por las arterias hacia la mano que a volver de la mano hacia el corazón por las venas. Y puesto que la sangre sale del brazo por el corte practicado en una de las venas, es necesario que haya algunos pasos por debajo de la atadura, hacia las extremidades del brazo, por los que la sangre pueda venir de las arterias.

También prueba muy correctamente lo que afirma sobre el curso de la sangre, mediante la existencia de ciertos pellejos que están de tal modo dispuestos en diferentes lugares, a lo largo de las venas, que no permiten que la sangre vaya desde el centro del cuerpo a las extremidades y sí que retorne de las extremidades al corazón. Y, además, la experiencia demuestra que toda la sangre del cuerpo puede salir en un poco tiempo por una sola arteria que se haya seccionado aún cuando, habiéndose atado la arteria muy cerca del corazón, se haya hecho el corte entre éste y la atadura, de tal suerte que no haya motivo para imaginar que la sangre vertida pueda venir de otra parte. A-T, VI, 52

Hay otras muchas razones que prueban que la verdadera causa de ese movimiento de la sangre es la que se ha indicado[41]; primeramente, debe destacarse la diferencia que se advierte entre la sangre que sale de las venas y la que sale de las arterias; diferencia que no puede proceder sino de que habiéndose rarificado y como destilado la sangre al pasar por el corazón, es más sutil, más viva y más caliente al salir de éste, es decir, estando en las arterias que poco antes de introducirse, o sea, cuando circula por las venas[42]. Y si se observa atentamente, se verá que esa diferencia no aparece claramente sino cerca del corazón y no es tan perceptible en los lugares más alejados; además, la dureza de la piel que forma la vena arteriosa y la gran arteria, es buena prueba de que la sangre las golpea con más fuerza que a las venas[43]. Y ¿cómo explicar que la concavidad izquierda del corazón y de la gran arteria sean más amplias y anchas que la concavidad derecha y la vena arteriosa, sino porque la sangre de la arteria venosa, que antes de pasar por el corazón no ha estado más que en los pulmones, es más sutil y se expande con más facilidad que la que viene inmediatamente de la vena cava?[44] ¿Y los médicos qué pueden averiguar, tomando el pulso, si no saben que, según la sangre cambie de naturaleza[45], puede rarificarse a causa del calor del corazón con mayor o menor intensidad y con mayor o menor velocidad? Y si se examina cómo este calor se comunica a los otros miembros, será preciso admitir que es por medio de la sangre que, pasando por el corazón, vuelve a calentarse y a extenderse por todo el cuerpo; por ello acontece que si se extrae sangre de alguna parte, por el mismo medio se verá privada del calor. Y aunque el corazón tuviese la temperatura de un hierro al rojo, no sería suficiente para mantener el calor A-T, VI, 53

en los pies y las manos como lo hace, si no enviara continuamente nuevo flujo sanguíneo. A partir de esto se llega a conocer que la verdadera función de la respiración es aportar el suficiente aire fresco al pulmón para hacer que la sangre que llega al mismo procedente de la concavidad derecha del corazón, donde se ha rarificado y como vaporizado, se espese y convierta en sangre una vez más antes de alcanzar la concavidad izquierda, sin lo cual no podría servir para alimentar el fuego que allí existe. Lo cual se confirma puesto que el corazón de los animales que carecen de pulmones posee una sola concavidad[46] y los niños, que no los utilizan mientras están en el vientre de su madre, tienen una abertura, por la cual la sangre de la vena cava alcanza la concavidad izquierda del corazón y un conducto por el cual la sangre procedente de la vena arteriosa llega a la gran arteria sin pasar por el pulmón. Asimismo, ¿cómo se realizaría la cocción de los alimentos en el estómago si el corazón no enviase calor a esta víscera por las arterias y, conjuntamente, algunas de las partes más fluidas de la sangre para facilitar la disolución de los alimentos? Y la acción que convierte el jugo de esas viandas en sangre, ¿no es fácilmente explicable, si se considera que, pasando una y otra vez por el corazón, se destila quizá más de 100 ó 200 veces al día? ¿Es A-T, VI, 54 necesario introducir algún otro supuesto para explicar la nutrición y la producción de diversos humores que existen en el cuerpo? ¿No es suficiente afirmar que la fuerza con que la sangre, al dilatarse, pasa del corazón hacia las extremidades de las arterias, es la causa de que alguna de sus partes se detengan entre las de los miembros en que se encuentran, tomando allí el lugar de otras que expulsan y que, según la situación, figura o pequeñez de los poros, unas alcanzan determinados lugares antes que las otras, de la misma forma que sucede con las cribas que, agujereadas de distinto modo, sirven para clasificar distintos tipos de granos según sus tamaños? Y, finalmente, lo más destacable en todo esto es la generación de los espíritus animales que son como un viento muy sutil o, más bien, como una llama muy pura y muy viva que, ascendiendo continuamente con gran abundancia desde el corazón al cerebro se comunica por los nervios a los músculos y da el movimiento a todos los miembros; no es necesario imaginar otra causa para explicar cómo las partes de la sangre más agitadas y más penetrantes son, a su vez, las más adecuadas para formar tales espíritus dirigiéndose hacia

el cerebro más bien que a cualquier otra parte; basta con pensar que fluyen a través de arterias que, saliendo del corazón, guardan la línea más recta y que, según las reglas de la mecánica, que son las mismas que las de la naturaleza, cuando diversas cosas tienden a moverse hacia un mismo lugar, en el cual no hay espacio suficiente para todas, tal y como sucede con las partes de la sangre que salen de la concavidad izquierda del corazón y que tienden hacia el cerebro, las más ligeras y menos agitadas deben ser desviadas por las más fuer- A-T, VI, 55
tes[47]. Esta es la razón por la que sólo ellas alcanzan tal lugar.

Todas estas cuestiones las explicaba detalladamente en el tratado que tuve el propósito de publicar hace algún tiempo. A continuación mostraba cuál debía ser la estructura de los nervios y de los músculos del cuerpo humano para que los espíritus animales, alojados en su interior, tuvieran la fuerza necesaria para mover sus miembros, como se observa en las cabezas que poco tiempo después de ser separadas del tronco aún se mueven y muerden la tierra, aunque ya no están animadas. Asimismo explicaba qué cambios deben darse para que se produzca la vigilia, el sueño y los sueños; cómo la luz, los sonidos, los olores, los sabores, el calor y todas las cualidades de los objetos exteriores pueden producir en el cerebro distintas ideas por medio de los sentidos; cómo el hambre, la sed y otras pasiones interiores pueden igualmente suscitar ideas; qué debe entenderse por el sentido común[48], donde tales ideas son recibidas, e igualmente por la memoria, que las conserva, y qué por la fantasía, que puede modificarlas de modo diverso y componer otras nuevas, al igual que, distribuyendo los espíritus animales en los músculos, producir el movimiento de los miembros del cuerpo, adaptándolos a los objetos que se presentan a los sentidos y a las pasiones interiores en tantos modos cuantos movimientos puede tener nuestro cuerpo sin que la voluntad los guíe. Lo cual no parecerá en modo alguno extraño a los que, conociendo cuán diversos *autómatas* o máquinas capaces de moverse puede construir la industria humana con sólo emplear un pequeño número de piezas en comparación con la gran multitud A-T, VI, 56
de huesos, músculos, nervios, arterias y venas y todas las partes de cada animal, consideran este cuerpo como una máquina que, habiendo sido construida por las manos de Dios, está incomparablemente mejor ordenada y es capaz de realizar movimientos más admirables

que ninguna de las que pueden ser inventadas por los hombres[49].

En este lugar de mi tratado me detuve de forma particular en hacer ver que, si hubiese máquinas tales que tuviesen los órganos y la figura de un mono o cualquier otro animal sin razón, no tendríamos medio alguno para reconocer que tales máquinas no tuviesen la misma naturaleza que estos animales[50]. Por el contrario, si hubiese alguna que tuviese semejanza con nuestro cuerpo e imitase todas nuestras acciones tanto como moralmente fuese posible, tendríamos siempre medios muy seguros para conocer que no serían verdaderos hombres. El primero, es que nunca podrían usar palabras, ni componer otros signos, como nosotros hacemos, para manifestar a otros nuestros pensamientos. Pues puede fácilmente pensarse que una máquina esté hecha de forma tal que profiera palabras e inclusive que profiera algunas a propósito de acciones corporales que causasen cierto cambio en sus órganos, como si se pulsa en un cierto lugar que pregunte qué se le quiere decir y si se le pulsa en otro que grite que se le hace daño y cosas semejantes; pero no será capaz de utilizar
A-T, VI, 57 de forma diversa las palabras, para responder con sentido a todo cuanto se le diga en su presencia, tal y como los hombres menos capacitados pueden realizar. El segundo es que aunque fuesen capaces de ejecutar varias acciones tan correctamente o mejor que ninguno de nosotros, fallarían sin duda en otras, en virtud de lo cual descubriríamos que no obran por conocimiento, sino solamente en virtud de la disposición de sus órganos. Pues, así como la razón es un instrumento universal, capaz de servir en cualquier circunstancia, estos órganos, por el contrario, exigen una disposición particular para cada acción concreta. Por lo cual es moralmente imposible que exista una máquina con tal variedad de resortes dispuestos en una forma tal que pudieran hacerla actuar en todas las coyunturas de la vida, tal y como nos hace actuar nuestra razón.

Así pues, por estos medios también podemos conocer la diferencia existente entre los hombres y las bestias[51]. Pues es algo bien patente el que no hay hombres tan embrutecidos ni estúpidos, sin exceptuar los locos, como para que no sean capaces de ordenar diversas palabras y de componer un discurso mediante el cual den a conocer sus pensamientos. Por el contrario, no existe animal alguno tan perfecto y privilegiadamente dotado por nacimiento que sea capaz de algo semejante.

Y no procede esta incapacidad de la falta de los órganos adecuados, pues puede advertirse que las urracas y los loros pueden emitir palabras como nosotros y, sin embargo, no pueden hablar como nosotros, es decir, demostrar que piensan lo que expresan. Por el contrario, los hombres que han nacido sordos y mudos, estando privados, en el mismo grado o aún más que los A-T, VI, 58
brutos, de los órganos que otros utilizan para hablar, habitualmente inventan otros signos por medio de los cuales se hacen entender por aquellos que, viviendo habitualmente con ellos, tienen ocasión de aprender su lenguaje. Y esto no sólo indica que las bestias tienen menor capacidad para razonar que el hombre, sino que carecen por completo de ella, pues se observa que es necesaria muy poca para hablar. Por muy grande que sea la desigualdad entre los animales de una misma especie, al igual que entre los hombres, siendo más fáciles de adiestrar unos que otros, no es creíble que un mono o un loro, que fuesen los más perfectos de su especie, igualen en esto a un niño de los más estúpidos o que tuviese perturbado el cerebro a no ser que su alma fuese de distinta naturaleza que la nuestra. Y no deben confundirse las palabras con los movimientos naturales que son testimonio de las pasiones, los cuales pueden ser imitados por las máquinas al igual que por los animales. Tampoco debe pensarse, como algunos antiguos, que hablen los animales aunque nosotros no entendemos su lenguaje, pues si fuese verdad, puesto que tienen órganos semejantes a los nuestros, podrían igualmente hacerse entender por nosotros tan perfectamente como por sus semejantes. Es también digno de destacar que, aunque existan diversos animales que den testimonio de más habilidad que nosotros para realizar determinadas acciones, sin embargo, se observa igualmente que carecen totalmente de ella para ejecutar otras muchas. De modo que el que sean capaces de realizar algo mejor que nosotros no nos prueba que tengan ingenio, porque en tal caso, tendrían más que ninguno de nosotros y ejecutarían cualquier acción mejor que nosotros. Por el contrario, debemos afirmar que carecen A-T, VI, 59
absolutamente de él y que es la Naturaleza quien obra en ellos, según la disposición de sus órganos, del mismo modo que un reloj, compuesto exclusivamente de ruedas y resortes, puede marcar las horas y medir el tiempo con mayor precisión que nosotros a pesar de toda nuestra prudencia.

A continuación traté el problema del alma racional,

la cual no puede ser explicada en forma alguna considerando el poder de la materia, al igual que había mostrado con las otras propiedades explicadas, sino que debe ser expresamente creada, no bastando que esté alojada en el cuerpo tal y como un piloto en su navío, a no ser acaso para mover sus miembros; más bien es preciso que esté unida y más íntimamente con él para tener, además, sentimientos y apetitos semejantes a los nuestros y componer así un verdadero hombre. Finalmente me extendí un poco en la consideración de este tema, puesto que es uno de los más importantes, pues dejando aparte el error de aquellos que niegan a Dios, el cual pienso haber refutado de modo conveniente en lo que he expuesto, no existe otro que aleje más los espíritus débiles del recto camino de la virtud que el imaginar que el alma de las bestias sea de la misma naturaleza que la nuestra y que, en consecuencia, no tengamos nada que temer ni esperar después de esta vida como nada temen o esperan las moscas o las hormigas. Por el contrario, cuando conocemos cuán diferentes son los hombres de los animales, podemos comprender mejor las razones que prueban que la naturaleza de nuestra alma es enteramente independien-
A-T, VI, 60 te del cuerpo y, en consecuencia, que no perece con él. Y puesto que no conozco otras causas que puedan destruirla, es natural pensar que es inmortal.

SEXTA PARTE

Hace tres años que había llegado a concluir un tratado[1], en el que exponía todas estas cuestiones y comenzaba a revisarlo con el fin de entregarlo al impresor, cuando tuve noticia de que personas, a las cuales consideraba en alto grado y cuya autoridad sobre mis acciones no es apenas menor que la de mi razón sobre mis pensamientos[2], habían condenado una opinión de física, publicada hacia poco tiempo por otro pensador[3], acerca de la cual no afirmo que la compar-

tiese pero sí que no me había percatado, antes de su censura, de que expresase nada que pudiera imaginar como perjudicial para la religión ni el estado ni, en consecuencia, que me hubiese impedido publicarla si estaba racionalmente persuadido de ella. Esto me hizo temer que, de igual forma, se encontrara alguna opinión entre las mías en la cual me hubiese equivocado, a pesar del gran cuidado que siempre he tenido de no recibir novedades en mi creencia de las cuales no tuviese demostraciones muy ciertas y de no escribir algo que pudiera volverse en perjuicio de alguien. Estas circunstancias han sido suficientes para obligarme a modificar la resolución que había tomado de publicar mis opiniones. Pues, aunque las razones en virtud de las cuales sostuve anteriormente tal determinación fuesen muy fuertes, sin embargo, mi inclinación, que siempre me ha hecho aborrecer el oficio de componer libros, me ha prestado rápidamente otras para excusarme. Y estas razones por ambas partes son tales que no solamente tengo algún interés en darlas a conocer, sino que también es posible que el público desee conocerlas. A-T, VI, 61

Nunca concedí una gran importancia a las reflexiones que procedían de mi ingenio y no he creído que estaba obligado a escribir, mientras no he recogido otros frutos del método que pongo en práctica si exceptuamos la resolución de algunas dificultades pertenecientes a las ciencias especulativas o el intento de dirigir mis costumbres de acuerdo con las razones que tal método me ofrecía. Pues, en relación con las costumbres, cada uno abunda tanto en su propio sentido que podrían encontrarse tantos reformadores como cabezas si fuese permitido emprender la labor de realizar algún cambio a personas distintas de las que Dios ha establecido como soberanos de sus pueblos o bien a aquellos a los cuales ha dado suficiente gracia y celo para ser profetas. Y aunque mis especulaciones me complaciesen en alto grado, pensé que también algunas personas tendrían otras que quizá podrían preferir. Pero tan pronto como hube adquirido algunas nociones generales relacionadas con la física y, comenzando a ponerlas a prueba en diversas y concretas dificultades, me di cuenta hasta dónde podrían conducirme y cuánto difieren de los principios generalmente utilizados hasta el presente; pensé que no podía tenerlas ocultas sin infringir gravemente la ley que nos obliga a intentar el bien general de todos los hombres en tanto que nos sea posible. Pues tales nociones me han hecho ver que pueden lograrse

conocimientos muy útiles para la vida y que en lugar de esta filosofía especulativa que se enseña en las escuelas,
A-T, VI, 62 puede encontrarse una filosofía práctica en virtud de la cual, conociendo la fuerza y las acciones del fuego, del agua, del aire, de los astros, de los cielos y de todos los cuerpos que nos rodean con tanta precisión como conocemos los diversos oficios de nuestros artesanos, podamos emplearlos de igual forma para todos aquellos usos que sean propios, convirtiéndonos por este medio en dueños y señores de la naturaleza[4]. Lo cual no sólo es deseable en vistas a la invención de una serie de artificios que nos permitirían disfrutar sin dificultad alguna de todos los frutos de la tierra y de todas las comodidades que en ella se encuentran, sino principalmente también para la conservación de la salud, la cual, sin duda, es el primer bien y el fundamento de todos los otros de esta vida, pues nuestro ingenio depende tan estrechamente del temperamento y de la disposición de los órganos del cuerpo que si es posible encontrar algún medio que haga a los hombres más sabios y más hábiles que lo han sido hasta ahora, creo que es la medicina la que debe darlo a conocer. También es verdad que la practicada en nuestros días contiene pocas cosas cuya utilidad sea tan destacada; pero, sin deseo de despreciarla estoy seguro de que no existe alguien, inclusive entre los que la ejercen como profesión, que no admita que todo lo que en ella se conoce no sea insignificante si lo comparamos con todo lo que desconocemos y que podríamos vernos libres de una infinidad de enfermedades tanto del cuerpo como del espíritu y, quizá hasta de la debilidad que acompaña a la vejez, si se tuviese suficiente conocimiento de sus respectivas causas y de todos los remedios de los cuales nos ha desprovisto la naturaleza. Teniendo, pues, el
A-T, VI, 63 propósito de emplear toda mi vida en la búsqueda de una ciencia tan necesaria y habiendo encontrado un camino que, siguiéndolo, me parece tal que debo infaliblemente encontrarla si no me lo imposibilitan la brevedad de la vida o la falta de experiencias, juzgaba que no existía mejor remedio contra estos impedimentos que el comunicar fielmente al público todo lo poco que yo hubiese encontrado e invitar a los ingenios capaces a intentar progresar, contribuyendo cada uno, según sus inclinaciones y poder, a realizar las experiencias que fueran necesarias y a comunicar cuanto hayan conocido con el fin de que comenzando los últimos donde los precedentes habían concluido y, de esta forma

orientando con una misma finalidad la vida y los trabajos de muchos, lleguemos mediante el trabajo conjunto mucho más lejos de lo que cada uno hubiera logrado en particular[5].

Así mismo me percaté de que en relación con las experiencias[6], éstas son tanto más necesarias cuanto más se ha avanzado en el conocimiento. Pues, en los inicios de la investigación es más conveniente utilizar de forma exclusiva aquellas experiencias que se presentan por sí mismas a nuestros sentidos y que no podríamos ignorar aunque realicemos una mínima reflexión, que el buscar otras más raras y construidas[7]; la razón es que estas últimas nos inducen frecuentemente a error cuando aún no se conocen las causas más comunes y cuando las circunstancias de que dependen son tan singulares y precisas que es muy difícil observarlas adecuadamente. Pero el orden que he seguido en mis estudios ha sido éste: Inicialmente traté de formular los primeros principios o primeras causas[8] de todo lo que es o puede existir A-T, VI, 64
en el mundo; considerando para ello exclusivamente el mundo en cuanto creado por Dios y, por otra parte, no obteniendo tales principios sino a partir de ciertas semillas de verdades que están naturalmente en nuestras almas[9]. Finalizado tal estudio, examiné cuáles eran los primeros y más comunes efectos que podían ser explicados[10] a partir de estas causas: creo que de este modo encontré la explicación de los cielos, los astros, una Tierra y también sobre la tierra, agua, aire, fuego, minerales y algunas otras cosas que son las más comunes y las más simples y, en consecuencia, las más fáciles de conocer. A continuación, cuando quise acceder al conocimiento de aquellas que eran más particulares, se me han presentado tan varias que no he creído fuese posible al espíritu humano distinguir las formas o especies de todos los cuerpos que hay sobre la tierra, de una infinidad de otras que podrían darse si Dios hubiese deseado colocarlas en ella ni, en consecuencia, someterlas a nuestro uso si no tratamos de conocer las causas por los efectos, sirviéndonos con este fin de múltiples experiencias particulares. A continuación de lo cual, pensando en todos los objetos que se habían presentado a mis sentidos, me atrevo a decir que no me percaté de cosa alguna que no pudiese explicar cómodamente mediante los principios formulados. Pero también es preciso que reconozca que el poder de la naturaleza es tan amplio y tan vasto y que tales principios son tan simples y generales, que no existe

efecto alguno particular, que inicialmente no conozca
A-T, VI, 65 que pueda ser explicado de diversas formas, radicando, pues, mi mayor dificultad de ordinario en identificar en qué forma concreta depende de estos principios[11]. No conozco otra solución para este problema que el construir oportunamente algunas experiencias tales que su resultado no sea el mismo si se debe explicar en una u otra de las formas posibles. Además, en el presente momento de mis trabajos creo conocer bastante bien qué medio debe utilizarse para realizar la mayor parte de aquellas experiencias que pueden cumplir tal finalidad; pero, igualmente, me doy cuenta de que poseen tales características y son tan numerosas, que ni mis manos ni mis rentas aunque tuviese mil veces más de lo que poseo, serían suficientes para realizarlas. De tal forma que según tenga en el futuro la comodidad de hacer más o menos, avanzaré también más o menos en el conocimiento de la naturaleza. Todo esto pensaba darlo a conocer en el tratado que había compuesto, mostrando en el mismo con tanta claridad la utilidad que el público podía recibir que obligaría a todos aquellos que son movidos en general por el bien de los hombres y no por falsa apariencia o mera opinión, es decir, a los que en efecto son virtuosos, no sólo a comunicarme las experiencias realizadas por ellos sino también a cooperar conmigo en la investigación de aquellas que restan por hacer.

Pero desde entonces hasta hoy otras razones me han hecho cambiar de opinión y pensar que verdaderamente debía continuar redactando todo lo que juzgara de alguna importancia a medida que descubriera la verdad, prestando la misma atención que si deseara hacerlo
A-T, VI, 66 imprimir, no sólo para tener una nueva ocasión de examinarlo adecuadamente (pues, sin duda, se observa con mayor atención lo que se estima que debe ser conocido por muchos que lo que ha de ser conocido por uno solo y porque frecuentemente lo que me ha parecido verdadero, cuando he comenzado a examinarlo, sin embargo, he estimado que es falso al intentar redactarlo), sino también para no perder ocasión alguna de favorecer al público si soy capaz y para que si mis escritos tienen algún valor puedan ser utilizados de la forma más adecuada por aquellos que los conozcan después de mi muerte. Pero de ninguna forma debía consentir que tales escritos fuesen publicados durante mi vida con el fin de que ni las oposiciones ni las controversias a las que dieran lugar, ni cualquiera que

fuera la reputación que pudieran proporcionarme, fuesen una ocasión para perder el tiempo que he decidido emplear en formarme. Pues, aunque sea cierto que cada hombre está obligado a procurar, en tanto que le sea posible, el bien de los otros y que ningún valor posee quien no es útil para nadie, sin embargo, es también verdad que nuestras preocupaciones deben sobrepasar el tiempo presente y que es conveniente omitir ciertas cuestiones que podrían aportar algún provecho para los que ahora viven, cuando se intenta algo de mayor utilidad para la posteridad. Y, en efecto, deseo hacer público que lo poco que he aprendido hasta ahora es insignificante en comparación con lo que ignoro y que no desespero de conocer, pues sucede casi igual con aquellos que descubren la verdad en las ciencias poco a poco que con los que han comenzado a enriquecerse A-T, VI, 67
pues tienen menor dificultad en hacer grandes adquisiciones que tuvieron anteriormente, cuando eran pobres, para hacer otras menores. También pueden ser comparados con los jefes de armada cuyas fuerzas, generalmente, crecen en proporción con sus victorias, debiendo ser más hábiles para sostener una situación igual después de una derrota, que para ocupar villas y provincias después de haber triunfado. Pues en realidad es como librar una batalla el intentar vencer todas las dificultades y errores que nos impiden llegar al conocimiento de la verdad y es perder una batalla el admitir alguna falsa opinión en relación con alguna cuestión general e importante, pues posteriormente hace falta mucha más agilidad intelectual para retornar al estado inicial que para realizar grandes progresos cuando se poseen principios seguros. En cuanto a mí, si he logrado alcanzar anteriormente algunas verdades en el campo de las ciencias, tal como espero que los temas que se exponen en este volumen permitan confirmarlo, puedo decir que no son sino consecuencias o que dependen de la solución de cinco o seis dificultades que he logrado superar y que estimo como tantas otras batallas en las que tuve la fortuna de mi parte. Igualmente no temo afirmar que solamente necesito ganar dos o tres como éstas para lograr el fin de mis proyectos, no siendo mi edad tan avanzada como para que de acuerdo con el curso normal de la naturaleza, no pueda aún tener el tiempo necesario para alcanzar tal fin. Así pues, creo estar tanto más obligado a emplear el tiempo que me A-T, VI, 68
resta, por cuanto tengo esperanza de emplearlo bien. Y ciertamente con la publicación de los fundamentos de

mi física suscitaría, sin duda alguna, muchas ocasiones para perderlo. Pues, aunque sean casi todos tan evidentes, que sólo sea necesario comprenderlos para creerlos, y que no existe alguno del que no pueda dar una demostración, sin embargo, a causa de que es imposible que sean acordes con todas las diversas opiniones de otros hombres, supongo que frecuentemente me veré apartado de mi estudio por las oposiciones que harán surgir.

Podrían replicarme que tales opiniones, por ser contrarias, serían útiles no sólo para hacerme conocer mis faltas, sino también para que los otros llegasen a adquirir una mayor inteligencia de estas cuestiones en el caso de que mis opiniones fuesen en algún sentido correctas y, ya que varias personas pueden ver más que una sola, pudiesen también ayudarme en mis invenciones, comenzando a poner en práctica mis teorías. Pero, aunque reconozca que soy muy propenso a equivocarme y aunque no me fíe casi nunca de los primeros pensamientos que tengo, sin embargo, la experiencia de objeciones que se me pueden hacer, me impide esperar algún provecho, pues frecuentemente he podido analizar los juicios tanto de aquellos que he considerado como amigos como de otros para quienes pensaba era indiferente y hasta de aquéllos, cuya malicia y envidia sabía que motivarían el intento de mostrar en público lo que el afecto hacía encubrir a los amigos. Sin embargo, en pocas ocasiones ha sucedido que se me haya objetado algo que en cierto modo no hubiese previsto, a no ser que se tratase de cuestión muy distante de mi tema. De
A-T, VI, 69 suerte que casi nunca he encontrado un censor de mis opiniones que no me pareciese menos severo o justo que yo mismo. De igual forma nunca me he percatado de que mediante la técnica de las disputas que se practica en las escuelas se haya descubierto verdad alguna hasta entonces ignorada pues, esforzándose cada uno en triunfar sobre su adversario, se ejercita más en hacer valer la verosimilitud que en sopesar las razones de cada una de las partes. Y aquellos que durante largo tiempo han sido buenos defensores, no por ello son posteriormente mejores jueces.

En relación con la utilidad que otros pudieran recibir de la comunicación de mis pensamientos, debo indicar que no sería muy estimable pues no los he desarrollado hasta tal punto que no sea necesario completarlos antes de que puedan contribuir a su utilización. Y pienso poder afirmar sin vanidad que si alguien es capaz de

conseguirlo, he de ser yo mejor que otro ninguno. Y no porque no existan en el mundo espíritus incomparablemente más capaces que el mío, sino porque quien aprende algo de otro, no es fácil que lo conciba tan adecuadamente como el que lo ha pensado inicialmente. Esto es tan cierto en relación con estas materias que, aunque frecuentemente he explicado alguna de mis opiniones a personas de gran capacidad, las cuales parecían entenderlas con gran distinción cuando las exponía, sin embargo, me he percatado de que al repetirlas, las han alterado de forma tal que no podría reconocerlas como propias. Razón ésta por la que agradecería a la posteridad que jamás estimara como A-T, VI, 70
mío pensamiento alguno si yo mismo no lo hubiera publicado. Es más, no me extraño en forma alguna de las extravagancias que se atribuyen a todos los antiguos filósofos, cuyos escritos no poseemos, ni juzgo por ello que sus escritos hayan sido desatinados, dado que eran los más capacitados de su época. Unicamente creo que han sido inadecuadamente transmitidas sus doctrinas. Así mismo se observa que casi ninguno de sus discípulos les ha aventajado; tengo por seguro que los más apasionados discípulos que en la actualidad siguen las doctrinas de Aristóteles, se considerarían dichosos si tuviesen el mismo conocimiento de la naturaleza que él tuvo[12], aunque fuese con la condición de nunca sobrepasar tales conocimientos. Son como la yedra que no sólo no alcanza mayor altura que la de los árboles que la sostienen, sino que frecuentemente desciende después de haber alcanzado la copa. Me parece que tales filósofos descienden, es decir, que en cierta forma alcanzan un grado menor de sabiduría que si se abstuvieran de estudiar, pues no contentos con asimilar todo aquello que es explicado de forma inteligible por su autor, desean encontrar en sus obras solución para muchas dificultades sobre las que nada dice y en las que probablemente nunca pensó[13]. Sin embargo, tal forma de filosofar es muy cómoda para quienes no tienen sino una mediocre capacidad, pues la oscuridad de sus distinciones y de los principios de que se sirven es la causa de que puedan opinar sobre cualquier materia de forma tan audaz como si la conocieran y sostener cuanto afirman contra los más hábiles y sutiles sin que exista medio de convencerlos. En esto me parecen A-T, VI, 71
semejantes a un ciego que para batirse en igualdad de condiciones con un vidente, le hiciera adentrarse en el fondo de una caverna muy oscura. Y puedo afirmar que

éstos tienen interés en que me abstenga de publicar los principios de la filosofía que defiendo, pues siendo muy simples y sencillos, como son, su publicación vendría a ser como abrir una ventana y hacer entrar la luz del día en esta cueva donde tales filósofos han descendido para batirse. Mas tampoco los más capacitados tienen ocasión de desear conocerlos, pues si lo que desean es saber hablar sobre todos los temas y adquirir la reputación de doctos, más fácilmente alcanzarán tales fines contentándose con lo verosímil, que puede ser alcanzado sin gran dificultad en cualquier clase de materias, que si buscan la verdad que sólo es posible lograr poco a poco en algunas materias y que, cuando se trata sobre otras cuestiones, obliga a confesar abiertamente que se las ignora. Pero si prefieren estar en posesión de algunas verdades a la vanidad de parecer que no ignoran nada, como sin duda es preferible, deseando seguir un proyecto semejante al mío, no necesitan que les facilite una mayor información de la que ofrezco en este discurso. Pues si son capaces de llegar más lejos que yo, con mayor razón serán también capaces de conocer todo aquello que creo haber encontrado. Pues dado que, solamente he examinado los problemas por orden, es cierto que todo lo que aún resta por descubrir es en sí
A-T, VI, 72 más difícil y problemático que lo que hasta ahora he descubierto y estos filósofos lograrían menor satisfacción llegando a conocerlo por mí que por ellos[14]. Por otra parte, el hábito que ellos adquirirán analizando inicialmente cuestiones fáciles y tratando paulatinamente otras más difíciles, les será más útil que todas mis instrucciones. Yo mismo estoy persuadido de que si se me hubiesen enseñado desde mi juventud todas aquellas verdades cuyas demostraciones he buscado, no habiendo tenido dificultad alguna en alcanzarlas, no hubiera llegado a descubrir ninguna otra y, por supuesto, nunca hubiera adquirido el hábito y facilidad que pienso tener para conseguir otras nuevas a medida que me dedique a indagarlas. En una palabra, si hay en el mundo alguna obra que no pueda ser concluida por persona distinta de quien la inició, pienso que tal es la que me ocupa[15].

Bien es cierto que en relación con las experiencias que puedan contribuir a tal fin, un solo hombre no podría realizarlas todas y tampoco podría emplear otras manos distintas de las suyas si exceptuamos las de los artesanos o personas a las que se retribuyera su trabajo, pues tal esperanza que es un eficacísimo medio, motivaría que realizasen exactamente todo cuanto se les prescri-

biera. Pues, los voluntarios que, por curiosidad o deseo de conocer, se ofrecieran para ayudarle, aparte de que prometen generalmente más de lo que realizan y no plantean sino atractivas propuestas de las cuales ninguna concluyen con éxito, también desearían, sin duda alguna, ser pagados mediante la explicación de algunas dificultades o al menos obtener halagos y entrevistas A-T, VI, 73
inútiles que, por poco tiempo que exigieran, supondrían una pérdida. Y en relación con las experiencias que han sido realizadas por otros, aunque desearan comunicarlas, lo cual no harían nunca los que las califican de secretos, intervienen tantas circunstancias y detalles superfluos en la mayor parte de las mismas, que le sería muy difícil descubrir la verdad. Por otra parte, las encontraría tan mal explicadas o inclusive tan falseadas, puesto que aquellos que las han realizado se han esforzado en hacerlas parecer conformes con sus principios, que si existiesen algunas útiles no compensarían el empleo del tiempo que ha requerido su selección. De modo que si alguien hubiese en el mundo de quien se conociese con seguridad que es capaz de encontrar las cosas más grandes y útiles para el público y que, por esta razón, otros hombres se esforzasen por ayudarle en sus proyectos, no veo que puedan realizar otra cosa por él sino contribuir a sufragar los gastos de las experiencias que fueran necesarias y, por otra parte, a impedir que su tiempo se viera mermado por la inoportunidad de alguien. Pero, además de que no tengo tan buena opinión sobre mí mismo como para prometer algo extraordinario ni estoy inundado de pensamientos vanidosos como para pensar que el público deba tener una gran estima de mis proyectos, tampoco tengo un alma tan mezquina como para desear aceptar de alguien un favor que pudiera creerse que no merezco. A-T, VI, 74

Todas estas consideraciones conjuntamente valoradas fueron la causa de que no deseara divulgar hace tres años el tratado que tenía entre mis manos e inclusive tomé la resolución de no dar a conocer ninguno otro durante mi vida que fuese tan general ni a partir del cual pudieran conocerse los fundamentos de mi física. Pero posteriormente dos razones me han obligado a introducir algunos ensayos sobre problemas concretos y a dar al público cuenta de mis acciones y proyectos. En primer lugar, pensaba que si dejaba de hacerlo, muchos que han conocido la intención que tuve de imprimir algunos escritos, podrían imaginarse que las causas en virtud de las cuales me he abstenido serían para mí más

desfavorables de lo que en realidad son. Pues, aunque no estimo la fama en exceso y hasta me atrevo a decir que la odio en tanto que pienso es contraria a la tranquilidad, lo más apreciado por mí, sin embargo nunca he intentado ocultar mis acciones como si fuesen crímenes ni he tomado muchas precauciones para permanecer desconocido, no sólo porque hubiese estimado que me perjudicaba, sino también porque tal actitud me hubiese entorpecido al provocar en mí una especie de inquietud, contraria a la perfecta tranquilidad espiritual buscada por mí. Y puesto que, habiendo permanecido constantemente indeciso entre la preocupación de ser o no ser conocido, no he podido impedir que ganase cierta reputación, he pensado que debía lograr lo mejor para evitar, al menos, tenerla mala. La
A-T, VI, 75 segunda razón que me ha obligado a escribir este tratado es que viendo cada día con más claridad el retraso que sufre el proyecto que tenía de instruirme a causa de una infinidad de experiencias necesarias y que, sin la ayuda de otro, me será imposible realizar, aunque no me estimo en grado tal como para esperar que el público participe en gran medida de mis intereses, sin embargo tampoco deseo faltar a lo que me debo a mí mismo, como para dar lugar algún día al reproche de aquellos que me han de sobrevivir, puesto que hubiese podido darles a conocer varios asuntos mucho más interesantes si no hubiese despreciado en exceso el manifestarles cómo y en qué podían contribuir al éxito de mis planes.

Por otra parte, he pensado que me resultaría fácil seleccionar algunos temas que, sin estar sujetos a importantes controversias ni obligarme inicialmente a la publicación de los principios de mi filosofía (que no lo deseo), sin embargo me permitiesen presentar claramente aquello que logro o no explicar en las ciencias. Empresa en la que no puedo decir si he triunfado, pues no deseo prevenir las opiniones de nadie, enjuiciando mis propios escritos. Pero me agradaría mucho que fuesen examinados y con el fin de que exista una mayor oportunidad, suplico que todos aquellos que tengan algunas objeciones se tomen el trabajo de enviarlas a mi librero, quien me las transmitirá, procurando, a la vez, adjuntar mi respuesta. Por este medio los lectores, conociendo ambas opiniones, juzgarán tanto más fácilmente acerca de la verdad. Pues no prometo darle en tal ocasión extensas respuestas, sino solamente reconocer
A-T, VI, 76 abiertamente mis equivocaciones, si alcanzo a conocer-

las o bien, si no me apercibo de ellas, pienso exponer simplemente lo que estimaría necesario para la defensa de lo que escribo sin añadir explicación de alguna nueva materia para no comprometerme sin fin de una en otra cuestión.

Pero si alguna de las que he tratado al inicio de *La Dióptrica* y *Los Meteoros* causan sorpresa, puesto que las califico de supuestos y no parezco tener deseo alguno de probarlas, espero que se tenga la paciencia de leer completamente la obra con atención y también que el lector quede satisfecho. Opino que las razones se siguen de tal forma que, así como las últimas están demostradas por las primeras, que son sus causas, de igual forma estas primeras lo son recíprocamente por las últimas que son sus efectos. Y no debe pensarse que cometo, procediendo de tal forma, el defecto que los lógicos llaman círculo, pues verificándose experimentalmente con certeza la mayor parte de estos efectos, las causas de las que han sido deducidos no sirven tanto para probarlos como para explicarlos y, por el contrario, éstas son las que son probadas por ellos[16]. Y las he calificado de suposiciones con el único fin de que se conozca que pienso poder explicarlas a partir de esas primeras verdades que anteriormente he aducido, pero que expresamente no he desarrollado para impedir que ciertos espíritus que se imaginan llegar a conocer en un día todo cuanto otro ha pensado en veinte años, tan pronto como han escuchado dos o tres palabras sobre el tema, y que son tanto más propensos a errar e incapaces de indagar la verdad cuanta más penetración y agilidad A-T, VI, 77
poseen, no puedan encontrar en tales primeras verdades una ocasión para construir una filosofía extravagante sobre lo que estiman que son mis principios. Pues en relación con mis opiniones no pretendo defenderlas como nuevas, tanto más cuanto que consideradas atentamente las razones estoy seguro de que se encontrarán tan simples y conformes al sentido común que parecerán menos extraordinarias y menos extrañas que otras que se pudiesen tener sobre los mismos temas. Y, por otra parte, no me vanaglorio de ser el primer expositor de algunas; más bien, de no haberlas admitido porque hubiesen sido defendidas o no por otros, sino solamente porque la razón me ha persuadido de su verdad.

Si los artesanos no pueden ejecutar con rapidez la invención que es explicada en *La Dióptrica*[17], no creo que por ello pueda rechazarse. Pues si triunfasen al

primer intento, requiriéndose destreza y hábito para construir y para ajustar las máquinas que he descrito sin que falte detalle alguno, no me extrañaría menos de ello que si alguien saliera exitoso aprendiendo en un solo día a tocar perfectamente el laúd porque se le hubiese entregado una buena partitura. Y si escribo en francés, lengua de mi país, y no en latín, la lengua de mis preceptores, es porque espero que aquellos que solamente se sirven de su razón natural, carente de todo prejuicio, juzgarán más correctamente mis opiniones que aquellos que no aceptan sino el pensamiento antiguo[18]. Y para aquellos que aúnan la razón con el estudio, los únicos que apetezco como mis jueces, no
A-T, VI, 78 creo tengan en absoluto tan parcial inclinación por el latín como para que rehúsen entender mis razones porque las dé a conocer en lengua vulgar.

Finalmente no deseo hablar aquí de forma detallada del progreso que espero alcanzar en las ciencias ni comprometerme con promesa alguna que no esté seguro que pueda cumplir. Solamente diré que he resuelto emplear el tiempo que me queda de vida y en forma exclusiva para tratar de adquirir algún conocimiento de la naturaleza que sea tal que puedan obtenerse normas para la medicina, más seguras que las utilizadas hasta ahora y que mi inclinación me aleje tan fuertemente de toda clase de proyectos, principalmente de aquellos que solamente serían útiles para unos y perjudiciales para otros que, si en alguna ocasión me obligasen a entrar en ellos, no creo que fuese capaz de concluirlos. Tal declaración sé que no contribuirá a extender mi fama en el mundo, pero no lo deseo. Siempre me consideraré más obligado hacia aquellos por cuyo favor gozaré sin impedimento de mi tranquilidad que hacia los que me ofrezcan los más honorables empleos de la tierra.



LA DIÓPTRICA

* Conviene advertir que en la traducción de estos ensayos hemos respetado al máximo las expresiones y giros de Descartes, aunque ello haya impuesto el evitar términos y expresiones que, por otra parte, son fácilmente incorporables por el lector de hoy. Unicamente tal advertencia justifica la existencia de giros como «...espejos que queman», «variar u orientar su curso», «...si dentro de la elipse *DBK* se describe otra más pequeña», «la línea tocará a este elipse sin cortarla», «moverse con un poco más de rapidez»; «fáciles de arder»...

Tal proceder viene avalado por una importante observación de Brunot quien al referirse a la evolución de la lengua francesa, afirma que «...el cartesianismo, en contraposición con su importante significado en la historia del pensamiento, no representa una fecha destacada en la historia de la lengua. Ni el maestro, ni sus discípulos ni sus imitadores se interesaron verdaderamente en esta cuestión, o más bien se la plantearon de un modo tal que el léxico no podía ser profundamente modificado» (*Histoire de la langue francaise*, VI, p. 525).

Aceptando el juicio de Brunot, nos adherimos a la parte final de su afirmación. El uso del francés al igual que la no introducción o no acuñación de términos científicos que restaran ambigüedad y aumentaran la precisión de sus exposiciones, estimo que deben explicarse en relación con propósitos centrales de Descartes: liberar la nueva concepción de la filosofía y de la ciencia del fantasma terminológico que había protegido y aislado, según momentos, al pensamiento escolástico; por otra parte, existe también en Descartes el deseo de dirigirse a cuantos fueran capaces de leer estas páginas sin estar embargados por los prejuicios que representaba el considerar únicamente como verdadera a la filosofía de la escuela; finalmente, el propio Descartes manifiesta en el primer capítulo de esta obra que desea adecuar su exposición a los conocimientos de aquellos operarios y artesanos de los cuales dependería la ejecución de lo que en estas páginas se describe.

Por lo que se refiere a las variantes con la edición latina, solamente hemos recogido algunos términos que apoyan la traducción ofrecida o que contribuyen a matizar expresiones muy ambiguas del lenguaje común francés. No obstante, la edición latina introduce claras modificaciones de carácter sintáctico que en el fondo hacen aún más fácil la lectura, pues el texto francés introduce períodos explicativos excesivamente extensos que dificultan la lectura. Asimismo, la puntuación se refiere a la edición francesa sin recoger ninguna de las variaciones frecuentes que existen en la latina.

LA DIOPTRICA*

A-T, VI, 81

Discurso Primero

SOBRE LA LUZ

Toda la conducta de nuestra vida depende de nuestros sentidos. La vista es el más universal[1] y el más noble de todos y no existe duda alguna de que las invenciones que puedan contribuir a dilatar su poder han de ser las más útiles[2]. Difícil es encontrar alguna que conceda mayor alcance a este sentido que esas maravillosas lentes usadas desde hace poco tiempo y que nos han dado a conocer nuevos astros así como otros nuevos cuerpos sobre la Tierra en número mucho mayor del que hasta entonces habíamos conocido. Pues, estas lentes llevando nuestra vista mucho más lejos de lo que estaba acostumbrada a alcanzar la imaginación de nuestros antepasados[3], parecen habernos abierto el camino para llegar a un conocimiento de la Naturaleza mucho más vasto y perfecto que el que ellos tuvieron. Pero, para vergüenza de nuestras ciencias, esta invención tan útil y tan admirable no ha sido lograda sino
A-T, VI, 82 como un fruto de la experiencia y la fortuna[4]. Hace treinta años, un tal Santiago Metio[5] de la villa de Alcmar en Holanda, hombre sin estudios, aunque tuvo un padre y hermano matemáticos de profesión, pero que encontraba un peculiar agrado en construir espejos y vidrios que producen fuego[6], montándolos con hielo

durante el invierno, tal y como la experiencia ha demostrado que se puede realizar, teniendo, en esta ocasión, muchos vidrios de distintas formas, se percató por fortuna del fenómeno al mirar a través de dos, siendo uno de ellos un poco más espeso en el centro que en las extremidades y el otro, por el contrario, mucho más espeso en las extremidades que en el centro. Tan felizmente los montó en cada uno de los extremos de una caña que, de esta forma, se inventó la primera de las lentes a que nos referimos. Este ha sido el patrón con el que se han realizado las otras sin que nadie, que yo conozca, haya determinado debidamente las figuras que tales cristales deben tener[7]. Pues, aunque otros muchos y destacados espíritus hayan cultivado posteriormente esta materia y progresado considerablemente más en el conocimiento de algunos temas de Optica de lo que nos habían mostrado los antiguos, sin embargo, puesto que las invenciones un poco difíciles no alcanzan su último grado de perfección en el primer momento, estimo que existen aún suficientes dificultades en este campo como para darme la ocasión de opinar. Así mismo considero que la ejecución de cuanto exponga debe depender de la habilidad de los artesanos, que generalmente carecen de estudios. Por esta razón, intentaré hacerme inteligible a todo el mundo y no A-T, VI, 83 omitir ni suponer nada que deba ser enseñado por otras ciencias[8]. Esta es la razón por la que comenzaré refiriéndome a la explicación de la luz y de sus rayos; a continuación, habiendo realizado una breve descripción de las partes del ojo, detallaré la forma en que se realiza la visión. Finalmente y después de exponer cuantos instrumentos pueden hacerla más perfecta, indicaré cómo las lentes pueden ser utilizadas con tal fin en virtud de las invenciones que pienso describir.

No teniendo otro motivo para hablar sobre la luz que el de explicar cómo sus rayos penetran en el ojo y cómo pueden ser desviados por los diversos cuerpos que alcanzan, no creo necesario incluir en mi proyecto el problema relacionado con cuál sea su naturaleza[9]. Estimo que será suficiente la utilización de dos o tres comparaciones para ayudarnos a concebirla de la forma que me parece la más cómoda con vistas a explicar no sólo todas aquellas propiedades conocidas en virtud de la experiencia, sino también todas aquellas que no pueden ser tan fácilmente observadas[10]. En esto imito a los astrónomos, quienes aunque sus suposiciones[11] sean casi todas falsas o inciertas, sin embargo, puesto que se

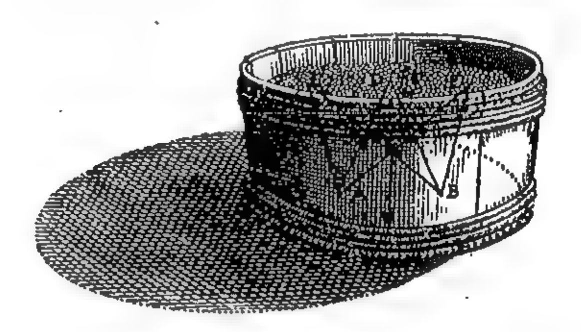
relacionan con diversas observaciones realizadas por ellos, no dejan de obtener de las mismas consecuencias muy verdaderas y seguras[12].

Sin duda alguna habéis visto la necesidad de utilizar un bastón para guiaros cuando caminabais sin luz por lugares difíciles durante la noche. Así mismo, os habréis percatado de que mediante el extremo del bastón podéis A-T, VI, 84 apreciar la existencia de diversos objetos que se encuentran a vuestro alrededor, e incluso que podéis distinguir si son árboles, piedras, arena, agua, hierba, barro o algún otro objeto semejante. Verdad es que esta forma de sentir es un poco oscura y confusa para aquellos que no han tenido una gran práctica. Pero si consideráis el constante ejercicio de aquellos que, habiendo nacido ciegos, se han servido de tal medio durante toda su vida, entonces la encotraréis tan perfecta y tan exacta que podríamos afirmar que ven por sus manos o que su bastón es el órgano de un sexto sentido, que les ha sido dado al carecer de la vista. Para establecer una comparación a partir de esto, deseo que penséis que la luz no es otra cosa en los cuerpos, que son llamados luminosos, que un cierto movimiento o una acción muy rápida y muy viva que se dirige hacia nuestros ojos a través del aire y de los otros cuerpos transparentes, de igual forma que el movimiento o la resistencia de los cuerpos que encuentra este ciego llega a su mano a través del bastón. Tal consideración os impedirá encontrar extraño, en primer lugar, que la luz pueda extender sus rayos en un instante desde el sol hasta nosotros[13], pues sabéis que la acción que mueve uno de los extremos del bastón debe alcanzar instantáneamente al otro y que así debería suceder, aunque la distancia entre sus extremos fuese mayor que la existente entre la tierra y los cielos. En segundo lugar, no encontraréis extraño que por medio de la misma podamos ver toda clase de colores, así como que estos colores no sean otra cosa en los cuerpos A-T, VI, 85 de color, sino las diversas formas en que los mismos reciben y reflejan la luz contra nuestros ojos, si consideráis que las diferencias constatadas por un ciego entre diversos árboles, piedras, agua y cosas semejantes por medio de su bastón no le parecen menores de lo que son para nosotros aquellas que existen entre el rojo, el amarillo, el verde y todos los otros colores. Y sin embargo, todas aquellas diferencias no son otra cosa en todos estos cuerpos que las diversas formas de mover o de resistir a los movimientos de este bastón. En tercer lugar y a partir de tal comparación, tendréis ocasión

para juzgar que no es necesario suponer que fluya cosa alguna material desde los objetos hasta nuestros ojos para hacernos ver los colores y la luz ni que haya nada en estos objetos que sea semejante a las ideas o sentimientos[14] que de ellos tenemos, de la misma forma que no es necesario afirmar que fluya algo desde los cuerpos que siente un ciego ni que deba pasar a lo largo de su bastón hasta su mano, sino que la resistencia o movimientos de esos cuerpos, que es la única causa de los sentimientos que tiene, no es en nada semejante a las ideas que concibe[14 bis]. De esta forma vuestro espíritu se verá liberado de todas esas pequeñas imágenes que revolotean por el aire, llamadas *especies intencionales*[15], que tanto trabajan la imaginación de los filósofos. De igual modo, se podrá decidir fácilmente otra cuestión, también discutida entre éstos, relacionada con el lugar de donde proviene la acción que causa la sensación visual, pues de la misma forma que nuestro ciego puede sentir los cuerpos que están alrededor de él no solamente en virtud de la acción de éstos cuando se estrellan contra su bastón, sino también en virtud del movimien- A-T, VI, 86
to de su mano, cuando no hacen sino oponerle resistencia, de igual forma es preciso admitir que los objetos de la vista pueden ser sentidos no sólo en virtud de la fuerza de la acción que manando de ellos tiende hacia los ojos, sino también en virtud de aquella que, siendo propia de los ojos, tiende hacia los objetos[16]. Sin embargo, puesto que tal acción no es otra cosa que la luz, es preciso hacer notar, en primer lugar, que nadie, con excepción de aquellos que pueden ver en las tinieblas, como los gatos, pueden tenerla en sus ojos[17]. Y debe advertirse, en segundo lugar, que de ordinario los hombres no ven sino por la acción que parte de los objetos, pues la experiencia[18] nos muestra que son los objetos los que deben ser luminosos o deben iluminarse para ser vistos y no nuestros ojos. Pero, puesto que hay una gran diferencia entre el bastón de este ciego y el aire o los otros cuerpos transparentes, a través de los cuales vemos, es preciso que recurra a establecer otra comparación.

Pensad en una cuba durante la época de la vendimia, repleta de racimos medio prensados y en cuyo fondo se hubieren realizado uno o dos orificios, como *A* y *B*, por donde el mosto contenido en la misma pudiera fluir. También se debe pensar que, no existiendo vacío en la Naturaleza[19], tal como admiten la generalidad de los filósofos y, sin embargo, existiendo poros en todos los

A-T, VI, 87 cuerpos que conocemos en torno a nosotros, tal y como la experiencia puede mostrar con gran claridad, es necesario que esos poros estén llenos de alguna materia muy sutil y muy fluida, que se extiende sin interrupción desde los astros hasta nosotros. Entonces, si comparamos esta materia sutil con el vino de esta cuba y las partes menos ligeras y más gruesas tanto del aire como de los cuerpos transparentes con los racimos de uvas que están por medio, entenderéis con gran facilidad que las partes del vino, que están situadas por ejemplo hacia *C* tienden a descender en línea recta por el orificio *A* en el mismo instante en que éste sea abierto y, a la vez, por el orificio *B* y que aquellas que están hacia *D* y hacia *E* tienden a la vez a descender por estos dos orificios sin que alguna de estas acciones sea impedida por las otras ni tampoco por la resistencia de los racimos que están en esta cuba; los racimos, engar-

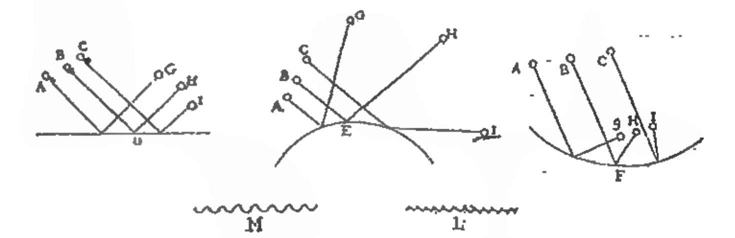


zándose unos con otros, no tienden a descender por los orificios *A* y *B*, como acontece con el vino, si bien pueden moverse de formas muy diversas en virtud de las acciones de aquellos que los prensan. De igual forma, todas las partes de la materia sutil que rodean al sol que está frente a nosotros, tienden en línea recta hacia nuestros ojos en el mismo instante en que éstos son abiertos, sin que unas lleguen a obstaculizar a otras o bien sin que lleguen a serlo por las partes más gruesas e interpuestas de los cuerpos trasparentes, bien sea que éstos se muevan de forma diversa, como el aire frecuentemente agitado por algún viento, bien sean cuerpos carentes de movimiento como pueden ser el vidrio o el cristal. Es preciso advertir que debe distinguirse entre el
A-T, VI, 88 movimiento y la acción o inclinación a moverse[20]. Pues fácilmente podemos pensar que las partes del vino, situadas por ejemplo hacia *C*, tiendan hacia *B* y, a la

vez, hacia *A*, aunque no pudiesen actualmente moverse a la vez hacia ambos lugares en el mismo tiempo, así como que tiendan a moverse exactamente en línea recta hacia *B* y hacia *A* a pesar de que no puedan moverse con tal exactitud en línea recta, a causa de los racimos de uvas que están entre los dos. Y de esta forma, pensando que no es tanto el movimiento como la acción de los cuerpos luminosos lo que es preciso tomar como su luz, debéis juzgar que los rayos de esta luz no son otra cosa que las líneas siguiendo las cuales tiende tal acción[21]. De suerte que existe una infinidad de tales rayos que parten de todos los cuerpos luminosos hacia todos los puntos de aquellos que iluminan, de la misma forma que se pueden imaginar una infinidad de líneas rectas, según las cuales las acciones que proceden de todos los puntos de la superficie del vino *CDE*, tienden hacia *A* y una infinidad de otras líneas, que parten de los mismos puntos y según las cuales, las acciones tienden hacia *B*, sin que unas perturben a las otras.

Finalmente, estos rayos deben imaginarse siempre que son totalmente rectos cuando solamente atraviesan un cuerpo transparente que es por todas partes igual a sí. Pero cuando encuentran otros cuerpos, están sujetos a ser fácilmente desviados o amortiguados, de la misma forma que se produce una desviación o amortiguamiento del movimiento de una pelota o de una piedra arrojada en el aire por aquellos cuerpos con los que choca[22]. Pues es fácil creer[22 bis] que la acción o inclina- A-T, VI, 89
ción a moverse, como tal he dicho que debe ser tomada la luz, debe seguir las mismas leyes que el movimiento. Y con el fin de explicar esta tercera comparación con todo su alcance, consideremos que los cuerpos que pueden ser encontrados por una pelota que atraviesa el aire, pueden ser blandos, duros o líquidos. Si son blandos, anulan y amortiguan completamente su movimiento, como cuando se estrella contra telas, arena o barro. Por el contrario, si son duros, la despiden hacia otro lado sin detenerla; esto acontece según diversas formas. Afirmo tal, pues su superficie o bien es totalmente lisa y continua o con salientes y desigual. A su vez, siendo lisa o bien es plana o bien está curvada. Si es desigual, bien provendrá de que está compuesta de diversas partes distintamente curvadas, siendo cada una lo suficientemente compacta, o bien de que, además de esto, posee diversos ángulos, puntos, partes más duras unas que las otras o por el movimiento de las mismas, pudiendo imaginarse las variedades del mismo de mil

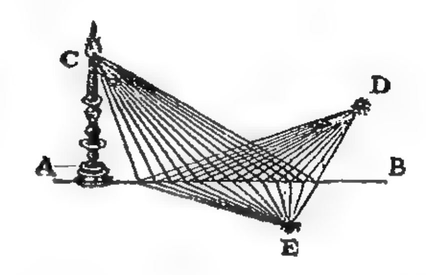
formas distintas. Debe notarse, que la pelota además del movimiento simple y ordinario, que la impulsa de un lugar a otro, puede tener otro, que la hace girar en torno a su centro, pudiendo guardar la velocidad de éste diversas proporciones con la del otro[23]. Así pues, cuando diversas pelotas proviniendo de un mismo punto encuentran un cuerpo cuya superficie está completamente lisa y unida, se reflejan de modo igual y en el
A-T, VI, 90 mismo orden, de forma que si tal superficie es totalmente plana, guardarán entre ellas la misma distancia después de haber chocado con la superficie que la que anteriormente tenían. Y si está curvada hacia dentro o hacia fuera, se acercan o se alejan en el mismo orden las unas de las otras, más o menos, en razón de esta curvatura. Como se ve en el gráfico adjunto, las pelotas *A*, *B*, *C*, después de haber alcanzado la superficie de los cuerpos *D*, *E*, *F*, se reflejan hacia *G*, *H*, *I*. Si estas pelotas alcanzan una superficie desigual, como *L* o *M*, se



reflejan hacia diversos lados según la disposición de la superficie alcanzada. Y, con excepción de esto, nada se modifica en la forma de su movimiento, cuando la desigualdad no reside sino en que sus partes están curvadas de modos diversos. Pero puede igualmente resultar de causas diversas y suceder, por esta razón, que estas pelotas, que no han tenido anteriormente sino un simple movimiento rectilíneo, pierdan una parte del mismo y adquieran en su lugar otro movimiento circular, que puede guardar una diversa proporción con el movimiento rectilíneo conservado según estuviere dispuesta la superficie del cuerpo contra el que choca. Lo
A I, VI, 91 cual, quienes juegan a pala lo experimentan fácilmente cuando su pelota alcanza una pista defectuosa o bien cuando golpean la pelota bajando en ángulo su raqueta, lo que ellos llaman, según creo, cortar o dar efecto. Finalmente consideremos que, si una pelota en movimiento alcanza oblicuamente la superficie de un cuerpo

líquido a través del cual pueda pasar más o menos fácilmente que a través de aquel del cual sale, entonces se desvía y cambia su curso al entrar en el mismo; como, por ejemplo, si estando en el aire en el punto *A* se la arroja hacia *B*, se dirige en línea recta desde *A* hasta *B*, a no ser que su peso o cualquier otra causa particular se lo impida; pero estando en el punto *B*, en el cual supongo que alcanza la superficie de agua *CBE*, entonces se desvía y dirige su curso hacia *I*, yendo en línea recta desde *B* hasta *I*, tal cómo fácilmente se verifica por la experiencia[24]. Por tanto, es preciso pensar de igual forma que existen cuerpos que habiendo sido alcanzados por los rayos de la luz, los amortiguan y restan toda su fuerza, a saber, aquellos que se llaman cuerpos negros, pues su color es común con el de las tinieblas. Otros, por el contrario, les hacen reflejarse, unos en el mismo orden que los reciben, es decir, aquellos que, teniendo su superficie totalmente lisa pueden servir de espejos tanto lisos como curvados y otros que los reflejan confusamente hacia diversos lados. Y, entre éstos, unos hacen reflejar sus rayos sin aportar cambio A-T, VI, 92
alguno a su acción, a saber, los que se denominan cuerpos blancos y los otros aportan junto con esto un cambio semejante al que recibe el movimiento de una pelota cuando se la golpea con efecto, a saber, los que son rojos, amarillos, azules o de otro color tal como éstos[25]. Pienso poder determinar en qué consiste la naturaleza de cada uno de estos colores y hacerlo ver mediante la experiencia; pero esto excede mi plan en este momento. Y me basta con advertiros en este lugar que los rayos que inciden sobre los cuerpos que tienen color y no están pulidos, se reflejan ordinariamente hacia todos los puntos, aunque no provengan sino de

un mismo punto. Como, por ejemplo, aunque los que inciden sobre la superficie del cuerpo blanco *AB* no provienen sino del punto *C*, ellos no dejan de reflejarse de tal modo hacia cualquier punto que, en cualquier dirección que se sitúe el ojo, como por ejemplo hacia *D*, se encuentran muchos que provienen de esta superficie

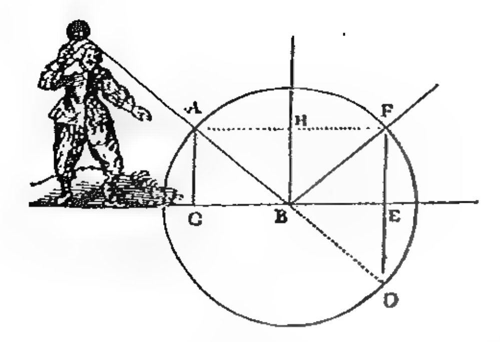


AB y que tienden a él. Y también, si se supone que este cuerpo es muy fino, como un papel o una tela, de suerte que la luz pase a través del mismo, como hacia *E*, no dejarán de reflejarse hacia el ojo algunos rayos de cada una de las partes de este cuerpo. Finalmente, considerad que los rayos se desvían también de igual forma que se ha dicho de una pelota cuando alcanzan oblicuamente la superficie de un cuerpo transparente, por el cual
A-T, VI, 93 penetran con mayor o menor facilidad que a través del medio de donde provienen. Y esta forma de desviarse se llama Refracción.

SOBRE LA REFRACCION[26]

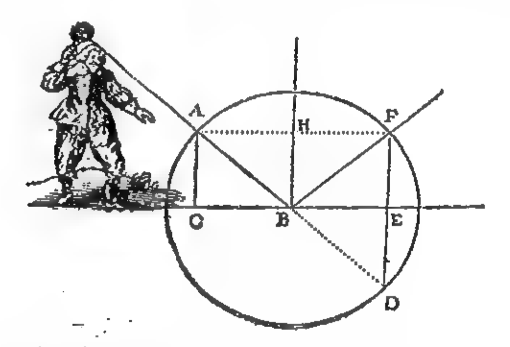
Discurso Segundo

Puesto que tendremos necesidad de conocer con exactitud la cantidad de esta refracción y puesto que puede ser fácilmente comprendida mediante la comparación que acabo de utilizar, creo que es oportuno que intente en este lugar y de forma inmediata su explicación, así como el que primeramente estudie la reflexión



con el fin de hacer más fácilmente comprensible aquélla[27]. Pensemos, pues, que habiendo sido lanzada una pelota desde *A* hacia *B*, alcanza en el punto *B* la superficie de la tierra *CBE* que, impidiéndola proseguir su curso, produce su desviación. Examinemos hacia qué punto. Pero con el fin de no complicarnos con nuevas dificultades, supongamos[28] que la tierra es perfectamente dura y lisa así como que la pelota lleva una velocidad constante, tanto al descender como al ascender, sin cuestionarnos en forma alguna por la potencia[29] que continúa moviéndola, perdido el contacto con la raqueta, y sin
considerar efecto alguno debido a su peso, tamaño o A-T, VI, 94
figura. Procedo de tal modo, porque sería innecesario plantearse tales problemas ya que ninguno de estos factores interviene en la acción de la luz a la cual dedicamos nuestras consideraciones. Solamente es preciso hacer notar que la potencia[30], como quiera que sea, en virtud de la cual se produce el movimiento de esta pelota es diferente de aquella que la determina a moverse hacia un lado más bien que hacia otro[31], tal y como es fácilmente cognoscible a partir de lo que es la fuerza con que ha sido golpeada por la raqueta. Su movimiento depende de ella, pudiendo, así mismo, haberla impulsado con tanta facilidad como hacia *B*; es la disposición de esta raqueta la que determina a la pelota a tender hacia *B* y hubiera podido colocarla allí, aunque hubiera sido expulsada por otra fuerza. Lo cual muestra que no es imposible que esta pelota sea desviada al alcanzar la tierra y, de esta forma, que la determinación que tenía a moverse hacia *B* sea modificada, sin que exista cambio alguno en la fuerza de su movimiento, puesto que son dos cosas distintas; en consecuencia, no debe imaginarse que sea necesario que se detenga instante alguno en el punto *B*, antes de

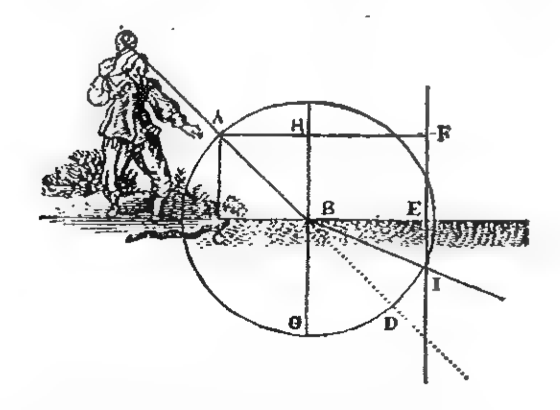
dirigirse hacia *F*, tal y como piensan algunos de nuestros filósofos[32]. Afirmo tal, pues si su movimiento se hubiese interrumpido como consecuencia de tal encuentro, no se hallaría causa alguna que motivara la reanudación del mismo. Por otra parte es preciso señalar que la determinación a moverse hacia un punto puede dividirse, al igual que el movimiento y, general-
A-T, VI, 95 mente, al igual que todo tipo de cantidad, en cuantas partes puedan imaginarse, que la componen[33]; así mismo es preciso observar que puede fácilmente imaginarse que la de la pelota, que se mueve de *A* hacia *B*, se compone de otras dos. Una de éstas la hace descender de *AF* hacia *CE* y la otra la hace dirigirse desde la izquierda, *AC*, hacia la derecha, *FE*, de suerte que estas



dos, conjuntamente, la impulsan hacia *B*, siguiendo la línea recta *AB*. A partir de lo dicho es fácilmente comprensible que el choque con la tierra sólo puede impedir una de estas dos determinaciones y, de ninguna forma, la otra[34]. Debe impedir aquella que hacía descender la pelota de *AF* hacia *CE*, ya que ocupa todo el espacio que está bajo *CE*. Pero, por qué habría de impedir la otra, aquella que la hace avanzar hacia la derecha, dado que en este sentido no le es opuesta. Para localizar, pues, hacia qué punto esta pelota debe retornar, trazamos un círculo con el centro en *B*, que pase por el punto *A* y afirmamos que en el mismo tiempo empleado en desplazarse desde *A* hasta *B*, debe necesariamente retornar desde *B* hasta algún punto de la circunferencia de este círculo, porque, en primer lugar, todos los puntos que están a la misma distancia de *B* que de *A* se encuentran en esta circunferencia y, en
A-T, VI, 96 segundo lugar, porque suponemos que el movimiento de la pelota es invariable. Posteriormente con el fin de

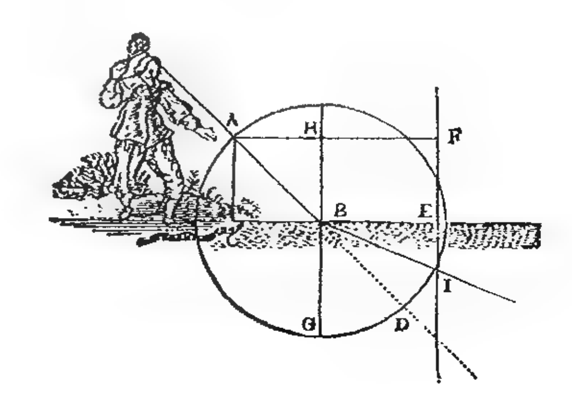
saber a cuál de todos los puntos de esta circunferencia debe retornar, tracemos, en primer lugar, tres líneas rectas *AC*, *HB* y *FE* perpendiculares sobre *CE* y, en forma tal, que no haya mayor ni menor distancia entre *AC* y *HB* que entre *HB* y *FB*. En segundo lugar, afirmamos que en el mismo tiempo que la pelota ha empleado en avanzar hacia el lado derecho, desde *A*, uno de los puntos de la línea *AC*, hasta *B*, uno de los de la línea *HB*, debe avanzar desde *HB* hasta algún punto de la línea *FE*, pues todos los puntos de la línea *FE* están tan alejados de *HB* como lo están los de la línea *AC*, y continúa permaneciendo tan determinada a avanzar como lo ha estado anteriormente. Ahora bien, no puede alcanzar en una misma cantidad de tiempo un punto de *FE* y, a la vez, un punto de la circunferencia del círculo *AFD* si exceptuamos el punto *D* o el punto *F*, puesto que solamente en estos dos puntos se cortan ambas. Pero como la tierra impide el paso hacia *D*, debe concluirse que la pelota debe infaliblemente ir hacia *F*. De esta forma fácilmente se ve cómo tiene lugar la reflexión, a saber, según un ángulo siempre igual al de incidencia. Así si un rayo procedente del punto *A* alcanza la superficie de un espejo plano *CBE*, se refleja hacia *F*, de modo que el ángulo de reflexión *FBE* no es mayor ni menor que el de incidencia *ABC*.

Examinemos ahora la Refracción. Primeramente supongamos que una pelota, impulsada desde *A* hacia *B*, A-T, VI, 97
encuentra en el punto *B* una tela *CBE* y no la superficie de la tierra, siendo esta tela tan débil y tenue que puede



ser rota y atravesada por esta pelota, perdiendo únicamente una parte de su velocidad, por ejemplo, la mitad. Afirmado esto, con el fin de conocer el camino que debe

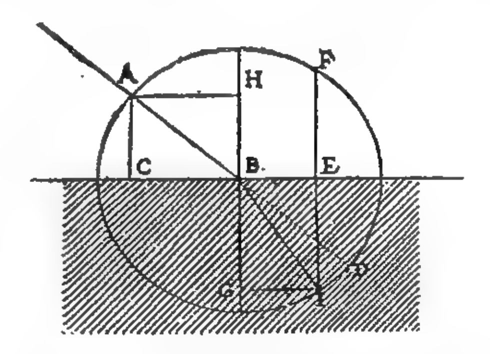
seguir, nuevamente debemos considerar que su movimiento difiere totalmente de su determinación a moverse hacia un lado más bien que hacia otro, de donde se sigue que su cantidad debe ser examinada independientemente. Así mismo consideremos que de las dos partes de las cuales puede imaginarse que está compuesta esta determinación, solamente la que hace tender la pelota de arriba hacia abajo puede ser alterada en algún modo por el choque contra la tela, pues aquella que la hacía tender hacia la parte derecha permanece inalterable puesto que esta tela no se le opone en modo alguno en ese mismo sentido. Seguidamente, describiendo con centro en *B* el círculo *AFD* y trazando sobre *CBE* tres rectas *AC*, *HB* y *FE*, en modo tal que formen ángulos rectos y que sea doble la distancia existente entre *FE* y *HB* que entre *HB* y *AC*, veremos que esta pelota debe dirigirse hacia el punto *I*. Así es, pues dado que pierde la mitad de su velocidad al atravesar la tela *CBE*, debe
A-T, VI, 98 emplear doble cantidad de tiempo en realizar su recorrido por la parte inferior, desde *B* hasta algún punto de la circunferencia del círculo *AFD*, que la empleada en recorrer por la parte superior desde *A* hasta *B*. Y puesto que no pierde nada de la determinación que tenía a dirigirse hacia el lado derecho, en doble cantidad del tiempo invertido en pasar de *AC* hasta *HB*, debe realizar doble recorrido hacia el mismo lado y, en consecuencia, alcanzar algún punto de la recta *FE* en el mismo instante que alcanza algún punto de la circunferencia del círculo *AFD*. Esto sería imposible, si este punto no coincidiese con *I*, puesto que es el único punto situado en la parte inferior de *CBE*, en el que el círculo *AFD* y la recta *FE* se cortan.



Supongamos[35] ahora que la pelota procedente de *A* y dirigida a *D*, alcanza en el punto *B* no una tela, sino agua, cuya superficie *CBE* le hace perder la mitad de su velocidad al igual que sucedía con la tela. Así mismo, consideremos los demás factores como en el caso anteriormente examinado. Con tales supuestos, afirmo que esta pelota debe alcanzar en línea recta, partiendo de *B*, no el punto *D*, sino el punto *I*. Afirmo tal, porque, en primer lugar, es cierto que la superficie del agua debe desviarla hacia allí de igual forma que la tela, puesto que también la hace perder otro tanto de su fuerza y se opone en el mismo sentido. Además, en relación con la cantidad de agua que está entre *B* e *I*, aunque ofrezca mayor o menor resistencia que el aire, que suponíamos A-T, VI, 99
que existía en el caso anterior, no debe afirmarse por ello que deba desviarla más o menos, pues puede abrirse para permitir su paso tan fácilmente hacia un lado como hacia otro, al menos si se ha supuesto, como en nuestro razonamiento, que ni el peso, ni la ligereza de esta pelota, ni el grosor, figura o cualquier otra causa extraña altera su curso. Y puede hacerse constar que es tanto más desviada por la superficie del agua o de la tela cuanto más oblicuamente la alcanza, de suerte que si alcanza la superficie del agua formando ángulos rectos, como cuando es lanzada de *H* a *B*, debe atravesar en línea recta hacia *G*, sin sufrir desviación alguna. Pero si ha sido impulsada siguiendo una línea tal como *AB*, que esté tan inclinada sobre la superficie del agua o de la tela *CBE*, como la línea *FE*, siendo trazada como anteriormente, no corta en ningún punto el círculo *AD*, tal pelota no debe transpasar en forma alguna la superficie del agua *CBE*, sino rebotar desde *B* hacia el punto superior *L*, al igual que sucedería si hubiese alcanzado en el mismo punto la superficie de la

tierra. Esto ha sido desgraciadamente experimentado en ocasiones cuando disparando por placer piezas de artillería hacia el fondo de un río, han resultado heridos quienes estaban en el lado opuesto.

Pero admitamos un nuevo supuesto. Pensemos que la pelota, impulsada inicialmente desde *A* hacia *B*, lo es nuevamente al alcanzar el punto *B* mediante la raqueta
A-T, VI, 100 *CBE*, aumentándose la fuerza de su movimiento, por ejemplo, un tercio, de suerte que pueda cubrir en dos momentos la misma distancia que anteriormente cubría en tres. Se produciría el mismo efecto que si tal pelota hubiera chocado contra un cuerpo en el punto *B* de tal naturaleza, que su superficie *CBE* fuese atravesada un tercio más fácilmente que el aire. Se sigue con claridad de lo que anteriormente hemos demostrado que, si se traza el círculo *AD* en forma igual a la anterior y las líneas *AC*, *HB*, *FE* en forma tal que exista un tercio menos de distancia entre *FE* y *HB* que entre *HB* y *AC*, el punto *I* (donde la línea recta *FE* y la circular *AD* se cortan) será hacia donde habría de dirigirse la pelota, alcanzado el punto *B*.



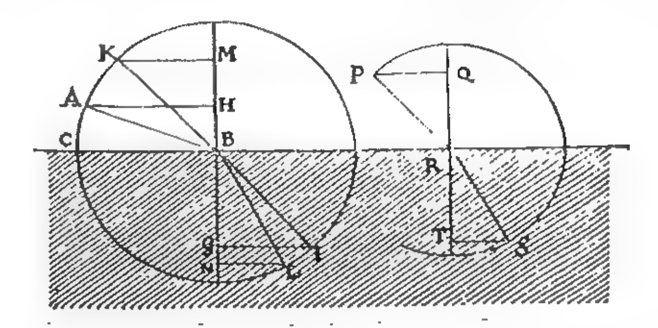
La conclusión puede ser invertida y puede afirmarse que puesto que la pelota procedente de *A* en línea recta hasta *B*, se desvía al alcanzar el punto *B* y toma su curso hacia *I*, lo cual significa que la fuerza o facilidad con que penetra en *CBEI* es a aquélla con la que sale de *ACBE*, como la distancia que hay entre *AC* y *HB* lo es a la que hay entre *HB* y *FI*; esto es, como la línea *CB* es a *BE*[36].

Finalmente y puesto que la acción de la luz sigue en esto las mismas leyes que el movimiento de esta pelota es preciso afirmar que, cuando sus rayos atraviesan oblicuamente desde un cuerpo transparente a otro, que

los recibe con mayor o menor facilidad que el primero, se desvían de tal modo que siempre adquieren una A-T, VI, 101 inclinación menor sobre la superficie de estos cuerpos en aquella parte en que está el que los recibe más fácilmente, que en aquélla en que está el otro. Y esto, en proporción a la mayor o menor facilidad con que son recibidos. Solamente es preciso tomar cuidado de que esta inclinación se mida en virtud de la cantidad de las líneas rectas, tales como *CB* o *AH* y *EB* o *IG*, así como sus semejantes, comparándolas entre sí. No debe realizarse en virtud de la cantidad de los ángulos, tales como *ABH* o *GBI* ni mucho menos en virtud de la cantidad de los semejantes a *DBI*, llamados ángulos de Refracción[37]. Pues la razón o proporción que hay entre estos ángulos varía con todas las diversas inclinaciones de los rayos. Por el contrario, la existente entre las líneas *AH* e *IG* o entre sus semejantes, permanece la misma en todas las refracciones causadas por los mismos cuerpos. Así, por ejemplo, si atraviesa el aire un rayo desde *A* hacia *B* que, alcanzando en este punto la superficie del vidrio *CBR*, se desvía hacia *I*, y alcanza el punto *B* otro rayo que procedente de *K* se desvía hacia *L*, y un tercero que, procedente de *P*, alcanza el punto *R* y se desvía hacia *S*, entonces debe existir la misma proporción entre las líneas *KM* y *LN*, o *PQ* y *ST* que entre *AH* e *IG*, pero no existirá la misma entre los ángulos *KMB* y *LBN* o *PRQ* y *SRT*, que entre *ABH* e *IBG*.

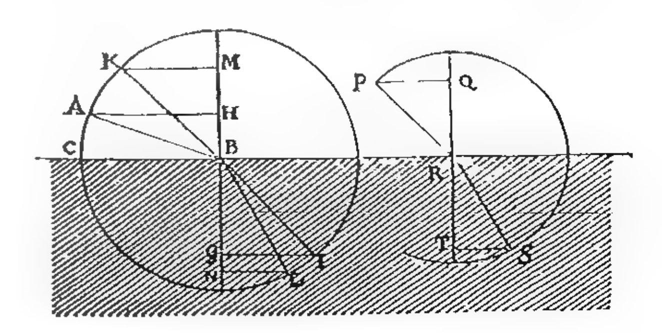
De este modo hemos conocido en qué forma deben ser medidas las refracciones. Aunque para determinar su A-T, VI, 102 cantidad, en tanto que dependen de la particular naturaleza de los cuerpos en que se producen, sea necesario recurrir a la experiencia, no existe obstáculo alguno en realizarlo con suficiente certeza y facilidad, después de

haber sido reducidas a una misma medida[38]. Basta examinarlas en un solo rayo, para conocer cuantas tengan lugar en la misma superficie, pudiéndose evitar todo error si, además, se examinan otros casos. Así, si deseamos conocer la cantidad de las refracciones que se producen en la superficie *CBR*, que separa el aire *AKP* del vidrio *LIS*, solamente tenemos que examinar la correspondiente al rayo *ABI*, investigando la propor-

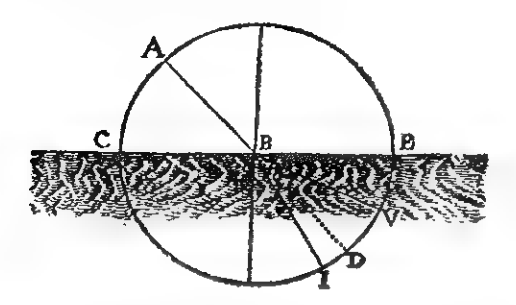


ción existente entre las líneas *AH* e *IG*. Posteriormente, si tememos habernos equivocado en esta experiencia, es preciso experimentar con algunos otros rayos, como *KLB* o *PRS*, y hallando la misma proporción entre *KM* y *LN* y entre *PQ* y *ST*, que entre *AH* e *IG*, no tendremos ningún otro motivo para dudar de la verdad.

Pero puede ser que os produzca admiración el que, realizando estas experiencias, lleguéis a comprobar que los rayos de luz adquieren una mayor inclinación en el aire que en el agua, sobre las superficies en que se produce la refracción, y que todavía sea mayor en el agua que en el vidrio; sucede, pues, lo contrario que con una pelota ya que adquiere una mayor inclinación en el A-T, VI, 103 agua que en el aire, no pudiendo atravesar en forma alguna el vidrio. Pues, por ejemplo, si es una pelota la

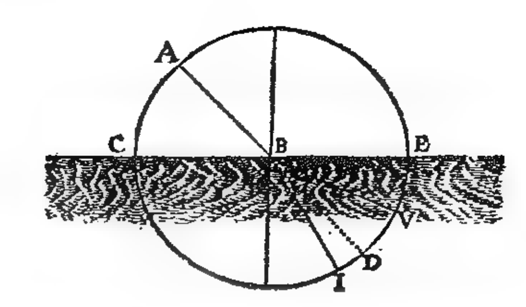


que, siendo lanzada en el aire desde *A* hacia *B*, alcanza en el punto *B* la superficie del agua *CBE*, se desviará desde *B* hacia *V*. Por el contrario si se trata de un rayo

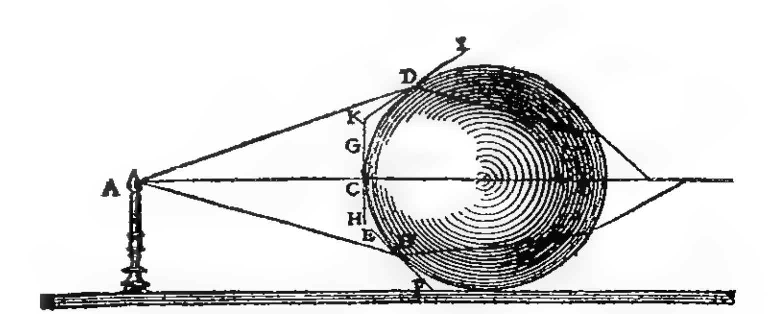


se dirigirá desde *B* hacia *I*[39]. Esto dejaréis de juzgarlo extraño, si os acordáis de la naturaleza que he atribuido a la luz, cuando he afirmado que no era sino un cierto movimiento o una acción recibida en una materia muy sutil, que llenaba los poros de los otros cuerpos. Así mismo, si consideráis que una pelota pierde una mayor cantidad de su agitación chocando contra un cuerpo blando que contra uno que sea duro y que rueda menos fácilmente sobre una alfombra que sobre una tabla totalmente lisa, comprenderéis que de igual forma la acción de esta materia sutil puede verse mucho más impedida por las partes del aire, que, siendo como blandas y no conexas entre sí, no le oponen una gran resistencia, que por las partes del agua, que sí le oponen una mayor resistencia; a su vez, la opuesta por las del agua será mayor que la opuesta por las del vidrio o las del cristal. De suerte que cuanto más duras y firmes son las partículas integrantes de un cuerpo transparente, tanto más fácilmente permiten que la luz los traspase, pues ésta no debe desplazar alguna de sus partes tal y como una pelota debe desplazar las del agua para poder atravesarlas.

Además, conociendo de este modo la causa de las refracciones que se producen en el agua y en el vidrio y, A-T. VI, 104
en general, en todos los otros cuerpos que nos rodean, puede destacarse que deben ser semejantes cuando los rayos salen de estos cuerpos y cuando penetran en los mismos. De modo que si el rayo que va de *A* hacia *B*, se desvía de *B* hacia *I*, atravesando el aire hacia un vidrio, aquel que procede de *I* hacia *B* debe igualmente desviarse de *B* hacia *A*. Sin embargo, pueden identificar-



se otros cuerpos, principalmente celestes, en los cuales las refracciones, originadas por otras causas, no son recíprocas[40]. Igualmente pueden identificarse algunos casos en los que los rayos se curvan, aunque no atraviesen sino un solo cuerpo transparente, tal como frecuentemente se curva el movimiento de una bala, pues es desviada hacia un lugar por su peso y hacia otro por la acción que la ha impulsado, o por otras diversas razones. Finalmente me atrevo a decir que las tres comparaciones, de las que acabo de servirme, son tan adecuadas que cuantas particularidades se observan en las mismas tienen sus correlativas en la luz. Pero únicamente he tratado de explicar aquellas que se relacionaban con mi propósito. No deseo haceros considerar en este lugar otra cuestión si no que las superficies de los cuerpos transparentes que son curvas desvían los rayos que atraviesan por cada uno de los
A-T, VI, 105 puntos de igual forma que sucedería en las superficies planas, pudiendo imaginarse que alcanzan estos cuerpos en los mismos puntos. Por ejemplo, la refracción de los rayos *AB*, *AC*, *AD*, que procedentes de la llama *A*, inciden sobre la superficie curva de la bola de cristal *BCD*, debe ser considerada en forma igual que si

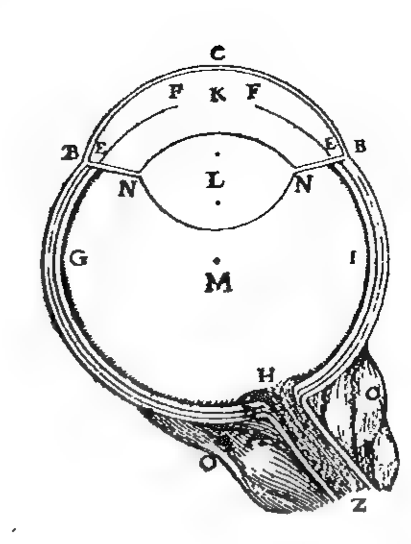


incidiera sobre la superficie plana *EBF* y *AC* incidiera sobre *GCH* y *AD* sobre *IDK* y así otros. De donde se puede deducir que estos rayos pueden reunirse o separarse de modo diverso según incidan sobre superficies curvadas de formas distintas. Este es el momento en que ya debo comenzar a describir la estructura del ojo con el fin de haceros entender cómo actúan los rayos que penetran en su interior para dar lugar a la visión.

SOBRE EL OJO[41]

Discurso tercero

Si fuese posible cortar el ojo por la mitad sin que ninguno de los líquidos de que está lleno se vertiesen y sin que ninguna de sus partes cambiase de lugar, pasando el plano de sección justamente por el centro de A-T, VI, 106
la pupila, aparecería tal y como es presentado en este gráfico. *ABCB* es una piel bastante dura y espesa[42] que forma una especie de vaso redondo dentro del cual están contenidas todas sus partes interiores. *DEF* es otra piel[43] más tenue, extendida como un tapiz sobre la precedente. *ZH* es un nervio, conocido como el nervio óptico, que está compuesto por un gran número de pequeños nervios, cuyas extremidades se extienden a lo largo de *GHI*, donde mezclándose con una infinidad de pequeñas venas y arterias, componen una especie de tejido muy tierno y delicado, que viene a ser como una tercera capa de piel que se extiende sobre el fondo de la segunda. *KLM* son tres especies de humores muy transparentes, que ocupan el espacio contenido dentro de estas pieles y a los que corresponden las formas que son presentadas en el grabado[44]. La experiencia muestra[45] que la situada en la parte central, *L*, llamada humor cristalino, causa una refracción casi equivalente a la producida por el vidrio o el cristal. Las otras dos, *K* y *M*, dan lugar a una refracción un poco menor, aproximadamente como la del agua común, de suerte que los rayos de luz atraviesan más fácilmente el humor



central que el anterior y posterior y más fácilmente atraviesan estos dos que el aire. En la primera capa de piel, la parte *BCB* es transparente y un poco más curvada que el resto *BAB*. En la segunda, la superficie curvada que el resto *BAB*. En la segunda, la superficie
A-T, VI, 107 interior de la parte *EF*, situada frente al fondo del ojo, es negra y oscura y tiene en su centro un pequeño orificio redondo *FF*, que es lo que se conoce con el nombre de pupila y que parece negra cuando se la observa desde la parte exterior. Este orificio no posee siempre el mismo tamaño y la parte *EF* de la piel en la cual está situado[46], nadando libremente en el humor *K*, que es muy liquido, parece ser como un pequeño músculo, que se puede contraer y dilatar según se fije la vista sobre objetos más o menos iluminados, más o menos cercanos o según se desee ver con mayor o menor distinción. Cuanto he dicho puede con facilidad comprobarse experimentalmente en el ojo de un niño, pues si le hacéis mirar fijamente un objeto próximo, observaréis que su pupila se hace un poco más pequeña que si le hacéis mirar otro objeto un poco más alejado, que no esté más iluminado. Y, aunque fije su atención sobre un mismo objeto, la tendrá mucho más pequeña, si está en una habitación con mucha claridad, que si cerrando la mayor parte de las ventanas, se convierte en un lugar oscuro. Y finalmente, mirando el mismo objeto y permaneciendo constante la cantidad de luz, si trata de distinguir las partes más pequeñas, su pupila se tornará más pequeña que si únicamente mira el objeto

en conjunto y sin atención. Observad que este movimiento debe ser considerado voluntario, aunque generalmente sea ignorado por los mismos que lo realizan, pues por ello no deja de depender y seguirse del deseo que tenemos de ver con precisión, al igual que los movimientos de los labios y de la lengua, mediante los cuales pronunciamos las palabras, son llamados voluntarios, puesto que se siguen del deseo de hablar, aunque generalmente se ignoren cuáles deben ser aquellos que deben utilizarse para la pronunciación de cada letra. *EN*, *EN* son varios pequeños filamentos negros que rodean el humor designado como *L* y que, surgiendo igualmente de la segunda piel, en aquel lugar en que finaliza la tercera, parecen otros tantos pequeños tendones, por medio de los cuales este humor *L*, adquiriendo una forma más cóncava o plana, según se tenga deseo de mirar objetos próximos o alejados[47], modifica un poco la forma del cuerpo del ojo. Movimiento que podéis conocer mediante la experiencia: pues si, estando mirando fijamente una torre o montaña un poco alejada, se os presenta un libro ante vuestros ojos, no veréis con distinción letra alguna hasta que su figura no se haya modificado un poco; finalmente *O*, *O* son seis o siete pequeños músculos pegados al ojo por la parte exterior del mismo, aptos para moverlo en todas las direcciones y, quizá, aptos también para modificar su figura contrayéndole o dilatándole. No me refiero a otras muchas particularidades relacionadas con el ojo, con cuya descripción los anatomistas engordan sus libros, pues creo que las que he mencionado en este discurso son suficientes para explicar cuanto se relaciona con mi proyecto; las otras que pudiera incluir, no ayudando en nada a vuestra inteligencia, serían únicamente un motivo para distraer vuestra atención.

A-T, VI, 108

SOBRE LOS SENTIDOS

Discurso cuarto[48]

Es preciso que comunique algunas observaciones relacionadas con la naturaleza de los sentidos en A-T, VI, 109

general, con el fin de poder explicar de modo particular y más fácilmente la de la vista. Ya sabemos que es el alma quien siente y no el cuerpo, pues se observa que, cuando está en éxtasis o entregada a una profunda contemplación[49], el cuerpo permanece sin sentimiento, aunque diversos objetos lo exciten. Y se conoce que esto no es propiamente en cuanto ésta reside en los miembros que sirven de órganos a los sentidos exteriores, sino en tanto que reside en el cerebro, órgano en el que se ejerce esa facultad que llaman sentido común. Afirmo tal, pues se observan heridas y enfermedades que, no atacando sino al cerebro, impiden generalmente todos los sentidos, aunque el resto del cuerpo no deje por ello de estar animado. En fin, se sabe que las impresiones, producidas en los miembros exteriores por los objetos, llegan por medio de los nervios hasta el alma en el cerebro, pues ciertos accidentes en que no se daña sino algún nervio, anulan la sensibilidad en todas las partes a las que el nervio dirige sus ramas, sin disminuir en nada la de otros. Pero para conocer más detalladamente de
A-T, VI, 110 qué forma el alma, residiendo en el cerebro, puede también por medio de los nervios recibir las impresiones de los objetos exteriores, es preciso distinguir tres elementos en estos nervios: en primer lugar, las pieles que los rodean y que, originándose en aquellas que cubren el cerebro, vienen a ser como pequeños conductos que divididos en múltiples ramas, van a esparcirse por todas partes en todos los miembros, de la misma forma que acontece con las venas y las arterias. En segundo lugar debe distinguirse la sustancia interior que se extiende en forma de pequeños filamentos a lo largo de estos conductos desde el cerebro, donde se origina, hasta las extremedidades de otros miembros con las que se une; por tanto, se puede imaginar que en cada uno de estos pequeños conductos, existen muchos de estos pequeños filamentos independientes entre sí. Finalmente, los espíritus animales[50], que son como un aire o viento muy sutil que, proviniendo de las cámaras o concavidades que están en el cerebro, se deslizan por estos conductos dentro de los músculos[51]. Los anatomistas y los médicos manifiestan que estos tres elementos se encuentran en los nervios, pero no me parece que alguno de ellos haya distinguido adecuadamente la función de los mismos. Pues, viendo que los nervios no sólo sirven para conceder sensibilidad a los miembros, sino que también les confieren movimiento y que, algunas veces, se producen parálisis, que si bien impiden

el movimiento, sin embargo, no por ello, anulan la sensibilidad, algunos anatomistas y médicos han afirmado la existencia de dos clases de nervios: unos, relacionados exclusivamente con los sentidos y los otros con los movimientos. Igualmente han defendido que la facultad de sentir residía en las pieles o membranas y la facultad de mover en la sustancia interior de los nervios. Tales teorías van contra la razón y la experiencia[52]. Pues, ¿quién ha podido observar la existencia de algún A-T, VI, 111
nervio que sirviese al movimiento y no a algún sentido? Y cómo, si la sensibilidad depende de las pieles, podrían las distintas impresiones de los objetos llegar hasta el cerebro por medio de las mismas? Con el fin de evitar tales dificultades, es preciso[53] pensar que son los referidos espíritus los que, discurriendo a través de los nervios en el interior de los músculos y dilatándolos más o menos a unos y a otros, según las diversas formas en que el cerebro los distribuye, causan el movimiento de todos los miembros; así mismo debe creerse que son los pequeños filamentos de los cuales está compuesta la sustancia interior de estos filamentos, los que se relacionan con los sentidos. Y puesto que en este lugar no estimo necesario tratar del movimiento, solamente deseo que penséis que estos pequeños filamentos, que ocupan la parte interior de los mencionados conductos, que están constantemente dilatados y permanecen abiertos en virtud de la acción de los espíritus contenidos en los mismos, no se presionan ni obstaculizan en forma alguna entre sí, extendiéndose desde el cerebro hasta las extremidades de todos los miembros capaces de tener algún sentimiento, en forma tal que por poco que se toque o se mueva una parte de uno de estos miembros, a la cual alguno está unido, también se provoca en el mismo instante el movimiento de aquella parte del cerebro en donde éste se origina, al igual que tirando de uno de los extremos de una cuerda tensa, se produce en el mismo instante un movimiento en el otro. Pues, conociendo que estos filamentos están encerrados en la forma descrita en los conductos, que en virtud de la acción de los espíritus están siempre un poco dilatados y abiertos, es fácil comprender que aunque fuesen mucho más finos que los hilos de seda y más delicados A-T, VI, 112
que los tejidos de las arañas, no dejarían por ello de extenderse desde la cabeza hasta los miembros más alejados sin peligro alguno de romperse ni de verse impedidos por las diversas posiciones de sus miembros. Es preciso, por otra parte, tener la precaución de no

suponer que para sentir, el alma tenga necesidad de contemplar algunas imágenes, que fuesen enviadas por los objetos hasta el cerebro, tal como generalmente afirman los filósofos; al menos, sería preciso concebir la naturaleza de estas imágenes de forma muy distinta a como lo hacen tales filósofos. Pues, en tanto no se considere con relación a tales imágenes sino el que deben tener semejanza con los objetos representados por ellas, les será imposible mostrarnos cómo pueden ser formadas por estos objetos, recibidas por los órganos de los sentidos exteriores y transmitidas por los nervios hasta el cerebro. Por otra parte, tales pensadores no han tenido razón alguna para suponer la existencia de tales imágenes si exceptuamos que viendo que nuestra mente puede ser fácilmente excitada por un cuadro para formarse la idea de lo que está dibujado en el mismo, les ha parecido que debía suceder de igual forma para concebir las ideas de aquellos objetos que excitan nuestros sentidos en virtud de una especie de pequeños cuadros que se formasen en nuestra cabeza. Por el contrario, debemos considerar que existen otras cosas que pueden excitar nuestro pensamiento como, por ejemplo, los signos y las palabras, que en modo alguno guardan semejanza con las cosas que significan[54]. Y si, para no alejarnos sino lo mínimo de las opiniones generalizadas, preferimos afirmar que los objetos que sentimos envían en realidad sus imágenes
A-T, VI, 113 hasta el interior de nuestro cerebro, entonces es preciso, al menos, hacer constar que no hay imágenes que deban ser semejantes en todo a los objetos que representan, pues en tal caso no habría distinción entre el objeto y su imagen. Es suficiente que se asemejen en pocas cosas; frecuentemente, la perfección de las imágenes depende de que no llegan a parecerse tanto como podrían. Así vemos que los grabados[55] no habiendo sido realizados sino con una pequeña cantidad de tinta esparcida en diversos puntos sobre un papel nos representan selvas, villas, hombres e incluso batallas y tempestades, aunque de una infinidad de detalles que nos hacen concebir, no exista alguno con excepción de la figura en el que propiamente guarden parecido; aun en esto la semejanza es muy imperfecta puesto que sobre una superficie totalmente plana nos representan los cuerpos más adelantados o hundidos, a la vez que siguiendo las reglas de la perspectiva, representan los círculos mediante elipses y no por otros círculos; los cuadrados mediante rombos y no por otros cuadrados y así con

otras figuras, de suerte que frecuentemente para ser más perfectos en tanto que imágenes y representar más perfectamente un objeto, deben ser desemejantes con él; de igual forma es preciso pensar en relación con las imágenes que se forman en nuestro cerebro, destacando que solamente se trata de saber cómo pueden dar lugar a que el alma sienta todas las diversas cualidades de esos objetos con los que se relacionan y no como tienen en sí su semejanza. Sucede, pues, lo mismo que con el ciego del que hemos hablado anteriormente. Cuando A-T, VI, 114
toca algunos cuerpos con su bastón, es cierto que éstos no le envían cosa alguna, sino que dando lugar a que se mueva su bastón de modo diverso, según las diversas cualidades de estos cuerpos, producen el movimiento de los nervios de su mano y, en consecuencia, de determinadas partes de su cerebro: de aquéllas en que se originan. Esto da ocasión al alma para sentir tan diversas cualidades como variedades de movimiento se dan que sean causadas por ellos en su cerebro.

SOBRE LAS IMAGENES QUE SE FORMAN EN EL FONDO DEL OJO

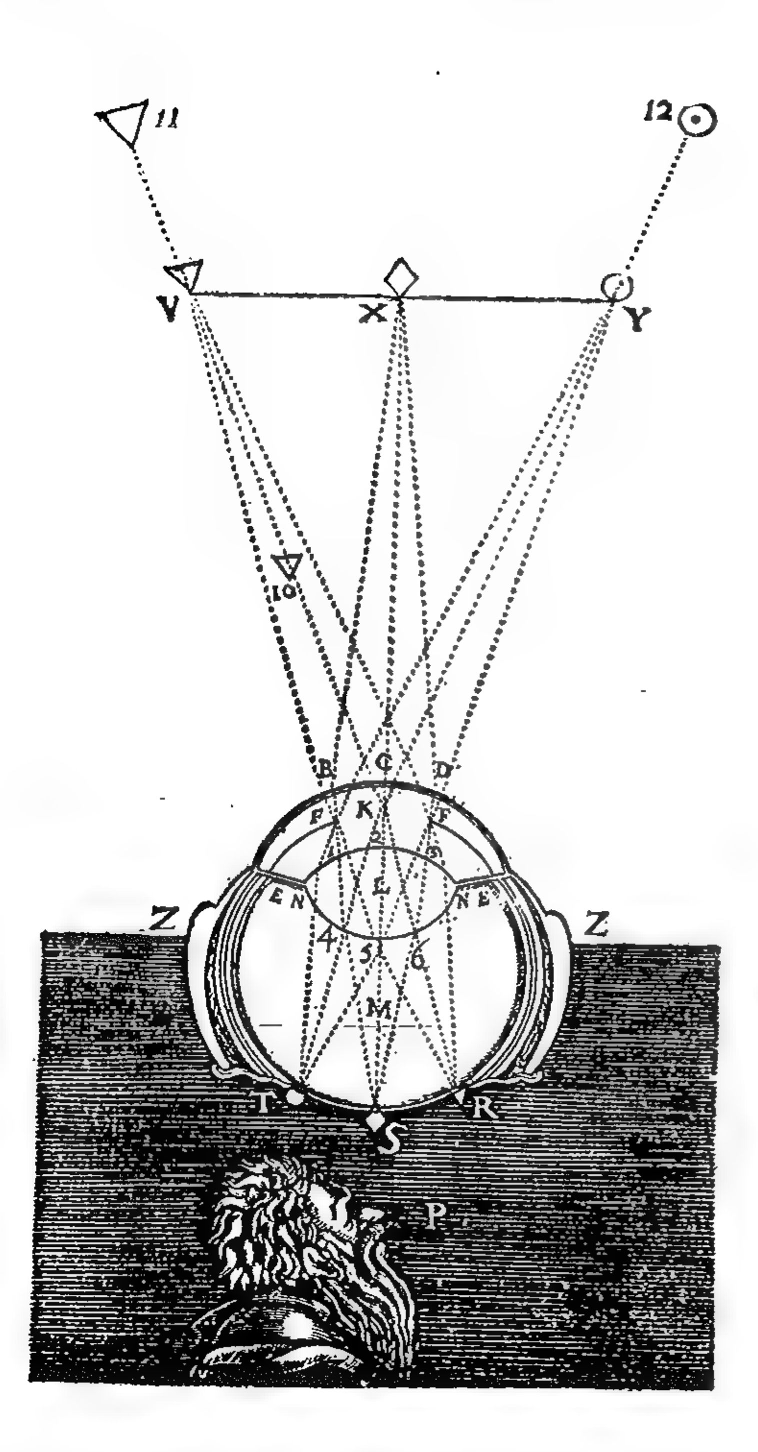
Discurso quinto

Habéis visto con claridad que, para sentir, el alma no tiene necesidad de contemplar imágenes semejantes a las cosas que siente. Pero tal afirmación no obsta el que sea verdad que los objetos que observamos impriman en el fondo del ojo imágenes suficientemente perfectas, tal y como algunos ya han explicado muy ingeniosamente, comparándolas con las que se producen en una habitación cuando, estando totalmente cerrada, con excepción de un solo orificio, y emplazando ante éste un vidrio en forma de pequeña lente, se coloca una tela A-T, VI, 115
blanca a cierta distancia, sobre la cual la luz, procedente de los objetos exteriores, forma sus imágenes. Establecen tal comparación, pues afirman que la habitación

equivale al ojo, el orificio a la pupila, el vidrio al humor cristalino o más bien a todas las partes del mismo que producen refracción y la tela blanca a la piel interior, formada por las extremidades del nervio óptico.

Pero podéis confirmar con más seguridad esto si, tomando el ojo de un hombre muerto recientemente o, en su defecto, el de un buey o el de otro animal de gran tamaño, cortáis con destreza las tres pieles que le rodean, de forma que una gran parte del humor *M*, contenido en su interior, permanezca al descubierto sin que nada del mismo se vierta[56]; posteriormente, habiéndolo recubierto con algún cuerpo blanco que sea tan ligero como para que la luz lo traspase como, por ejemplo, un trozo de papel o la cáscara de un huevo, *RST*, se colocará este ojo en el orificio de una ventana expresamente construida, como *Z*, de forma que tenga delante *BCB*, y se orientará hacia algún lugar donde estén situados diversos objetos, como *V*, *X*, *Y*, iluminados por el sol. Será la parte posterior donde debe situarse el cuerpo blanco *RST*, hacia el interior de la cámara, *P*, en la que vos estaréis[57] y en la que no debe entrar luz alguna mas que la que pueda penetrar a través del ojo, cuyas partes ya conocéis que son transparentes, desde *C* hasta *S*. Así pues, realizado todo esto, si dirigís vuestra mirada sobre el cuerpo blanco *RST*, veréis un dibujo, no sin admiración ni placer, que
A-T, VI, 116 presentará muy simplemente en perspectiva todos los objetos situados fuera, hacia *VXY*, al menos si disponéis todo de suerte que tal ojo retenga la forma natural y proporcionada a la distancia en que estos objetos están
A-T, VI, 117 situados, pues una pequeña diferencia motivará que esta figura sea más difusa. Y es preciso señalar que se le debe presionar un poco más y hacer su figura un poco más alargada, cuando los objetos están muy cercanos, que cuando están más alejados. Pero es conveniente que explique ampliamente cómo se forma esta imagen, pues, por el mismo medio, podría haceros entender muchas cosas relacionadas con la visión.

Considerad, pues, en primer lugar que de cada uno de los puntos de los objetos *V*, *X*, *Y*, penetran en este ojo tantos rayos, que llegan a alcanzar el cuerpo blanco *RST*, cuantos la abertura de la pupila *FF* puede admitir y que, siguiendo lo que anteriormente se ha dicho tanto en relación con la naturaleza de la refracción como de los tres humores *K*, *L*, *M*, todos estos rayos, procedentes de un mismo punto se curvan al atravesar las tres superficies *BCD*, 123 y 456 en la forma examinada para



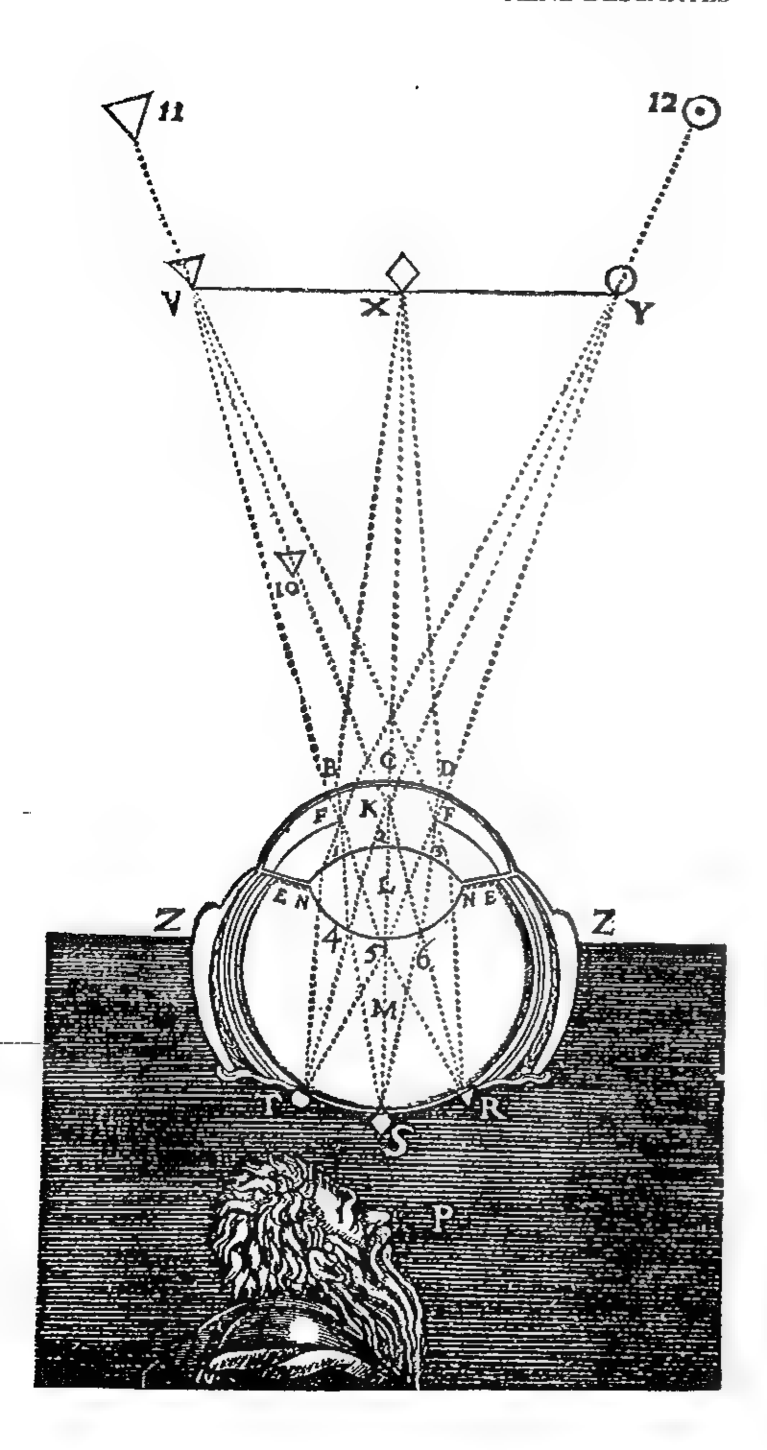
unirse aproximadamente hacia un mismo punto. Es
preciso notar que con el fin de que la figura en cuestión,
sea lo más perfecta posible, las figuras de estas tres
superficies deben ser tales que todos los rayos que
proceden de uno de los puntos de estos objetos, se
reúnan exactamente en uno de los puntos del cuerpo
blanco *RST*. Tal como veis en el grabado que los del
punto *X* se unen en el punto *S*; los que vienen del punto
V se reúnen igualmente en el punto *R* y los que proceden
del punto *Y* en el punto *T*. Se observa igualmente que
hacia *S* no se dirige rayo alguno sino los provenientes
A-T, VI, 118 del punto *X*, ni hacia *R*, sino los provenientes de *V*, ni
hacia *T* sino los originados en *Y*, y así con otros.
Afirmado esto, si os acordáis de lo que se expuso sobre
la luz y sobre los colores en general y, en particular,
sobre los cuerpos blancos, os será fácil entender que,
estando encerrado en la cámara *P* y dirigiendo la vista
sobre el cuerpo blanco *RST*, veáis sobre tal cuerpo la
imagen de los objetos *V*, *X*, *Y*. Pues, en primer lugar, es
cierto que la luz, es decir, el movimiento o acción por el
cual el Sol o cualquier otro cuerpo luminoso presiona y
pone en movimiento una materia muy sutil[57 bis] que se
encuentra en todos los cuerpos transparentes, siendo
dirigida hacia *R* por el objeto *V* que supongo que es
rojo (esto es, que es tal que da lugar a que las partes
de esta materia sutil adquieran al encontrarse con él,
además del movimiento rectilíneo otro movimiento
alrededor de sus centros, dando entre ambos movimien-
tos la proporción que es necesaria para hacer sentir el
color rojo), cuando alcanza en el punto *R* un cuerpo
blanco (es decir, un cuerpo que puede enviar hacia
cualquier punto esta materia sutil sin alterar el modo
como se mueve), debe alcanzar a vuestros ojos al
atravesar los poros de este cuerpo que he supuesto, por
esta razón, que es muy fino y está por todas partes
orientado hacia la luz; de esta forma veremos el punto
R de color rojo.

También, siendo enviada la luz desde *X*, que supongo
que es amarillo, hacia *S* y desde *Y*, que supongo que es
azul, hacia *T* (puntos desde los que es enviada hacia
vuestros ojos), debe haceros aparecer *S* de color amari-
llo y *T* de color azul. De esta forma los tres puntos *R*, *S*,
A-T, VI, 119 *T*, apareciendo con los mismos colores y guardando el
mismo orden que *V*, *X*, *Y*, guardan claramente su
semejanza. La perfección de esta figura depende princi-
A-T, VI, 120 palmente de tres factores, a saber: los rayos deben
penetrar por la pupila procedentes de cada uno de los

puntos de los cuerpos, como en nuestro grabado es el caso de *XB14S*, *XC25S*, *XD36S* y de cuantos, procediendo de *X*, pudiésemos imaginar entre estos tres si alcanzan tal punto; en segundo lugar estos rayos deben sufrir en el ojo tales refracciones que aquellos rayos que proceden de diversos puntos han de reunirse aproximadamente en otros tantos puntos sobre el cuerpo blanco *RST*; finalmente, siendo tanto los pequeños filamentos *EN* como el interior de la piel *EF* de color negro y estando totalmente cerrada y oscura la cámara *P*, no ha de penetrar luz alguna sino de *V*, *X*, *Y*, que desvíe la acción de estos rayos. Afirmo tal, pues, si la pupila estuviese tan cerrada que no pudiese penetrar más que un solo rayo procedente de cada punto del objeto hacia cada punto del cuerpo *RST*, no tendría la fuerza suficiente para reflejarse en la cámara *P* hacia nuestros ojos. Por el contrario, siendo la abertura de la pupila un poco grande si no se produjera dentro del ojo refracción alguna, los rayos que procedieran de cada punto de los objetos se dispersarían por todo el espacio *RST* de modo que, por ejemplo, los tres puntos *V*, *X*, *Y*, enviarían tres rayos hacia *R* que, reflejándose conjuntamente hacia nuestros ojos, harían aparecer el punto *R* de un color medio entre el rojo, el amarillo y el azul y totalmente semejante a los puntos *S* y *T*, hacia los cuales los mismos puntos *V*, *X*, *Y*, enviarían cada uno de sus rayos. Igualmente sucedería si la refracción que se produce en el ojo fuera mayor o menor de lo que
A-T, VI, 121 debiera ser en proporción con el tamaño de este ojo. Afirmo tal, pues siendo excesivamente grande, los rayos que provinieran, por ejemplo, del punto *X*, se reunirían antes de alcanzar el punto *S* como hacia *M*; por el contrario, siendo excesivamente pequeña su abertura, no incidirían sino más allá, como hacia *P*, aunque alcanzasen el cuerpo blanco *RST* en diversos puntos, en los cuales incidirían también otros rayos de otras partes del objeto. En fin, si los cuerpos *EN*, *EF* no fuesen negros, es decir, capaces de amortiguar la luz que sobre ellos se proyecte, los rayos del cuerpo blanco *RST* que incidieran sobre ellos, podrían desviarla, los de *T* hacia *S* y hacia *R*; los de *R* hacia *T* y hacia *S*; los de *S*, hacia *R* y hacia *T*. De esta forma impedirían entre sí su acción. Igual sucedería con los rayos que procedieran de la cámara *P* hacia *RST* si hubiera alguna otra luz en esta cámara que la enviada por los objetos *V*, *X*, *Y*.

Pero después de haberos referido las perfecciones de este dibujo, es preciso que os haga considerar sus

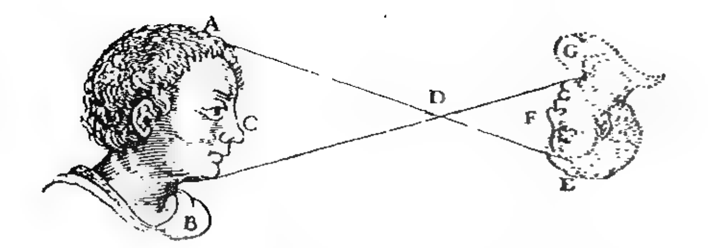
imperfecciones. La primera y principal es que, cuales-
quiera que sean las formas que pueden tener las diversas
partes del ojo, es imposible que motiven el que los rayos
procedentes de distintos puntos se reúnan todos en
otros tantos puntos. Todo lo más que pueden motivar
es que los que provienen de algún punto, tal como *X*, se
reúnan en otro punto, como *S*, en el medio del fondo del
ojo. En este caso no pueden alcanzar tal lugar sino
A-T, VI, 122 algunos de los que provienen del punto *V* y se reúnen
en el punto *R*; los que provienen del punto *Y*, se reúnen
en el *T*. Los otros se deben alejar un poco, alrededor, tal
A-T, VI, 123 como explicaré. Esto es la causa de que este dibujo no
sea tan distinto hacia los extremos como en el centro,
tal como ha sido suficientemente resaltado por quienes
han escrito sobre cuestiones de óptica. Por esta razón
han afirmado que la visión se produce según la línea
recta, que pasa por el centro del humor cristalino y la
pupila, tal y como es el caso de la línea *XKLS*,
calificada eje de la visión. Observad que los rayos que
provienen, por ejemplo, del punto *V* se dispersan tanto
más alrededor del punto *R*, cuanto mayor es el tamaño
de la pupila. Por tanto, si bien su tamaño contribuye a
conferir vivacidad a los colores de este dibujo, sin
embargo impide que estas figuras sean tan distintas. En
consecuencia, no puede ser sino mediocre. Igualmente,
considerad que estos rayos se dispersarían aún más de
lo que lo hacen en torno al punto *R* si el punto *V*, del
que proceden, estuviese mucho más cercano al ojo, tal
como hacia 10, o bien estuviese mucho más alejado de
lo que está *X*, tal como hacia 11, cuando se supone,
como es mi caso, que su figura es proporcionada en
relación con la distancia a que se encuentra *X*. De esta
forma se motivaría que la parte *R* de este dibujo fuese
menos precisa de lo que es. Estas demostraciones serán
entendidas mejor cuando conozcáis qué forma deben
tener los cuerpos transparentes para hacer que los
rayos, procedentes de un punto, se reúnan en algún otro
punto después de haberlos atravesado. Los restantes
defectos de estas imágenes consisten, en primer lugar, en
que están invertidas, es decir, en posición contraria a la
de los objetos y, en segundo lugar, en que sus elementos
A-T, VI, 124 se contraen más o menos en relación con la diversa
distancia y situación de las cosas que representan, casi
en forma tal como acontece en un cuadro con perspecti-
va. Así puede observarse con claridad en el gráfico: *T*,
situado en el lado izquierdo, representa a *Y*, situado en
el lado derecho: *R*, situado a la derecha, representa a *V*,



situado a la izquierda. Así mismo, la figura del objeto *V* no debe ocupar mayor espacio hacia *R* que la del objeto situado en 10, que es más pequeño pero más próximo, ni tampoco debe ocupar menos que la de 11, que es de mayor tamaño pero en proporción está más alejado, sino en tanto que es un poco más distinta. Finalmente, la línea recta *VXY* es representada por la curva *RST*.

Así pues, habiendo comprobado la existencia de esta figura en el ojo de un animal muerto y habiendo considerado las razones de su formación, no puede dudarse[58] de que se forme otra semejante en el ojo de un hombre vivo sobre su piel interior, en cuyo lugar habíamos colocado el cuerpo blanco *RST*. Es más, no debemos dudar de que se forme con mayor perfección, pues estos humores llenos de espíritus son más transparentes y tienen exactamente la forma requerida para que se produzca este efecto. Puede ser también que la forma de la pupila en el ojo de un buey no siendo redonda, impida que esta figura sea tan perfecta.

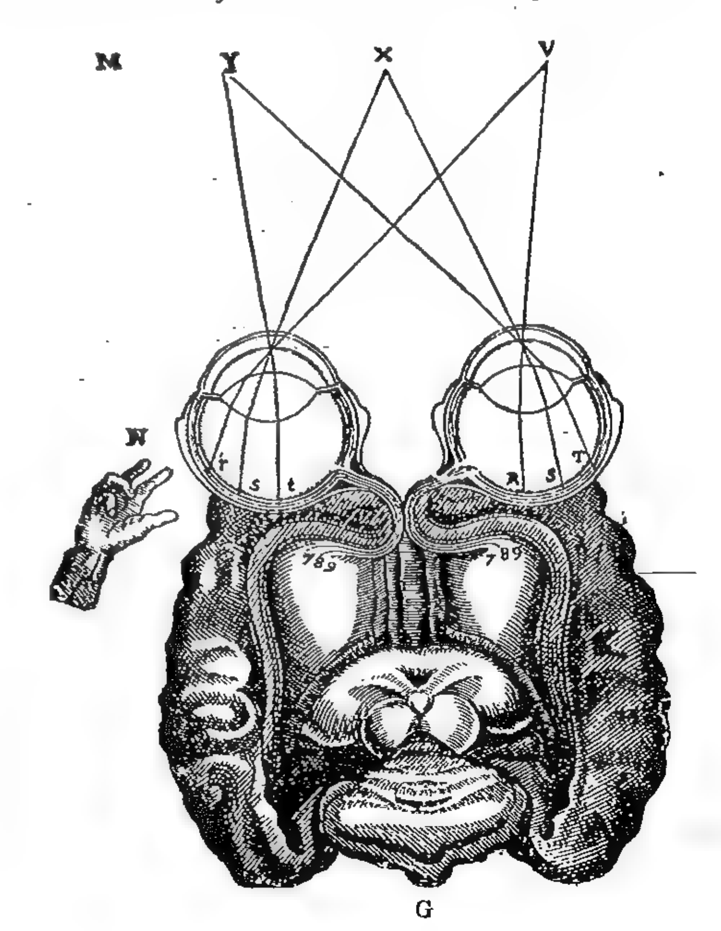
Así mismo, tampoco se puede dudar de que las imágenes, cuya aparición provocamos sobre una tela blanca y en el interior de una cámara oscura, se formen de igual modo y por idéntica razón que se forman en la parte interior del ojo. Igualmente, considerando que las imágenes proyectadas sobre la tela blanca son general-
A-T, VI, 125 mente de tamaño muy superior y que se forman de modos más variados, pueden observarse diversas particularidades de las que deseo advertiros con el fin de que
A-T, VI, 126 realicéis la correspondiente experiencia, si es que aún no la habéis hecho. Ved, pues, en primer lugar, que si no se coloca vidrio alguno delante del orificio que se practicará en esta cámara, aparecerán algunas imágenes sobre la tela, con tal de que este orificio sea muy estrecho. Pero tales imágenes serán muy confusas e imperfectas y serán tanto más cuanto más estrecho sea este orificio. Serán tanto más grandes cuanto mayor sea la distancia que existe entre este orificio y la tela, de suerte que su tamaño debe guardar, más o menos, la misma proporción con esta distancia, que el tamaño de los objetos, que las causan, con la distancia que existe entre ellos y este orificio. Así, es evidente que, si *ACB* es el objeto, *D* el orificio y *EFG* la imagen, *EG* es a *FD* como *AB* es a *CD*. Posteriormente, habiendo sido colocado un vidrio en forma de lentilla delante de este orificio, considerad que las imágenes aparecerán muy precisas si se coloca la tela a una cierta distancia y que, por poco que se aleje o



aproxime del mismo comenzarán a ser menos precisas. Esta distancia debe ser medida en virtud del espacio que existe, no entre la tela y el orificio, sino entre la tela y el vidrio, de suerte que si se emplaza el vidrio variando hacia adelante o hacia atrás su posición respecto del orificio, la tela debe ser igualmente acercada o alejada
otro tanto. Y la distancia depende en parte de la figura A-T, VI, 127
de este vidrio y en parte también de la distancia a que se encuentran los objetos, pues, dejando el objeto en el mismo punto, cuanto menos curvadas están las superficies del vidrio, entonces más debe ser alejada la tela y si nos servimos del mismo vidrio y los objetos están muy próximos, es preciso tener la tela un poco más lejos que si estuvieran más alejados. De esta distancia depende el tamaño de las imágenes casi en la misma forma que cuando no existe vidrio delante del orificio. Y el tamaño de este orificio puede ser mayor cuando se coloca un vidrio que cuando se deja totalmente vacío sin que por ello las imágenes sean mucho menos distintas. Y cuanto más grande es, tanto más claras e iluminadas aparecen, de suerte que si se cubre una parte de este vidrio, aparecerán mucho más oscuras que anteriormente, pero por ello no dejarán de ocupar el mismo espacio sobre la tela. Así mismo, cuanto más grandes y claras son estas imágenes sobre la tela con mayor perfección se ven, de suerte que si también se pudiera construir un ojo, cuya profundidad fuera muy grande y su pupila muy ancha, siendo las figuras correspondientes a aquellas superficies que causan la refracción proporcionadas a este tamaño, las imágenes que se formarían en el mismo serían tanto más visibles. Y si tenemos dos o más vidrios en forma de lentillas pero bastante planos, al unirlos, se produciría el mismo efecto que con uno solo, que fuera tan cóncavo o convexo como los otros dos juntos, pues el número de superficies en donde se producen las refracciones no posee importantes consecuencias. Pero debe advertirse que si se distancian estos vidrios entre sí, el

segundo podría corregir la imagen que el primero hubiera invertido y el tercero invertirla de nuevo y así
A-T, VI, 128 sucesivamente. Todas estas cuestiones, cuyas razones son fácilmente deducibles de lo que he afirmado, serán mucho más vuestras si usáis una pequeña reflexión para concebirlas que si las encontraseis aquí desarrolladas.

Finalmente las imágenes de los objetos no se forman solamente de este modo en el fondo del ojo sino que llegan a alcanzar el cerebro como comprenderéis fácilmente si pensáis que, por ejemplo, los rayos procedentes del objeto *V* alcanzan el interior del ojo en el punto *R*,
A-T, VI, 129 donde se encuentra la extremidad de uno de esos pequeños filamentos del nervio óptico, que toma su origen en el punto 7 de la superficie interior del cerebro 789. Los del objeto *X* alcanzan en el punto *S* la



extremidad de otro, que se origina en el punto 8 y los del objeto *Y* alcanzan otro en el punto *T*, correspondiente al lugar del cerebro señalado con el número 9 y así en otros casos. Para comprender esto debe considerarse igualmente que no siendo la luz otra cosa sino un movimiento o una acción que tiende a causar cierto movimiento, aquellos rayos que proceden del punto *V* hacia *R* tienen la fuerza necesaria para mover todo el filamento *R*7 y, por consiguiente, el lugar marcado en el cerebro con 7. Los que proceden de *X* y se dirigen a *S*, mueven todo el nervio *S*8 y también poseen el poder moverlo de modo distinto al que es movido *R*7, puesto que los objetos *X* y *V* son de dos colores distintos. De igual forma los que provienen de *Y* producen el movimiento del punto 9. De donde es claro que se forma un dibujo 789, bastante semejante a los objetos *V*, *X*, *Y*, en la superficie interior del cerebro frente a sus concavidades. Y desde aquí podría transportarla hasta una cierta glándula, que se encuentra aproximadamente hacia el centro de estas concavidades y que propiamente es la sede del sentido común. Inclusive podría mostraros cómo puede discurrir por las arterias de la mujer en estado hasta un cierto miembro del niño que lleva en sus entrañas y producir allí esas marcas, que tanta admiración producen a los Doctos[59].

SOBRE LA VISION

Discurso sexto

Aunque esta pintura, transmitida hasta el cerebro en A-T, VI, 130
la forma descrita, retenga siempre alguna semejanza con los objetos de que procede, sin embargo no debe creerse por esto, tal como ya he dado a entender, que fuese en virtud de esta semejanza como da lugar a que nosotros los sintamos, tal y como si existiesen otros ojos en nuestro cerebro mediante los cuales pudiéramos apercibirnos de ella. Más bien, son los movimientos en virtud de los cuales se forma tal imagen los que, actuando de

forma inmediata sobre nuestra alma, en tanto que está unida al cuerpo, han sido instituidos por la Naturaleza para generar en ella tales sentimientos. Tal es la cuestión que deseo explicaros en este momento con más detalle. Todas las cualidades que percibimos en los objetos de la vista, pueden ser reducidas a las seis principales siguientes: la luz, el color, la situación, la distancia, el tamaño y la figura. Primeramente y en relación con la luz y el color, que propiamente se relacionan de modo exclusivo con el sentido de la vista, es preciso pensar que nuestra alma es de tal naturaleza que es la fuerza de los movimientos, localizados en aquellos lugares del cerebro en donde se originan los pequeños filamentos de los nervios ópticos, la que causa el sentimiento de la luz, y que es el modo en que se
A-T, VI, 131 producen estos movimientos el que causa el sentimiento del color. De igual modo, los movimientos de los nervios relacionados con los oídos, la hacen oír los sonidos; los correspondientes a los nervios de la lengua la hacen gustar los sabores y, generalmente, los de los nervios de todo el cuerpo la hacen sentir cierto consquilleo, cuando tales movimientos son moderados, y la hacen sentir dolor cuando tales movimientos son violentos. En todos estos casos no es necesario que deba existir semejanza alguna entre las ideas que ella concibe y los movimientos que son causa de las mismas[60]. Esto lo admitiréis fácilmente si os dais cuenta de lo que aparece a quienes reciben alguna herida en el ojo: ven una infinidad de fuegos y brillos repentinos ante sí, aunque cierren los ojos o bien aunque se encuentren en un lugar muy oscuro. Por esta razón, tal sentimiento no puede ser atribuido sino a la fuerza del golpe, que mueve los pequeños filamentos del nervio óptico, tal como haría una luz intensa. Esta misma fuerza, en relación con los oídos podría dar lugar a la audición de algún sonido y en relación con otras partes del cuerpo podría hacer sentir dolor[61]. Igualmente podría confirmarse esto mismo a partir de otro hecho, según el cual si alguna vez se fuerzan los ojos para mirar al sol o alguna otra luz muy viva, éstos retienen durante un cierto tiempo la impresión de forma tal que, aunque permanezcan cerrados, parece que se ven distintos colores, que cambian y pasan de uno a otro a medida que se desvanecen. Esto no puede proceder sino de que los pequeños filamentos del nervio óptico, habiendo sido movidos de forma extraordinariamente fuerte, no pueden cesar de moverse
A-T, VI, 132 de modo tan rápido como en otras ocasiones. Pero la

agitación, que persiste en estos filamentos después de que los ojos se han cerrado, no siendo lo suficientemente intensa para representar esta brillante luz que la ha causado, da lugar a la representación de colores menos vivos. Estos colores se cambian a medida que se debilitan; esto muestra que su naturaleza no consiste sino en la diversidad del movimiento y que no es otra que la supuesta por mí anteriormente. Esto también es claro, pues los colores aparecen frecuentemente en los cuerpos transparentes, no habiendo nada en éstos que los pueda causar más que las diversas formas en que son recibidos los rayos de luz, como cuando el arco iris aparece en el cielo y más claramente aún cuando vemos algo semejante en un vidrio que ha sido tallado en varias caras.

Pero es necesario considerar en este momento y de modo particular en qué consiste la cantidad de la luz que se ve, es decir, de la fuerza mediante la cual es movido cada uno de los pequeños filamentos del nervio óptico, pues no siempre es igual a la luz que emana de los objetos, sino que varía en razón de la distancia de los cuerpos y del tamaño de la pupila así como en razón del espacio que los rayos, procedentes de cada punto del objeto, pueden ocupar en el fondo del ojo. Como, por ejemplo, es claro que el punto *X* enviaría más rayos de los que envía al interior del ojo *B*, si la pupila *FF* estuviera abierta hasta *G*; es igualmente claro que envía la misma cantidad al ojo *B*, que está próximo a él y cuya pupila es muy estrecha, que al ojo *A*, cuya pupila está más dilatada, pero en proporción está más alejada. Y aunque no penetran más rayos de los diversos puntos del objeto *V*, *X*, *Y*, considerados conjuntamente, en el A-T, VI, 133
fondo del ojo *A* que en el fondo del ojo *B*, sin embargo puesto que estos rayos no se extienden sino sobre el espacio *TR*, menor que el espacio *HI*, sobre el que se extienden en el fondo del ojo *B*, deben obrar aquí con más fuerza contra cada una de las extremidades del nervio óptico alcanzado en este espacio. Esto es fácilmente calculable, pues si el espacio *HI* es cuatro veces mayor que *TR* y contiene las extremidades de cuatro mil pequeños filamentos del nervio óptico, *TR* no contendrá sino las mil y, en consecuencia, cada uno de estos pequeños filamentos será movido, en el fondo del ojo *A*, por la milésima parte de las fuerzas que tienen los rayos que penetran, considerados conjuntamente y, en el fondo del ojo *B*, solamente por un cuarto de la milésima parte. Es preciso también considerar que no

pueden discernirse las partes de los cuerpos que se observan sino en cuanto difieren en algún modo de color. Así mismo la visión distinta de los colores no depende solamente de que todos los rayos, procedentes de cada punto del objeto, se reúnan poco más o menos en otros tantos puntos en el fondo del ojo, así como de que no se dirijan otros rayos a estos mismos puntos desde otras partes (tal como anteriormente ha sido indicado), sino que también depende de la multitud de pequeños filamentos del nervio óptico que están en el espacio que ocupa la imagen en el fondo del ojo. Pues
A-T, VI, 134 si, por ejemplo, el objeto *VXY* está compuesto de diez mil partes, dispuestas a enviar rayos hacia el fondo del ojo *RST* en diez mil formas diferentes y, en consecuencia, a hacer ver, a la vez, diez mil colores, sin embargo estas partes no podrán hacer distinguir al alma más que mil como máximo, si suponemos que no existen más de mil filamentos del nervio óptico en el espacio *RST*. Afirmo tal, pues, diez de las partes del objeto, obrando conjuntamente contra cada uno de estos nervios, no pueden moverlo más que de una sola forma, resultante de cuantas actúan, de suerte que el espacio ocupado por

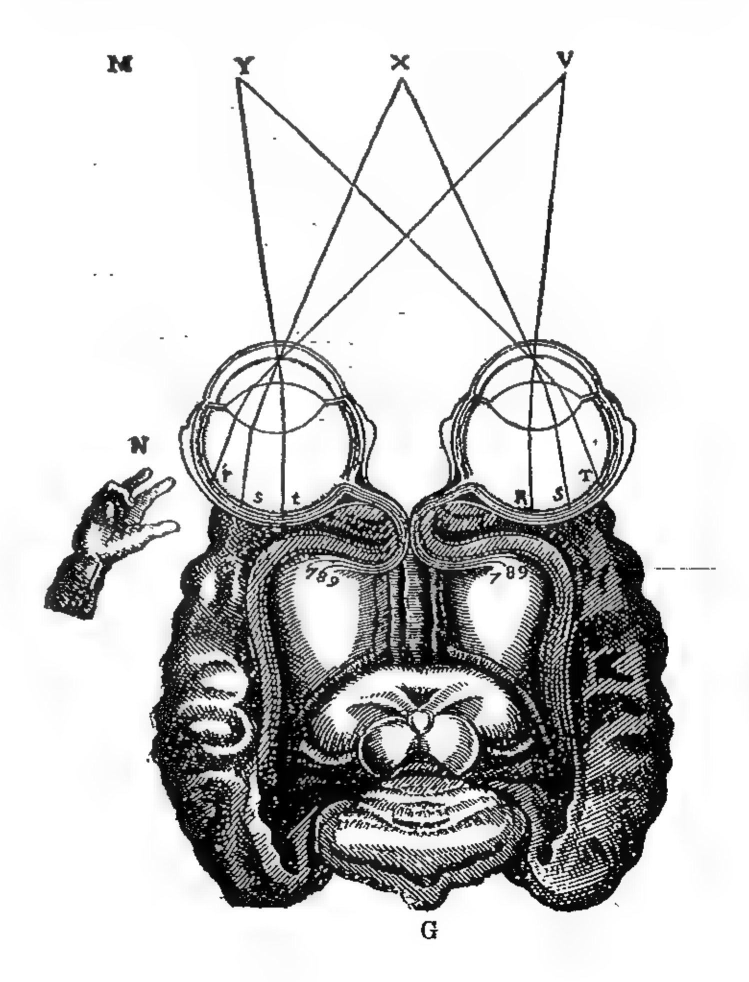
cada uno de estos filamentos no debe ser considerado sino como un punto[62]. Por este motivo sucede frecuentemente que una pradera de infinidad de colores totalmente diversos entre sí aparece de lejos completamente blanca o azul, así como acontece que todos los cuerpos se ven, por lo general, con menor distinción de lejos que de cerca y que un objeto puede ser visto con tanta mayor distinción cuanto más se logre que la imagen de éste ocupe un mayor espacio en el fondo del ojo. Esto será un tema a destacar posteriormente.

Por lo que se refiere a la situación, es decir, al lado hacia el que está orientada cada parte del objeto en relación con nuestro cuerpo, no la conocemos de otro modo por medio de nuestros ojos que de nuestras manos. Su conocimiento no depende de imagen alguna ni de acción alguna que provenga del objeto, sino solamente de la disposición de las pequeñas partes del cerebro en las que los nervios se originan. Tal disposición, modificándose aunque sólo sea un poco, cada vez que se altera la de los miembros en que tales nervios se
insertan, ha sido instituida por la Naturaleza para A-T, VI, 135
lograr no solamente que el alma conozca en qué lugar está cada parte del cuerpo que anima con relación a todas las otras, sino también para que pueda transferir su atención a todos los lugares contenidos dentro de las líneas rectas prolongadas hasta el infinito, que pueden imaginarse trazadas desde la extremidad de cada una de estas partes[63]. Como cuando el ciego del que anterior-



mente hemos hablado, vuelve su mano *A* hacia *E*, o bien la mano *C* hacia *E*, los nervios insertados en esta mano causan un cierto cambio en su cerebro, que da un medio a su alma para conocer no solamente el lugar *A* o el lugar *C*, sino también para conocer cuantos están en la línea recta *AE* o *CE*, de modo que puede dirigir su atención hasta los objetos *B* y *D* así como determinar los lugares en que están sin conocer por esto, ni pensar en modo alguno en aquéllos en que están sus dos

manos. De este modo, cuando nuestras manos o nuestra cabeza se vuelven hacia algún lado, nuestra alma se advierte de ello por el cambio que los nervios, insertados en el interior de los músculos, que permiten ejecutar tales movimientos, producen en nuestro cerebro. Como aquí, en el ojo *RST*; es preciso pensar que la situación del pequeño filamento del nervio óptico, que está en el punto *R* o *S* o *T* se corresponde con una situación determinada de la parte del cerebro 7, 8 ó 9, que hace que el alma pueda conocer todos los lugares que están en la línea *RV* o *SX* o *TY*. De forma que no debéis encontrar extraño que los objetos puedan ser vistos en
A-T. VI, 136 su verdadera situación, no obstante que su pintura tenga una contraria, de la misma forma que nuestro

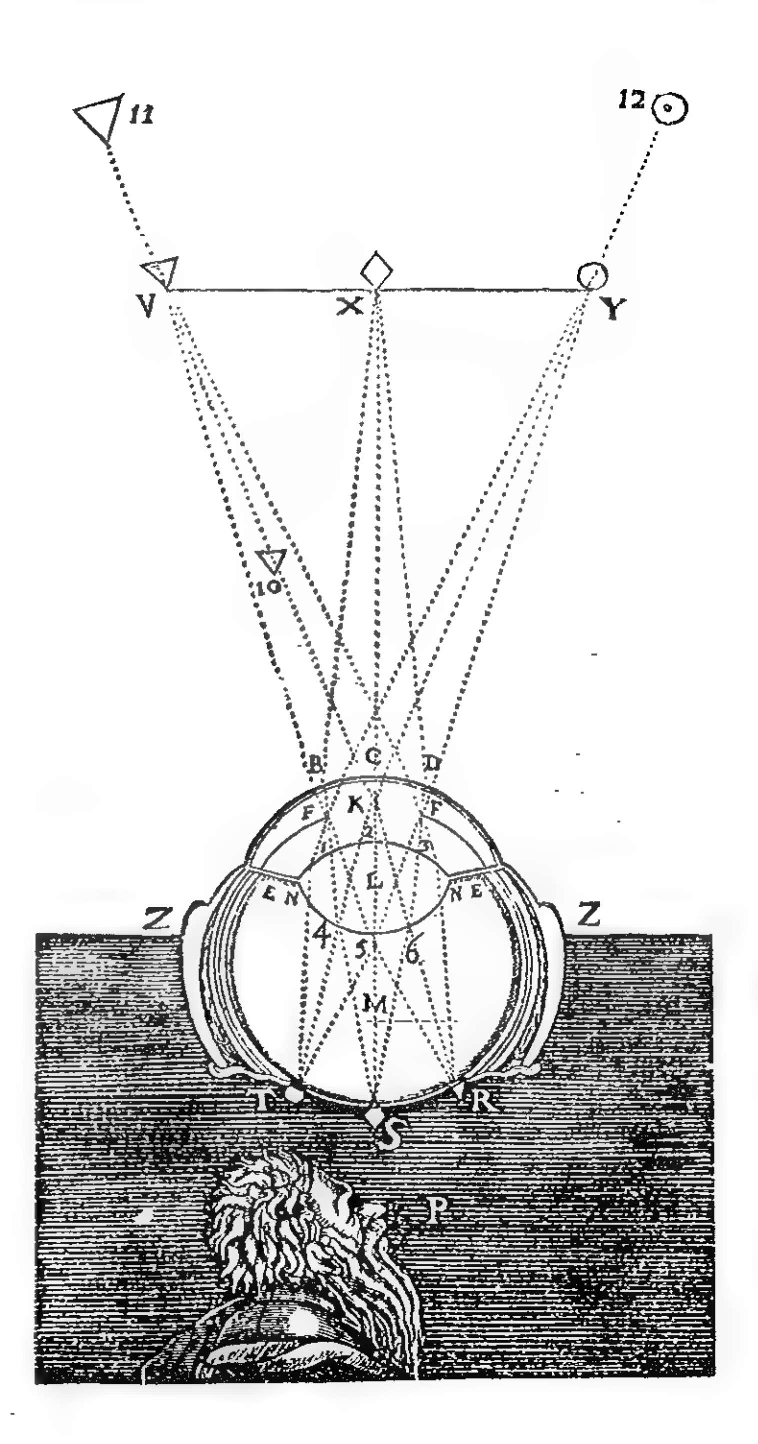


ciego pueda sentir, a la vez, el objeto *B*, que está a la derecha, por medio de su mano izquierda y el objeto *D*, que está a la izquierda, por medio de su mano derecha. Y así como este ciego no juzga que un cuerpo sea doble, aunque lo toque con sus dos manos, de igual modo, cuando nuestros ojos están dispuestos en la forma requerida para llevar nuestra atención hacia un mismo A-T, VI, 137
lugar, no nos hacen ver sino un mismo objeto, aunque en cada uno de ellos se forme una pintura[64].

La visión de la distancia[65] no depende, al igual que la de la situación, de imágenes enviadas de los objetos, sino, en primer lugar, de la figura del ojo, pues como anteriormente ha sido explicado, su figura debe sufrir una pequeña variación según tratemos de ver aquello que está próximo a nuestros ojos o aquello que está un poco alejado; a medida que tal modificación de la forma del ojo se produce para que se establezca la necesaria proporción con la distancia de los objetos, también alteramos una cierta parte de nuestro cerebro en la forma que ha sido instituida por la Naturaleza para motivar que nuestra alma conozca esta distancia. Esto sucede por lo general sin que realicemos reflexión, de igual modo que, cuando estrechamos algún cuerpo con nuestra mano, la conformamos con su grosor y con la figura de tal cuerpo, sintiendo por este medio sin que sea necesario que pensemos en sus movimientos. Conocemos, en segundo lugar, la distancia por la relación que tienen entre sí nuestros ojos. Pues, así como nuestro ciego, sosteniendo los dos bastones *AE*, *CE*, cuya longitud supongo que ignora, y conociendo solamente



el intervalo que existe entre sus dos manos *A* y *C* así como la dimensión de los ángulos *ACE*, *CAE*, puede a partir de estos datos, en virtud de una especie de Geometría natural, conocer la localización del punto *E*, de igual modo cuando nuestros ojos *RST* y *rst* se



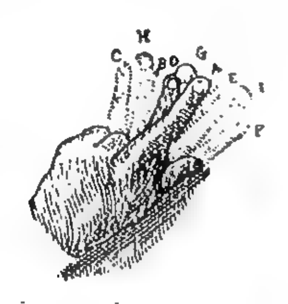
vuelven hacia X, la dimensión de la línea Ss y la de los ángulos XSs y XsS nos permiten conocer la situación del punto X. Podemos lograr lo mismo mediante la A-T, VI, 138
ayuda de un solo ojo[66], haciéndolo cambiar de lugar como si, habiendo mirado hacia el punto X, primeramente lo dirigimos a S e inmediatamente después al punto s; tal movimiento bastará para lograr que el tamaño de la línea Ss y el de los ángulos XSs y XsS se encuentren a la vez en nuestra fantasía y nos permitan conocer la distancia del punto X. Y esto, en virtud de un acto del pensamiento que, no pareciendo sino un juicio simple[67], no obstante encierra en sí un razonamiento muy similar al que realizan los agrimensores, cuando por medio de dos diferentes posiciones miden los lugares inaccesibles. Aún tenemos otro modo de conocer las distancias; a saber, considerando tanto la distinción o confusión de las figuras como la intensidad o debilidad de la luz. Así mientras miramos fijamente hacia X, los rayos que proceden de los objetos 10 y 12 no se reúnen tan exactamente hacia R y T, en el fondo de nuestro ojo, como si estos objetos estuviesen en los puntos V e Y; de donde deducimos que están más alejados o más próximos a nosotros de lo que está X. Igualmente, el hecho de que la luz que se dirige hacia nuestro ojo procedente del objeto 10 sea más intensa que si este objeto estuviese situado en el punto V, nos permite juzgar que está más próximo; así mismo a partir de que aquella que dimana del objeto 12 es más débil de lo que sería si estuviese en Y, juzgamos que el objeto 12 está más alejado. Finalmente, cuando ya conocemos el tamaño de un objeto, su situación, la distinción de su figura y la viveza de sus colores[68], o bien la fuerza de la A-T, VI, 139
luz que es emitida por él, esto más bien nos puede servir para imaginar a qué distancia se encuentra que para ver. Así, mirando a distancia un cuerpo que estamos A-T, VI, 140
habituados a observarlo cuando está próximo a nosotros, juzgamos con mayor precisión la distancia a que se encuentra de lo que lo haríamos si su tamaño nos fuera menos conocido; de igual modo, contemplando una montaña soleada, situada más allá de un bosque cubierto por la sombra, no es sino la situación de este bosque lo que nos induce a juzgar que está más próximo a nosotros. Finalmente, si observamos dos barcos que están navegando, siendo el de menores dimensiones aquel que está más próximo a nosotros de modo que parezcan del mismo tamaño, podremos en virtud de las diferencias apreciadas en sus figuras, en la viveza de sus

colores así como en la luz que emiten, juzgar cuál de ellos está a menor distancia[69].

No tengo necesidad de añadir nada en particular que esté relacionado con el modo en que vemos el tamaño y figura de los objetos ya que está comprendido en el modo mediante el cual discernimos la distancia y posición de sus partes. Su tamaño se estima por el conocimiento u opinión que se tiene de la distancia a que se encuentran comparada con el tamaño de las imágenes que se forman en el fondo del ojo pero no por el tamaño solamente de estas imágenes, lo cual nos parecerá bastante claro si pensamos que, por ejemplo, aunque el tamaño de las imágenes fuere cien veces superior en aquellos casos en que los objetos estuviesen muy próximos a nosotros que en aquellos otros en que estuviesen a una distancia diez veces mayor, sin embargo no nos hacen verlos por tal razón de un tamaño cien veces superior, sino casi iguales; al menos, si su distancia no nos induce a error. Es asimismo claro que la distancia se juzga mediante el conocimiento u opinión que se posee de la situación de las diversas partes de los objetos y no a partir de las semejanzas de los dibujos que se forman en el interior del ojo, pues tales pinturas
A-T, VI, 141 no contienen sino trazos ovalados y romboideos y, sin embargo, producen la visión de círculos y cuadrados.

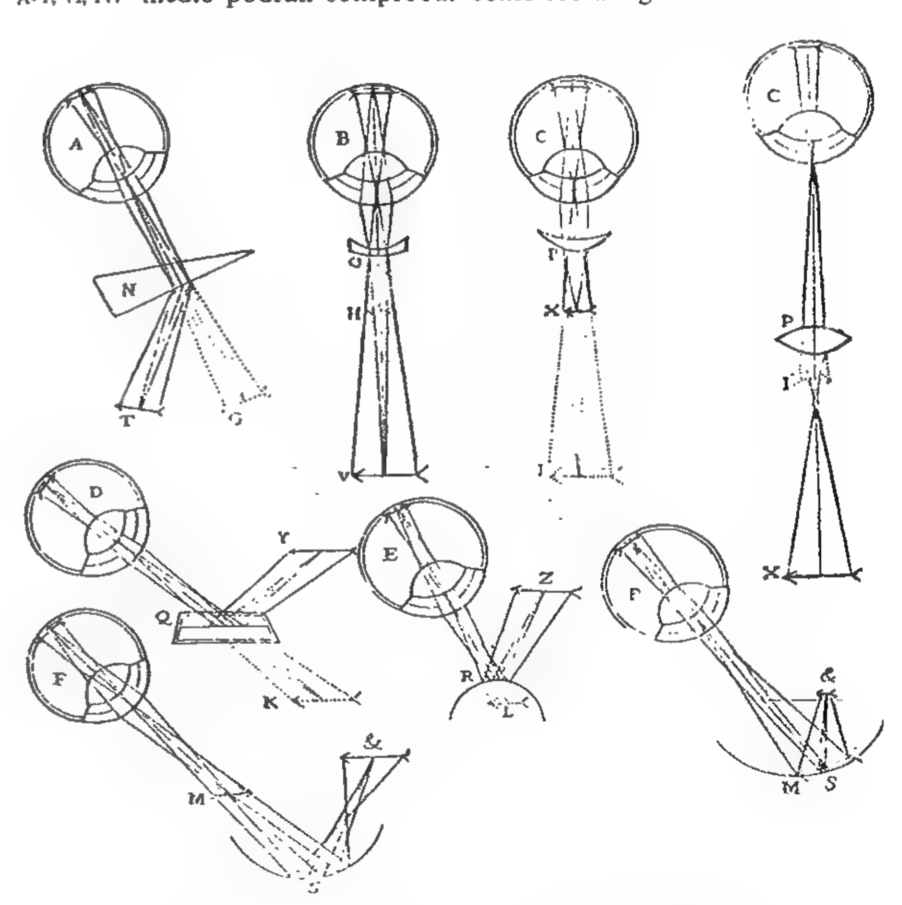
Ahora bien, con el fin de que no podáis dudar de que la visión se realiza tal y como os he explicado, deseo haceros considerar las razones por las que nos induce a error en algunas ocasiones. En primer lugar porque es el alma la que ve y no el ojo; pero el alma no ve sino por medio del cerebro; así se explica que los frenéticos y los que duermen vean con frecuencia o estimen que ven diversos objetos que, sin embargo, no están ante sus ojos. Esto acontece cuando algunos vapores, removiendo su cerebro, disponen aquellas partes del mismo que están generalmente al servicio de la visión de igual forma que lo harían los objetos si estuviesen presentes. También nos induce a error a causa de que las impresiones que proceden del exterior pasan hacia el sentido común por medio de los nervios; por tanto, si su situación es alterada por alguna causa extraordinaria, pueden motivar la visión de los objetos en lugares distintos de los que ocupan; así, cuando el ojo rst[70], estando dispuesto a mirar hacia X, es forzado por el dedo N a volverse hacia M. En tales circunstancias, las partes del cerebro de donde proceden estos nervios no se disponen en forma idéntica a la que hubiesen

adoptado en el caso de que el ojo hubiese sido orientado por sus músculos hacia *M*; pero tampoco en la forma que verdaderamente le corresponde cuando mira hacia *X*, sino de una manera intermedia, es decir, como si mirara hacia *Y*. De esta forma, el objeto *M* aparecerá en el lugar en que está *Y*, por medio de este ojo, e *Y* aparecerá en el lugar de *X* y *X* en el lugar de *V*. Estos mismos objetos, que se presentan en sus verdaderos lugares por medio del otro ojo *RST*, parecerán dobles. De la misma forma que[71], tocando la pequeña bola *G* con los dos dedos, *A* y *D*, cruzados el uno sobre el otro,
parece que tocamos dos bolas, puesto que en tanto estos A-T, VI, 142



dedos permanecen cruzados en tal modo, *A* hacia *C* y *D* hacia *F*, las partes del cerebro de donde proceden los nervios que están insertados en esos músculos, se encuentran dispuestas en la forma requerida para hacer que parezcan estar *A* hacia *B* y *D* hacia *E*. En consecuencia, de modo tal que parezca que se tocan dos bolas distintas, *H* e *I*. En tercer lugar, puesto que estamos acostumbrados a juzgar que las impresiones que mueven nuestra vista, proceden de aquellos lugares hacia los que debemos mirar para sentirlas, cuando sucede que provienen de otros lugares, podemos ser fácilmente equivocados. Así sucede a los que padecen ictericia o a quienes miran a través de un vidrio amarillo o están encerrados en una cámara en la que no entre luz alguna más que a través de tales vidrios: en tales circunstancias, atribuyen este color a todos los cuerpos que observan. Y aquel que está en la cámara oscura, anteriormente descrita, atribuye al cuerpo blanco *RST* los colores de los objetos *V*, *X*, *Y*, puesto que es exclusivamente hacia donde dirige la vista. Los ojos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, estando mirando los objetos *T*, *V*, *X*, *Y*, *Z*, etc. a través de los vidrios *N*, *O*, *P* y de los espejos *Q*, *R*, *S*, juzgan que los objetos están situados en los puntos *G*, *H*, *I*, *K*, *L*, *M*.

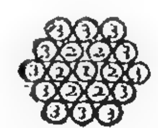
A-T, VI, 143 Así mismo juzgan que *V*, *Z* son más pequeños y que *X*, etc., son más grandes de lo que en realidad son. O bien se juzga que *X*, etc. son más pequeños e invertidos, a saber, cuando están un poco distantes de los ojos, *C*, *F*, porque los vidrios y los espejos desvían los rayos que proceden de estos objetos, de tal forma que estos ojos no los pueden ver distintamente más que situándose del modo en que deben estarlo para mirar hacia los puntos *G*, *H*, *I*, *K*, *L*, *M*, tal como fácilmente conocerán quienes se tomen la molestia de experimentarlo[72]. Por el mismo
A-T, VI, 144 medio podrán comprobar cómo los antiguos han abu-



sado de la Catóptrica, cuando han querido determinar el lugar de las imágenes en los espejos cóncavos y convexos. Es igualmente digno de notar que todos los medios de que disponemos para conocer la distancia

son muy inciertos, pues en relación con la figura del ojo, ésta no varía de forma sensible cuando el objeto está a mayor distancia de cuatro o cinco pies e, inclusive, su variación es tan pequeña cuando está más próximo, que no se puede obtener de tal mutación conocimiento alguno que sea muy preciso. En relación con los ángulos comprendidos entre las líneas trazadas desde los dos ojos hacia el objeto o de dos situaciones de un mismo ojo, tampoco se producen variaciones considerables cuando se observan objetos situados un poco más lejos. Así pues, podemos comprender porqué nuestro sentido común no parece ser capaz de recibir en sí la idea de una distancia mayor que la de cien o doscientos pies aproximadamente, tal como puede verificarse a partir de que la luna y el sol que son de los cuerpos más alejados que podemos observar y cuyos diámetros son a su distancia más o menos como uno es a cien, no nos aparecen por lo general y como máximo sino con un diámetro de uno o dos pies, aunque mediante la razón conozcamos que son de extraordinario tamaño y que están a gran distancia. Esto no nos sucede por incapacidad de imaginarlos más grandes de lo que lo hacemos, puesto que sí que nos imaginamos torres y montañas de tamaño muy superior, sino porque no pudiendo imaginarlos más alejados que cien o doscientos pies se sigue que su diámetro no nos parezca más que de uno o dos pies. La situación también induce a equivocación, A-T, VI, 145
pues estos astros ordinariamente parecen más pequeños cuando están muy altos, hacia el mediodía, que en el momento de su salida o puesta, ya que la localización de diversos objetos entre ellos y nosotros permite una apreciación más exacta de la distancia. Los astrónomos experimentan suficientemente mediante el establecimiento de mediciones con instrumentos aptos, que el hecho de que parezcan de mayor tamaño en una ocasión que en otra, no proviene de que se vean bajo un ángulo mayor, sino de que se juzga que están más alejados. Por tanto, el axioma de la óptica antigua, según el cual se afirma que el tamaño aparente de los objetos está en proporción con el ángulo de visión, no siempre es verdadero. Igualmente se produce error al pensar que los cuerpos blancos o luminosos y, en general, todos aquellos que tienen una gran fuerza para mover el sentido de la vista, parecen siempre un poco más próximos y de mayor tamaño del que tendrían si tuviesen una capacidad menor. La razón por la que parecen estar más próximos es que el movimiento en

virtud del cual se estrecha la pupila para evitar la fuerza de su luz está de tal forma conjuntado con el que dispone el ojo para una visión distinta de los objetos próximos y en virtud del cual se juzga su distancia, que no puede tener lugar el primero sin que en cierta forma se produzca el otro. Sucede tal como cuando no se pueden cerrar completamente los dos primeros dedos de la mano sin que el tercero se curve también un poco, como para cerrarse sobre ellos. La razón por la que estos cuerpos blancos o luminosos parecen ser más grandes no reside solamente en que la estimación hecha de su magnitud depende de la realizada de la distancia a
A-T, VI, 146 que se encuentran, sino que también depende de que las imágenes de los cuerpos que se imprimen en el fondo del ojo son de mayores dimensiones. Pues debe tenerse presente que los extremos de los filamentos del nervio óptico que, a su vez, lo recubren, tienen un cierto grosor aunque sean muy finos. Así pues, cada uno puede ser alcanzado por un objeto en una de sus partes y por otros en las restantes. A la vez debe considerarse que no es capaz sino de moverse de un solo modo en cada ocasión; por ello, si la menor de sus partes es alcanzada por algún objeto muy brillante y las otras son alcanzadas por otros que lo son menos, entonces ha de transmitir el movimiento producido por aquél, dando lugar a la representación de su imagen y no a la representación de la de estos otros. Así, si los extremos de estos filamentos estuvieran dispuestos como los marcados con 1, 2 y 3, y si los rayos que, por ejemplo, hubieran de formar la imagen de una estrella en el fondo del ojo, se difundieran sobre el extremo del



marcado con 1, alcanzando débilmente las superficies de los filamentos que rodean a éste, los marcados con el número 2, sobre los cuales suponemos que no inciden sino rayos muy débiles, procedentes de otros puntos del cielo, próximos a esta estrella, entonces la imagen de esta estrella se formará extendiéndose sobre todo el espacio que ocupan las superficies de los filamentos marcados con el número 2 y podría llegar a extenderse sobre el formado por los doce filamentos marcados con el 3 siempre que su fuerza fuera tal como para comuni-

carse a ellos. Por ello, observáis que las estrellas aunque parecen bastante pequeñas, sin embargo, su tamaño aún es mayor del que deberían tener en razón de su gran distancia. Y aunque no sean completamente redondas, no dejarán de aparecer como tales, de igual forma que también una torre cuadrada parece redonda cuando se ve de lejos, pues todos los cuerpos que no trazan sino muy pequeñas imágenes en el fondo del ojo, no pueden dar lugar a la reproducción de la figura de sus ángulos. Finalmente, cuando juzgamos la distancia a que se encuentra el objeto visto considerando su tamaño, figura, color o bien la luz, es fácil persuadirse de cómo podemos errar con sólo pensar en los cuadros con perspectiva. Así, con frecuencia, las imágenes reproducidas según los preceptos de la perspectiva, sólo por ser de menores dimensiones, por poseer unos trazos menos precisos o bien por ser sus colores más o menos fuertes o ligeros de lo que nos pensamos que deberían ser, nos parecen estar más distanciadas de lo que están. A-T, VI, 147

LOS MEDIOS PARA PERFECCIONAR LA VISION

Discurso Séptimo

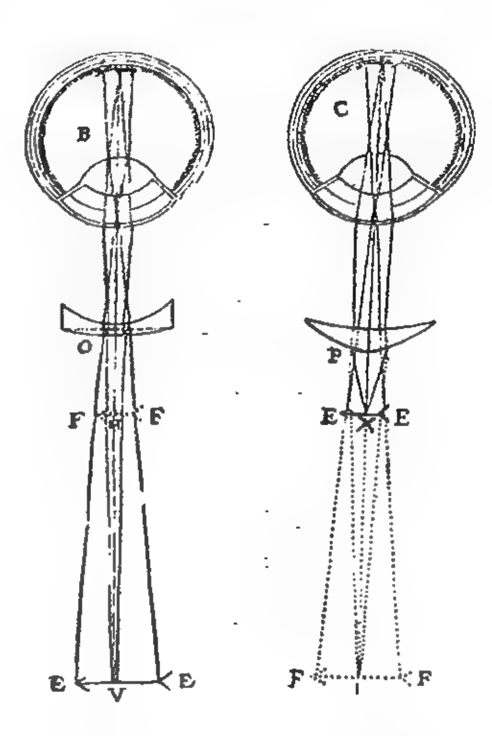
Ahora, cuando ya hemos examinado de modo suficiente cómo se produce la visión, retomamos el tema en pocas palabras y, a la vez, ponemos de relieve todas las condiciones requeridas para lograr su perfeccionamiento; así, considerando el modo en que la Naturaleza ha tratado de satisfacer cada una de ellas, podremos realizar una precisa enumeración de cuanto aún puede aportar el arte con este fin. Tres son los principales factores a los cuales puede reducirse cuanto es preciso considerar en relación con este tema: los objetos, los órganos interiores que reciben las acciones de éstos y los órganos exteriores que disponen tales acciones para ser recibidas como deben serlo. En relación con los objetos es suficiente saber que pueden estar próximos y A-T, VI, 148

ser accesibles o bien estar distantes y ser inaccesibles, pudiendo, igualmente, estar unos más iluminados que los otros. Tal observación es conveniente realizarla para que estemos advertidos de que podemos aproximar o alejar los cuerpos accesibles, así como aumentar o disminuir la luz que los ilumina, según pueda sernos más conveniente. Sin embargo, no podemos introducir modificación alguna en relación con el segundo tipo de cuerpos. Por otra parte, es cierto que nada lograríamos variar de la estructura[73] de los órganos interiores, nervios y cerebro, mediante el arte, ya que no seríamos capaces de construir un nuevo cuerpo, si bien los médicos pueden contribuir en algo a tal fin; sin embargo, tal trabajo no tiene relación alguna con el objeto de nuestro estudio[74]. Por tanto, únicamente debemos examinar atentamente los órganos exteriores, entre los que incluyo no sólo todas las partes transparentes del ojo sino también todos los cuerpos que pudieran ser emplazados entre el ojo y el objeto. Pienso que cuanto es preciso atender en relación con los órganos exteriores, puede ser reducido a cuatro consideraciones. Según la primera, todos los rayos que han de alcanzar cada una de las extremidades del nervio óptico, no deben provenir, en tanto sea posible, sino de un mismo punto del objeto y no deben sufrir cambio alguno en el espacio intermedio, pues, en caso contrario, las imágenes que se formasen podrían no ser semejantes a su original ni lo suficientemente distintas. Según la segunda, tales imágenes deben ser bastante grandes, no en razón de la extensión del lugar ocupado, ya que no pueden extenderse sino sobre un pequeño espacio en el fondo del ojo, sino en relación con sus trazos pues será tanto más fácil diferenciarlas cuanto mayor sea su tamaño. Según la tercera, los rayos que dan lugar a su formación deben ser suficientemente intensos como para mover los pequeños filamentos del nervio óptico, pudiendo así sentir; ahora bien, su intensidad no debe ser tal que impida la visión. Por último, debe darse el mayor número posible de objetos cuyas imágenes se formen simultáneamente en el fondo del ojo con el fin de que se pueda ver cuanto sea posible de un solo golpe de vista. A-T, VI, 149

La naturaleza ha dispuesto diversos medios para satisfacer lo requerido en relación con lo expuesto en la primera de las consideraciones. Así, estando lleno el ojo de líquidos muy transparentes y que no tienen color alguno, ha logrado que las acciones procedentes del exterior puedan alcanzar el fondo del ojo sin sufrir

cambio. Por otra parte, mediante las refracciones que se producen en las superficies de estos líquidos, ha logrado que aquellos rayos, conforme a los cuales tales acciones se propagan, alcancen un mismo punto del nervio si proceden de un mismo punto del objeto; en consecuencia, aquellos otros rayos que proceden de otros puntos se reunirán en otros tantos lugares del fondo del ojo con la mayor exactitud posible, pues pensamos que la naturaleza ha dado lugar a cuanto es posible en relación con esto al menos mientras nada en contra nos sea dado a conocer experimentalmente. Es más, observamos que ésta para reducir el defecto que inevitablemente se produce al reunirse los diversos rayos, nos ha dado la A-T, VI, 150 posibilidad de estrechar la pupila cuanto permita la fuerza de la luz. Además, al haber teñido con color negro las partes del ojo opuestas al nervio, que no son transparentes, impide que algunos rayos se refracten hacia estos mismos puntos. Finalmente, al permitir la modificación de la forma del ojo ha logrado que, aunque los objetos pudiesen estar más o menos alejados según los diversos casos, los rayos procedentes de cada uno de sus puntos se reúnan en otros tantos puntos del fondo del ojo siempre de la forma más exacta que sea posible. Sin embargo, no ha contribuido en forma tan perfecta a este último fenómeno como para que no sea posible cooperar con ella, pues no nos ha facultado a todos para curvar en modo tal la superficie de nuestros ojos como para permitirnos ver con precisión los objetos muy próximos, a distancia como de uno o medio dedo; en otros casos aún ha errado más, pues ha dado a algunos unos ojos de tal forma que no les sirven sino para mirar los objetos alejados, tal como acontece principalmente a los ancianos; en otros casos, ha permitido la formación de ojos que no sirven sino para observar cosas próximas, lo cual sucede con más frecuencia a las personas de poca edad. Parece, pues, que los ojos se forman al principio un poco más largos y estrechos de lo que debieran ser y que, posteriormente, a medida que se envejece, pasan a ser más planos y anchos. Por tanto, para que podamos remediar en virtud del arte estos defectos, será primeramente necesa- A-T, VI, 151 rio que investiguemos cuáles han sido las figuras que deben tener las superficies de una pieza de vidrio o de cualquier otro objeto transparente con el fin de curvar los rayos que sobre ellas incidan; han de hacerlo de modo que todos aquellos que procedan de un cierto punto del objeto, se dispongan después de haber atrave-

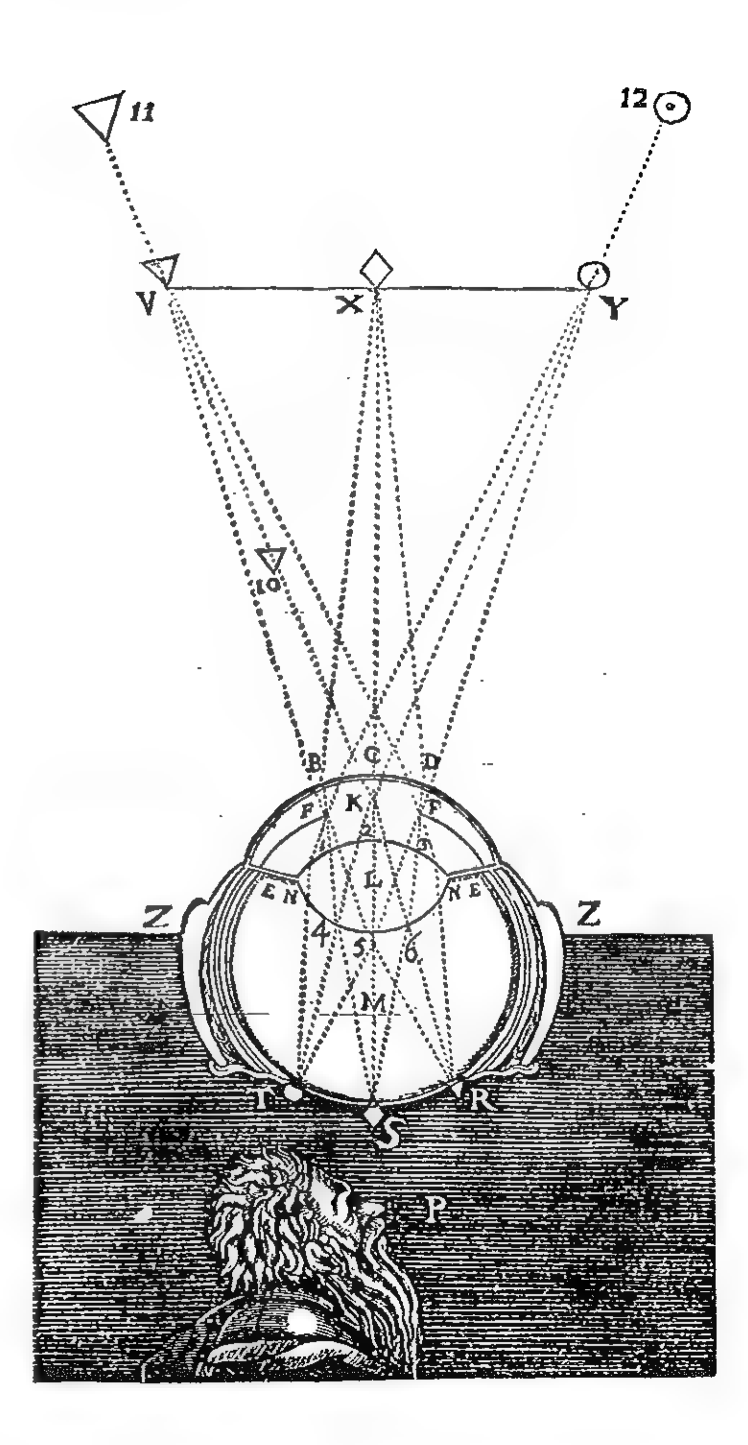
sado tales superficies de igual forma que si hubieran procedido de otro punto, más próximo o más lejano: a saber, más próximo para servir a aquellos que tienen la vista corta y más lejano, tanto para los ancianos como en general para todos aquellos que quieran ver los objetos más próximos de lo que la figura de sus ojos les permite. Así, por ejemplo, pensemos que el ojo *B* o el *C* estuvieran dispuestos de modo que todos los rayos



procedentes del punto *H* o del *I*, tuvieran que reunirse en el punto medio de su parte interior y, sin embargo, no pudieran dar lugar a que los procedentes de *V* o *X* se reunieran en el mismo punto. Es evidente que se supliría tal defecto si se colocara delante del mismo bien el vidrio *O*, bien el *P*, pues éstos causan que todos los rayos procedentes del punto *V* o *X* penetren en el interior de igual modo que si procedieran del punto *H* o del punto *I*. Por otra parte y puesto que pueden existir vidrios de diversas figuras, que en relación con este caso producirían el mismo efecto, será necesario que prestemos atención a dos condiciones con vistas a seleccionar

los más adecuados de acuerdo con nuestra finalidad[75]. A T, VI, 152 En virtud de la primera condición debemos seleccionar aquéllos cuyas figuras sean más simples y más cómodamente trazables y tallables. En virtud de la segunda deben seleccionarse aquéllos por cuyo medio los rayos que provienen de otros puntos del objeto, tales como *E-E*, penetren en el ojo poco más o menos como si proviniesen de otros puntos, tales como *F-F*. Obsérvese que afirmo «poco más o menos» y no «en tanto que sea posible», pues, en primer lugar, sería difícil determinar mediante la Geometría, de entre una infinidad de figuras que podrían utilizarse con el fin de que se produjera tal efecto, cuáles serían aquellas lentes que con toda exactitud fuesen las más adecuadas a tal fin; tal esfuerzo sería totalmente inútil ya que el mismo ojo no llega a causar que todos los rayos provenientes de diversos puntos converjan con precisión en otros tantos puntos dentro del ojo. Así pues, tampoco serían las más adecuadas para que nuestra visión llegase a ser distinta. Además no podemos elegir sino con aproximación puesto que no es posible conocer la forma precisa del ojo. Finalmente, cuando nos dispongamos a emplazar un cristal ante los ojos, deberemos imitar en cuanto sea posible a la Naturaleza en todo aquello que conocemos que ha observado al formarlos y no deberemos perder ninguna de las ventajas que nos ha concedido si no es para obtener otra mayor.

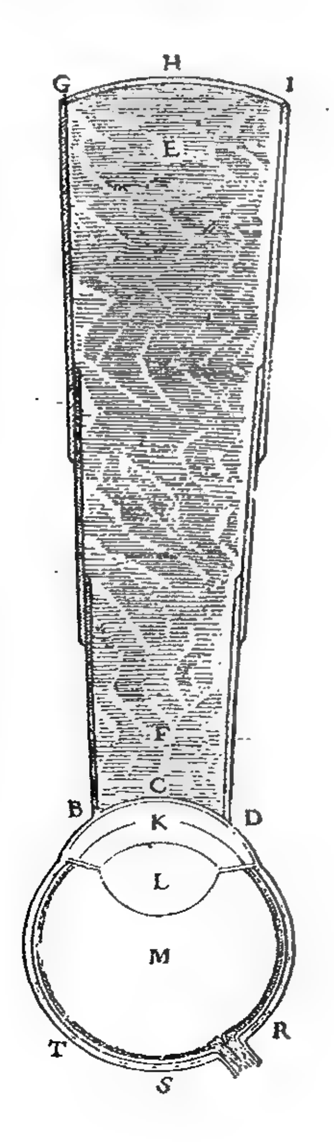
En relación con el tamaño de las imágenes, es preciso hacer constar que depende de tres factores, a saber: de la distancia que existe entre el objeto y el lugar donde se cruzan los rayos que tal objeto envía desde diversos puntos hacia el fondo del ojo; en segundo lugar, de la A-T, VI, 153 distancia que existe entre este mismo lugar y el fondo del ojo; en tercer lugar, de la refracción de estos rayos. Así, es evidente que la imagen *RST* sería más grande de lo que es, si el objeto *VXY* estuviera más próximo al punto *K*, punto en el que se cruzan los rayos *VKR* e *YKT*, o más bien si estuviera más cerca de la superficie *BCD*, que es propiamente el lugar donde comienzan a cruzarse los rayos, tal como os mostraré; o bien tal imagen sería más grande de lo que es si lográsemos alargar el cuerpo del ojo, de suerte que se diese una distancia mayor de la que hay, desde la superficie *BCD* (pues es la que motiva que estos rayos se entrecrucen), hasta el fondo *RST*; o finalmente, se produciría la mencionada modificación en la imagen, si la refracción no los curvase de tal forma en el interior hacia el punto



central *S*, sino más bien, si fuese posible, en el exterior. Y, aunque se imagine que existe algún procedimiento distinto de estos tres, ninguno hay que pueda aumentar el tamaño de esta imagen. Inclusive, el tercero merece muy poca atención, puesto que mediante el mismo únicamente se logra un pequeño aumento de la imagen y esto con tanta dificultad, que siempre resulta más fácil lograr este efecto mediante uno de los otros procedimientos, tal como inmediatamente os daré a conocer. Inclusive, vemos cómo la misma Naturaleza también ha despreciado este tercer factor pues, haciendo que los rayos (tales como el *VKR* y el *YKT*) se curven en el interior atravesando las superficies *BCD* y 123 hacia el punto *S*, ha motivado que la imagen *RST* sea de un tamaño menor que si hubiese dado lugar a que se curvasen en el exterior hacia el punto 5 sobre la superficie 456, o que les hubiese permitido que todos siguieran la línea recta. Tampoco existe necesidad de considerar el primero de estos factores cuando los objetos no son en modo alguno accesibles. Pero cuando lo son, es evidente que cuanto a menor distancia los observemos, tanto más grandes serán las imágenes que se formen en el fondo de nuestros ojos. Y si bien la Naturaleza no nos ha concedido la posibilidad de A-T, VI, 154 observarlos a una distancia menor de uno o de medio pie, sin embargo, con el fin de suplir mediante el arte cuanto es posible, solamente es necesario interponer un vidrio tal como el señalado con *P*, al que anteriormente nos hemos referido; en virtud del mismo todos los rayos que procediesen del punto más cercano que se pueda establecer, penetrarían en el ojo como si procediesen de un punto más distante. Así, todo cuanto se puede lograr mediante la utilización de este procedimiento es que no sea necesario entre el ojo y el objeto sino la doceava o quinceava parte de espacio del que debería existir sin la aplicación de tal vidrio. Así mismo, los rayos que procediesen de diversos puntos de este objeto, cruzándose 12 ó 15 veces más cerca de él (incluso aún más cerca, puesto que no será sobre la superficie del ojo donde comenzarían a cruzarse sino sobre la del vidrio, del cual el objeto estará un poco más próximo), formarán una imagen cuyo diámetro será 12 ó 15 veces mayor de lo que pudiera ser si no utilizáramos este vidrio. En consecuencia su superficie será de un tamaño 200 veces superior, por lo cual el objeto aparecerá con una distinción mayor. Por este medio aparecerá de un tamaño mucho mayor, no como 200 veces y con toda

A-T, VI, 155 exactitud, sino sólo con aproximación y según juzguemos que se encuentra más o menos alejado. Pues, por ejemplo, si mirando el objeto *X* a través del vidrio *P*, se dispone el ojo *C* en forma igual a la que debiera tener para ver otro objeto situado a 20 ó 30 pasos y, no teniendo por otra parte conocimiento alguno del lugar en que está el objeto *X*, se juzga que está a 30 pasos, parecerá un millón de veces mayor de lo que es, de forma tal que una pulga puede aparecer como un elefante, pues es cierto que la imagen que forma una pulga en el fondo del ojo cuando está tan próxima, no es de menor tamaño, que la formada por un elefante cuando está a 30 pasos. Sobre esto se funda exclusivamente la invención de estas pequeñas lentes compuestas de un solo vidrio, cuyo uso se ha generalizado y extendido[76], aunque aún no se conozca la verdadera figura que deben tener[77]; a su vez, puesto que generalmente conocemos que el objeto está muy próximo cuando utilizamos estas lentes para observarlo, no puede parecernos tan grande como nos parecería si se imaginase más alejado.

No existe más que otro medio para aumentar el tamaño de las imágenes: hacer que los rayos procedentes de diversos puntos del objeto se crucen lo más lejos que se pueda del fondo del ojo. Este es sin comparación el más importante y más destacado de todos, ya que es el único que puede ser utilizado tanto en el caso de los objetos inaccesibles como en el de los accesibles y cuyo efecto no puede ser circunscrito dentro de unos límites; por tanto, es posible sirviéndose de él, aumentar las

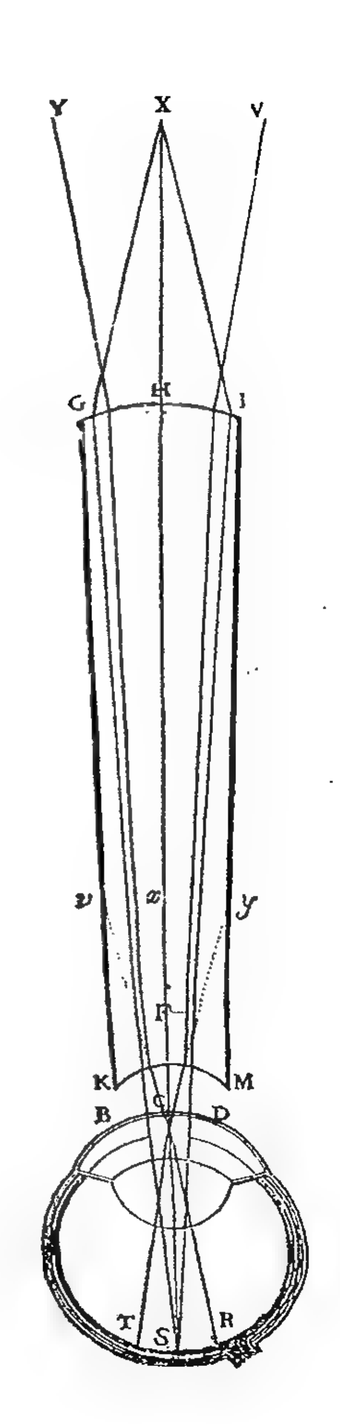


imágenes cada vez más hasta alcanzar un tamaño
A-T, VI, 156 indefinido. Así, por ejemplo, puesto que el primero de los tres líquidos de los que el ojo está lleno causa poco más o menos la misma refracción que el agua común, si él se aplica contra un tubo lleno de agua, como *EF*, en cuyo extremo se haya instalado un vidrio, *GHI*, cuya figura fuera totalmente semejante a la de la piel *BCD* que cubre este líquido, dándose la misma relación a la distancia del fondo del ojo, no producirá refracción alguna sobre la membrana *BCD* de este ojo, sino que aquella que se producía allí anteriormente (que era causa de que todos los rayos procedentes de un mismo punto del objeto comenzasen a curvarse a partir de este lugar para ir a reunirse en un mismo punto sobre la extremidad del nervio óptico y de que, en consecuencia, todos aquellos que provenían de diversos puntos se cruzasen allí para incidir sobre diversos puntos de este nervio), se producirá sobre la superficie *GHI* del tubo *GI*: de este modo, tales rayos cruzándose a partir de tal punto formarán la imagen *RST* de mucho mayor tamaño que cuando sólo cruzasen sobre la superficie *BCD* y formarán una imagen tanto más grande cuanto más largo sea este tubo. De esta forma, el agua *EF* cumpliendo la función del humor *K*, el vidrio *GHI* la de la piel *BCD* y la entrada del tubo *GI* la de la pupila, la visión se produciría de igual forma que si la Naturaleza
A-T, VI, 157 hubiese hecho el ojo más largo de lo que es, es decir, del largo de este tubo. No existe ninguna otra observación que realizar sino que la verdadera pupila sería no solamente inútil sino también perjudicial en este caso, pues excluiría por su reducido tamaño los rayos que podrían dirigirse hacia los lados del fondo del ojo, impidiendo de este modo que las imágenes se extendiesen sobre el mismo espacio que podrían hacerlo si la pupila no fuese tan estrecha. Así mismo debe advertirse que son de muy reducida importancia las refracciones que se efectúan de un modo un poco diferente sobre el vidrio *GHI* que sobre el agua ya que este vidrio tiene en todas partes el mismo espesor; por ello, si la primera de sus superficies hace curvar los rayos un poco más que el agua, entonces la segunda, a su vez, los corrige otro tanto. Por esta misma razón no he considerado las refracciones que pueden causar las pieles que rodean los humores del ojo y sólo he prestado atención a las producidas por estos humores.

Ahora bien, considero que sería de una gran incomodidad el unir el agua a nuestro ojo del modo que acabo

de exponer. Pienso también que no se puede conocer con precisión cuál es la figura de la piel *BCD* que cubre el ojo y que, por tanto, no se podría establecer con exactitud la de *GHI* con el fin de efectuar su sustitución. Por ello creo que sería más cómodo servirse de otra invención y lograr mediante la utilización de uno o varios vidrios o de otros cuerpos transparentes, emplazados en el interior de un tubo sin que llegara a ser necesario que no discurriera el aire entre el tubo y el ojo, que los rayos procedentes de un mismo punto del A-T, VI, 158
objeto se plieguen o se curven desde la entrada de este tubo en la forma requerida para hacer que se reúnan en otro punto; tales rayos incidirían sobre el espacio que se encuentra en el centro del ojo con tal de que tal tubo fuera colocado ante el ojo. También puede conseguirse que estos mismos rayos al salir de este tubo, se plieguen y se modifiquen de modo que puedan penetrar en el ojo como si no se hubiesen curvado; tal y como si procediesen de un punto más próximo. Finalmente, puede lograrse que los procedentes de diversos puntos después de haberse cruzado a la entrada del tubo, no se vuelvan a entrecruzar a su salida; más bien se dirigirán hacia el ojo de igual modo que si procediesen de un objeto que fuese de mayor tamaño o bien que estuviese más próximo. Así, supongamos que el tubo *HF* contiene un vidrio muy sólido, cuya superficie *GHI* es de tal figura que da lugar a que todos los rayos procedentes de *X* tiendan hacia *S*; supongamos también que la otra superficie *KM* los pliega de forma tal que han de introducirse en el ojo de igual modo que si procedieran del punto *x* que supongo que está localizado de tal forma que se da la misma proporción entre las líneas *xC* y *CS* que entre *XH* y *HS*. En tal caso, se cruzarán necesariamente en la superficie *GHI*, de modo que, estando distanciados entre sí, no podrán ser aproximados por la superficie *KM*, principalmente si es cóncava, tal y como yo supongo que es; pero se logrará que se dirijan hacia el ojo de forma aproximada a como se dirigirían si procediesen de *y*. Así, darán lugar a que se forme la imagen *RST* de proporciones tanto mayores cuanto más largo sea el tubo, siendo, por otra parte, innecesario para determinar las figuras de los cuerpos A-T, VI, 159
transparentes de los cuales nos servimos, el establecer con exactitud la forma de la superficie *BCD*.

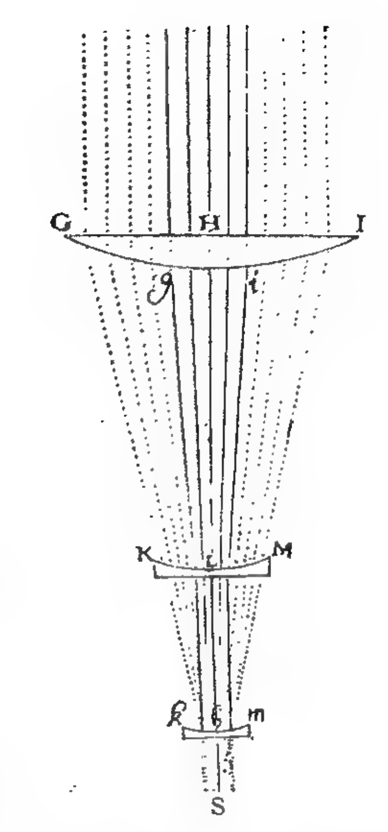
Pero puesto que sería una gran incomodidad localizar vidrios y otros cuerpos que fuesen lo suficientemente espesos como para llenar todo el interior del tubo *HF* y



que fuesen lo suficientemente claros y transparentes como para no impedir en absoluto el paso de la luz, podrá dejarse vacío todo el interior de este tubo y colocar solamente dos vidrios en sus extremos, que produzcan el mismo efecto que el que he afirmado debía producirse sobre las superficies *GHI* y *KLM*. Y sobre esto se funda la invención de estas lentes compuestas de dos vidrios, instalados en los extremos de este tubo. Esto me ha dado la ocasión de escribir este Tratado.

En cuanto a la tercera condición requerida para alcanzar una visión perfecta, a saber, que las acciones que mueven cada filamento del nervio óptico no sean ni excesivamente fuertes ni excesivamente débiles, la Naturaleza nos ha provisto adecuadamente al darnos el poder de estrechar o agrandar las pupilas de nuestros ojos. Pero, aún así, ha dejado algo al arte. Pues, en A-T. VI. 160 primer lugar, cuando tales acciones son tan fuertes que las pupilas no llegan a cerrarse convenientemente para tolerarlas, como cuando se desea mirar al sol, es fácil aportar una solución colocando ante el ojo un cuerpo negro, en el que solamente exista un orificio muy pequeño, cumpliendo de esta forma la función que la pupila tiene asignada. Igualmente puede mirarse a través de un lienzo fino o cualquier otro cuerpo oscuro, que no permite entrar en el ojo sino los rayos necesarios para mover el nervio óptico sin herirlo. Y, cuando, por el contrario tales acciones son muy débiles para ser sentidas, podemos darles mayor intensidad, al menos cuando se trata de objetos accesibles, exponiéndolos a los rayos del sol; basta con reunirlos mediante la ayuda de un espejo o vidrio ustorio, de forma tal que tengan la mayor fuerza que puedan alcanzar para iluminarlos sin llegar a deformarlos.

Además de esto, cuando nos servimos de estas lentes de las que acabamos de hablar, anulamos toda la utilidad que posee la pupila puesto que es el orificio[78] que hemos practicado, el que viene a hacer las veces de la pupila y el que permite el acceso de la luz que proviene del exterior. Así pues, debemos aumentar o reducir las dimensiones de este orificio según se desee que la visión sea más o menos débil. Asimismo debe observarse que si no se realiza este orificio con un diámetro superior al de la pupila, entonces los rayos actuarán contra cada una de las partes que forman el fondo del ojo con una fuerza menor que cuando tales lentes no se utilizan; esto acontecerá en la misma proporción en que fuesen aumentadas las imágenes



formadas sin hacer mención de que las superficies interpuestas también restan algo de su fuerza. Pero A-T, VI, 161 puede practicarse un orificio mucho mayor. Tanto mayor, cuanto más cerca esté situado el vidrio que corrige los rayos de aquel punto hacia el que tendían en virtud de la acción de aquel otro[79] que los ha plegado. Así, si el vidrio *GgHi* da lugar a que todos los rayos procedentes del punto que se desea observar, tiendan hacia *S*, y si éstos fueran reflejados por *KLM* de modo tal que desde allí tendiesen en paralelo hacia el ojo, entonces para calcular la mayor abertura del tubo, será preciso tomar la distancia entre *K* y *M* como equivalente al diámetro de la pupila; después, trazando desde el punto *S* dos líneas rectas que han de pasar por *K* y *M*, a saber, *SK* que es preciso prolongar hasta *g*, y *SM* que debe ser igualmente prolongada hasta *i*, obtendremos que es *gi* el diámetro que se buscaba. Es claro que si su

diámetro fuera mayor, no por ello alcanzarían el interior del ojo más rayos procedentes del punto al que se dirige la vista y que, en relación con aquellos que alcanzasen este punto desde otros lugares, no pudiendo favorecer la visión, no harían sino hacerla más confusa. Pero si, en lugar del vidrio *KLM* nos servimos del *klm* el cual, dada su figura, debe estar colocado más próximo al punto *S*, se tomará la distancia entre los puntos *k* y *m* igual al diámetro de la pupila. Después, trazando las líneas *SkG* y *SmI*, se tendrá que es *GI* el diámetro de la abertura buscada que, como veis, es mayor que *gi* en la misma proporción que la línea *SL* sobrepasa a *SI*. Y A-T, VI, 162 si la línea *SI* no es mayor que el diámetro del ojo[80], la visión será casi tan fuerte[81] y clara como si no nos estuviéramos sirviendo de lentes y, en compensación, los objetos estuviesen tanto más próximos cuanto de mayor tamaño nos parecen ser. De modo que si, por ejemplo, la longitud del tubo da lugar a que la imagen de un objeto, situado a 30 leguas, se formase[82] como si no estuviera sino a una distancia de 30 pasos, entonces las dimensiones de su entrada, siendo tal y como acabo de determinarlas, motivarían que este objeto se viera con tanta claridad como si estuviéramos observando sin lentes[83] un objeto que en realidad estuviera a 30 pasos. Y si la distancia entre *S* y *xl* pudiera reducirse, la visión sería aún más clara[84].

Pero esto sólo sirve principalmente para los objetos inaccesibles, pues para aquellos que son accesibles, la abertura del tubo puede ser tanto más estrecha cuanto más se les aproxime sin que por esto la visión sea menos clara. Así se observa que no entran menos rayos procedentes del punto *X* en el pequeño vidrio *gi*, que en el grande *GI*. Y finalmente, este orificio no puede ser de

mayores dimensiones que los vidrios que se utilicen, pues éstos en razón de sus figuras no deben exceder de cierto tamaño, que posteriormente determinaré.

Si algunas veces la luz procedente de los objetos es muy intensa, es fácilmente debilitable si cubrimos en círculo las extremidades del vidrio que se encuentra a la A-T, VI, 163 entrada del tubo. Tal procedimiento es preferible a la colocación de otros vidrios más oscuros o coloreados, tal como algunos tienen la costumbre de poner en práctica cuando miran al sol. Pues, cuanto más estrecha sea esta entrada, más distinta será la visión, tal como anteriormente se observó en relación con la pupila. Incluso es preciso observar que será mejor cubrir el vidrio en su parte exterior que en la interior, con el fin de que las reflexiones que pudieran darse sobre sus superficies no envíen hacia el ojo rayo alguno, pues tales rayos no favoreciendo la visión, no harían sino perjudicarla.

En relación con los órganos exteriores, una única condición es deseable: percibir el mayor número posible de objetos en el mismo tiempo. Debe observarse que esto no es requerido en forma alguna para lograr una visión más perfecta, sino solamente por la comodidad de ver más; inclusive debe notarse que es imposible ver distintamente más de un objeto. Tal comodidad, pues, de ver confusamente otros varios objetos no es principalmente útil sino para saber hacia qué lado será necesario volver nuestros ojos para observar aquél entre todos que se desee ver preferentemente. La Naturaleza nos ha provisto de forma tal en relación con esto, que nada puede añadir el arte. Es más, sucede lo contrario, pues cuando mediante la utilización de lentes se logra aumentar y dar precisión a los contornos de un objeto, cuya imagen se imprime en el fondo del ojo, inevitablemente tal imagen pasa a representar menos objetos, pues el espacio que ocupa no puede ser en modo alguno aumentado más que un poco a no ser que se invierta, lo A-T, VI, 164 cual juzgo que debe rechazarse por otras razones. Pero es fácilmente lograble en el caso de que los objetos sean accesibles el colocar aquel que se desee observar sobre un lugar en el que pueda ser visto de forma distinta mediante la lente; en el caso de que sean inaccesibles, la lente puede ser situada sobre una máquina, que servirá para permitir dirigir con facilidad la lente hacia un lugar determinado donde se desea observar algo. De este modo no nos faltará nada de lo que hace más digna de atención a esta cuarta condición.

Finalmente, con el fin de no omitir cuestión alguna, deseo advertiros que los defectos del ojo, consistentes en no poder alterar suficientemente la figura del humor cristalino o bien el tamaño de la pupila, se pueden disminuir paulatinamente y corregir mediante el uso, puesto que este humor cristalino y la piel que contiene esta pupila, siendo verdaderos músculos, sus funciones se facilitan y perfeccionan mediante el ejercicio, al igual que sucede con los otros músculos de nuestro cuerpo. Así, los cazadores y marineros, habituados a observar cuerpos muy alejados, como los grabadores y otros artesanos, cuyas obras son muy delicadas, habituados a observar objetos muy próximos, adquieren el poder de una visión más distinta que la de los otros hombres. Igualmente, los indios, de los cuales se dice que pueden mirar fijamente el sol sin que su vista se vea ofuscada, habían debido acostumbrar, sin duda alguna, con anterioridad sus pupilas a estrecharse paulatinamente más que las nuestras, mirando con frecuencia, sin duda, objetos muy brillantes. Pero estas cuestiones pertenecen principalmente a la Medicina, cuyo fin es remediar los defectos de la vista mediante la corrección de los A-T, VI, 165
órganos naturales. No pertenecen a la Dióptrica, pues ésta intenta remediar los mismos defectos mediante la aplicación de algunos órganos artificiales.

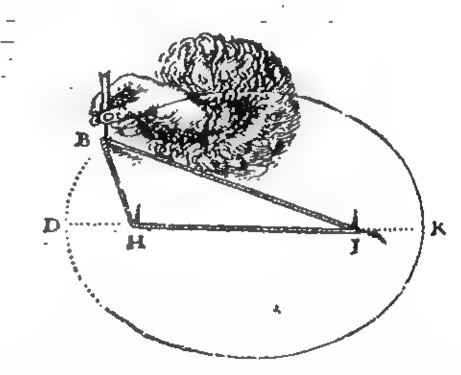
SOBRE LAS FIGURAS QUE DEBEN TENER LOS CUERPOS TRANSPARENTES PARA DESVIAR LOS RAYOS POR REFRACCION EN TODAS AQUELLAS FORMAS QUE PUEDEN SER UTILES A LA VISION

Discurso Octavo[85]

Con el fin de poder indicaros con más exactitud la forma en que deben de construirse los mencionados órganos artificiales[86], de modo que lleguen a alcanzar el mayor grado de perfección posible, es necesario que anteriormente explique las superficies que deben tener

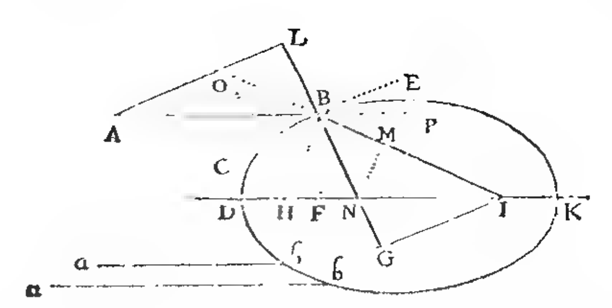
estos cuerpos transparentes para plegar y desviar los rayos de la luz en cuantas formas puedan ser útiles para la visión. En el tratamiento de tales materias si bien no podré resultar claro e inteligible para todo el mundo, puesto que ésta es una materia de Geometría un poco difícil, sin embargo intentaré serlo, al menos, para aquellos que tienen conocimiento de los primeros ele-
A-T, VI, 166 mentos de esta ciencia. Y para no mantenerlos expectantes, les comunico que todas las figuras a las cuales me voy a referir están compuestas de Elipses e Hipérbolas, círculos o líneas rectas.

La Elipse u Ovalo es una línea curva que los matemáticos se han acostumbrado a representar seccionando transversalmente un cono o un cilindro y que, también, he visto cómo ha sido trazada por los jardineros en los jardines, describiéndola en esta ocasión de una forma grosera y poco exacta, pero que nos permite, así lo estimo, comprender más fácilmente su naturaleza que por referencia a la sección del cilindro o del cono.



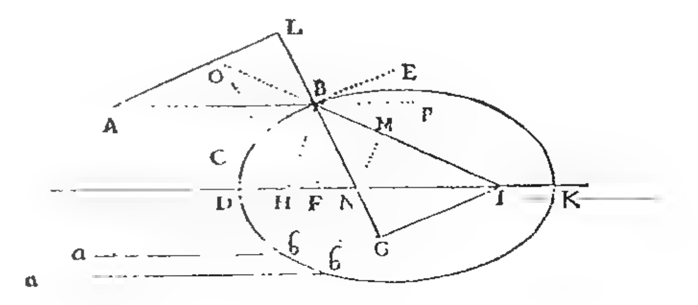
Introducen en la tierra dos estacas, una de ellas, por ejemplo, en el punto *H* y la otra en el punto *I*; habiendo atado entre sí los dos extremos de una cuerda, rodean ambas estacas en la forma representada por *BHI*. Posteriormente, colocando el extremo del dedo por la parte interior de la cuerda lo hacen girar en tal posición alrededor de estas estacas, manteniendo la cuerda tensa en igual modo respecto de las estacas; de esta forma, trazan sobre la tierra la curva *DKB*, que es una elipse. Si no introducen modificación en la longitud de la cuerda *BHI*, pero colocan las estacas *H* e *I* un poco más cercanas la una a la otra, describirán una elipse, que será de una especie distinta de la anterior; si las

aproximan más aún entre sí, describirán una tercera y si A-T, VI, 167 las colocan juntas describirán un círculo. Por el contrario si disminuyen la longitud de la cuerda en la misma proporción que la distancia entre las estacas, entonces todas las elipses trazadas serán de la misma especie aunque distintas por su tamaño. De esta forma podéis comprender que existe una infinidad de especies totalmente distintas, de suerte que no difieren menos entre sí que la última de ellas difiere del círculo. Así mismo se advierte que en cada especie pueden darse elipses de diversos tamaños y que si desde un punto, como *B*, tomado a discreción en una de estas elipses, se trazan dos líneas rectas hacia los puntos *H* e *I*, donde han sido instaladas las estacas para describir la elipse, la suma de las dos líneas *BH* y *BI* serán equivalentes al diámetro *DK*, tal como se demuestra fácilmente mediante la construcción de la figura[87]. Afirmo tal, pues la porción de cuerda que se extiende desde *I* hasta *B*, replegándose en este punto hasta *H*, es la misma que se extiende desde *I* hacia *K* o hacia *D* y que desde aquí se pliega hacia *H*: de suerte que *DH* es igual a *IK*, y *HD* más *DI*, equivalentes a *HB* más *BI*, son iguales a *DK*. Finalmente debe observarse que las elipses construidas estableciendo siempre la misma proporción entre su mayor diámetro *DK* y la distancia de los puntos *H* e *I* son todas de la misma especie; esto acontece en virtud de una cierta propiedad de los puntos *H* e *I*, que posteriormente expondré, y a los que llamaremos focos[88], uno de ellos interior y el otro exterior. Es decir: si se les pone en relación con la mitad de la elipse que está hacia *D*, entonces el foco *I* será el exterior; si se les relaciona con la otra mitad, la que está hacia *K*, entonces será el foco interior. Cuando hablemos sin establecer distinción alguna, supondremos que nos referimos al exterior. Así A-T, VI, 168 mismo, debéis conocer que si por el punto *B* se trazan las líneas rectas *LBG* y *CBE*, cortándose entre sí en ángulo recto y dividiendo una de ellas, la línea *LG*, el ángulo *HBI* en dos partes iguales, entonces la otra línea, *CE*, tocará esta elipse en el punto *B* sin cortarla. No ofrezco la correspondiente demostración por ser suficientemente conocida de los geómetras y no servir sino de motivo de aburrimiento para quienes pretendieran comprenderla. Pero lo que sí tengo deseo de exponer es que si desde el punto *B*, exterior a la elipse, trazamos la recta *BA* paralela al diámetro *DK*, y que si, habiéndola tomado igual a *BI*, desde los puntos *A* e *I* se traza sobre *LG* las dos perpendiculares *AL* e *IG*, estas dos últimas,



AL e *IG*, guardarán entre ellas la misma proporción que las dos *DK* y *HI*. De suerte que si la línea *AB* es un rayo de luz, y que esta elipse *DBK* está situada en la superficie de un cuerpo transparente totalmente sólido, por el cual y según lo que se ha dicho anteriormente atraviesen los rayos más fácilmente que a través del aire, en la misma proporción en que la línea *DK* es mayor que *HI*, este rayo *AB* será en forma tal desviado en el punto *B* por la superficie de este cuerpo transparente, que desde allí se dirigirá hacia *I*. Y puesto que el punto A-T, VI, 169 *B* ha sido elegido a discreción en la elipse, cuanto se ha dicho aquí del rayo *AB* se debe entender generalmente para todos los rayos paralelos al eje *DK*, que caigan sobre algún punto de esta elipse, es decir, que serán desviados en forma tal que todos desde allí alcanzarán el punto *I*.

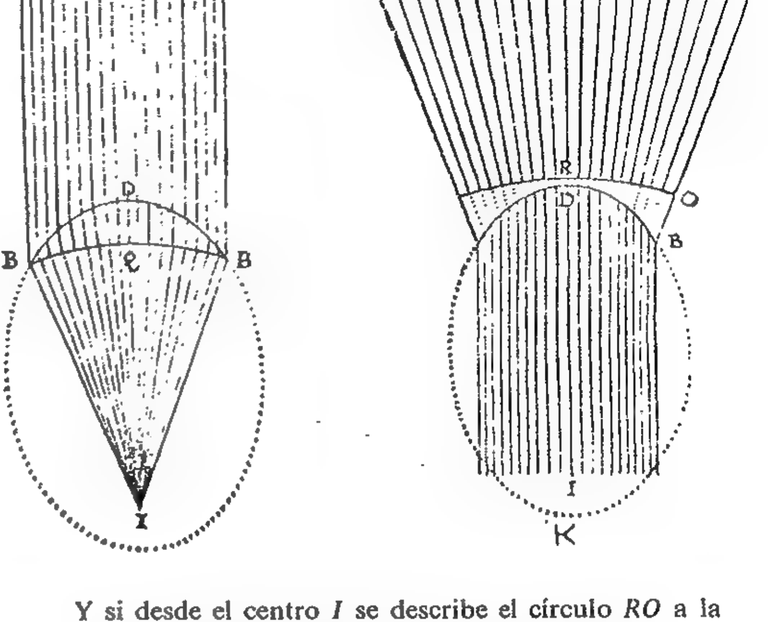
Esto se demuestra de la siguiente forma: en primer A-T, VI, 170 lugar[89], puesto que tanto las líneas *AB* y *NI* como *AL* y *GI* son paralelas, los triángulos *ALB* e *IGN* son semejantes. De esto se sigue que *AL* es a *IG* como *AB* es a *NI*; igualmente podría afirmarse, porque *AB* y *BI* son iguales, que *AL* es a *IG* como *BI* es a *NI*. En segundo lugar, si se traza *HO* paralela a *NB* y se prolonga *IB* hasta *O*, se verá que *BI* es a *NI* como *OI* es a *HI*,



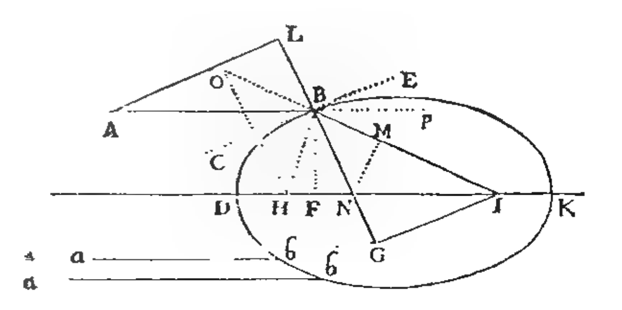
puesto que los triángulos *BNI* y *OHI* son semejantes. Finalmente, los dos ángulos *HBG* y *GBI* siendo iguales en virtud de su construcción, y el ángulo *HOB*, que es igual a *GBI*, será también igual a *OHB* puesto que aquél es igual a *HBG*. En consecuencia el triángulo *HBO* es isósceles, y siendo iguales las líneas *OB* y *HB*, entonces *OI* es igual a *DK*, porque sumadas *HB* e *IB* también son iguales a *DK*. Así, resumiendo cuanto se ha afirmado, *AL* es a *IG* como *BI* es a *NI*, siendo *BI* a *NI* como *OI* es a *HI* y, puesto que *OI* es igual a *DK*, se concluye que *AL* es a *IG* como *DK* es a *HI*[90].

De tal manera que si para trazar la elipse *DBK* se guardara entre las líneas *DK* y *HI* la proporción que hemos conocido por experiencia que es útil para medir A-T, VI, 171
la refracción de todos los rayos que atraviesan oblicuamente desde el aire hasta el interior de algún vidrio u otra materia transparente, que se desee emplear, y si se construyera un cuerpo de vidrio con la figura que describiría esta elipse, si se moviese circularmente alrededor del eje *DK*, entonces los rayos que fueran paralelos a este eje en el aire, como *AB*, *ab*, al penetrar en este vidrio se desviarían en forma tal, que se reunirían todos en el foco *I*, que de los dos (*H* e *I*) es el más alejado del punto de donde proceden. Conocemos que el rayo *AB* debe ser desviado en el punto *B* por la superficie curva del vidrio, que representa la elipse *DBK*, de igual modo que lo sería por la superficie plana del mismo vidrio que representa la línea recta *CBE*, sobre la que el rayo debe dirigirse de *B* a *I*, puesto que *AL* e *IG* son entre sí como *DK* y *HI*, es decir, tal como deben ser para medir la refracción. Puesto que el punto *B* ha sido elegido por convención en la elipse, cuanto hemos demostrado en relación con el rayo *AB*, debe entenderse de igual modo para todos los otros paralelos a *DK*, que alcanzan los puntos de esta elipse debiendo, por tanto, dirigirse hacia el punto *I*.

Además, porque todos los rayos que tienden hacia el centro de un círculo o de un globo, alcanzando perpendicularmente su superficie, no deben sufrir en tal punto refracción alguna, si desde el centro *I* se traza un círculo, siendo indiferente la magnitud de su radio, con tal de que pase entre *D* e *I*, como *BDQ*, las líneas *DB* y *QB*, girando sobre el eje *DQ*, describirán la figura de un vidrio que reunirá en el punto *I* todos los rayos que hubiesen sido paralelos del otro lado, también en el aire, A-T, VI, 172
a este eje. A la inversa, motivará que los procedentes del punto *I* vuelvan a ser paralelos del otro lado.

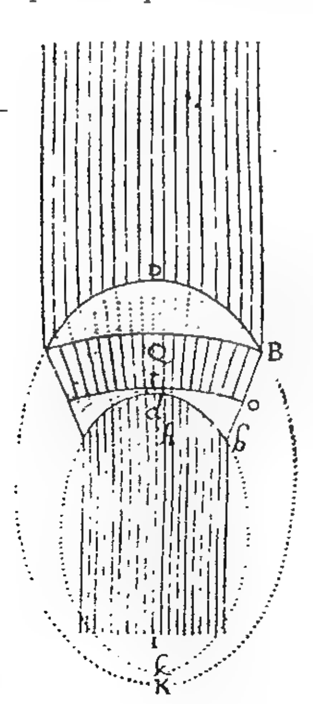


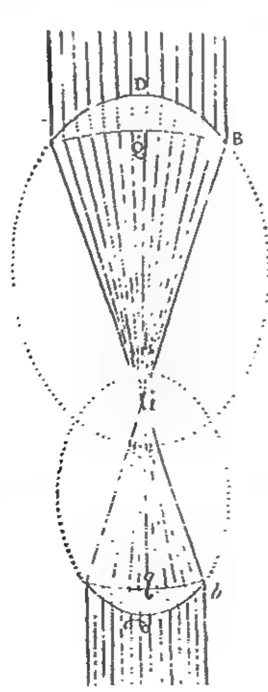
Y si desde el centro *I* se describe el círculo *RO* a la distancia que se desee, más allá del punto *D*, y habiendo tomado a discreción el punto *B* en la elipse, de forma tal que no diste más de *D* que de *K*, se traza la recta *BO*, con dirección a *I*, entonces las líneas *RO*, *OB* y *BD*, moviéndose circularmente alrededor del eje *DR*, describirán la figura de un vidrio que motivará el que los rayos paralelos a este eje de lado de la elipse, se extiendan hacia el otro lado como si provinieran del



punto *I*. Pues, es claro que, por ejemplo, el rayo *PB* debe ser tan desviado por la superficie cóncava del vidrio *DBA*, como el *AB* por la superficie convexa del vidrio *DBK* y, en consecuencia, que *BO* debe estar en la misma línea recta que *BI*, puesto que *PB* lo está en la misma que *BA* y así en otros casos. A-T, VI, 173

Pero si dentro de la elipse *DBK* se describe otra que fuere de menor tamaño pero de la misma especie, como *dbk*, cuyo foco, *I*, fuera coincidente con el de la precedente, *I*, y el otro foco, *h*, se encontrase en la misma línea recta y hacia el mismo lado que *DH* y, tomando *B* a discreción, como anteriormente, se traza la línea recta *Bb* que tiende hacia *I*, las líneas *DB*, *Bb*, *bd*, moviéndose alrededor del eje *Dd*, describirán la figura de un vidrio que hará que todos los rayos que antes de alcanzarle habían sido paralelos, atravesando él mismo vuelvan a ser paralelos y que, por tanto, ocupen un menor espacio en la elipse menor *db* que en la mayor. Y si para evitar el espesor de este vidrio *DBbd*, se trazan desde el centro *I* los círculos *QB* y *ro*, entonces las superficies *DBQ* y *robd* representarán las figuras y la situación de dos vidrios de menor espesor, capaces de producir el mismo efecto[91]. A-T, VI, 174



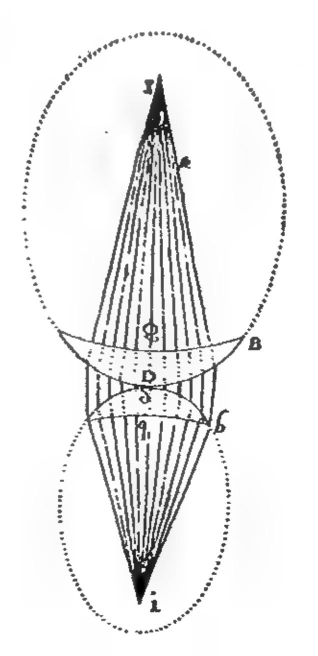


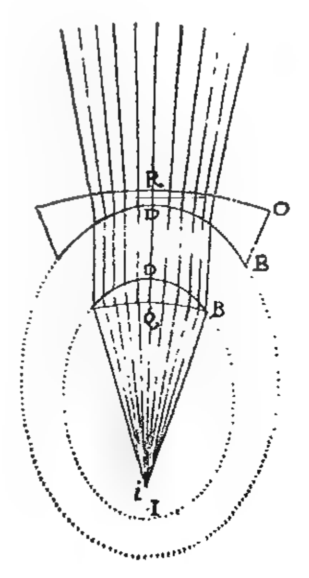
Y si se disponen dos vidrios semejantes *DBQ* y *dbq* con distintos tamaños, en modo tal que sus ejes estén en la misma línea recta y sus dos focos exteriores, llamados *I*, de forma que sus superficies circulares *BQ* y *bq* estén una frente a otra, se producirá igualmente el mismo efecto.

Y si se unen estos dos vidrios semejantes pero de distinto tamaño, *DBQ* y *dbq*, o se les coloca a cualquier distancia el uno del otro con tal de que sus ejes estén en la misma línea recta, estando enfrentadas sus superficies elípticas, motivarán que todos los rayos procedentes del punto focal de uno, llamado *I*, vayan a reunirse en el del otro, también llamado *I*.

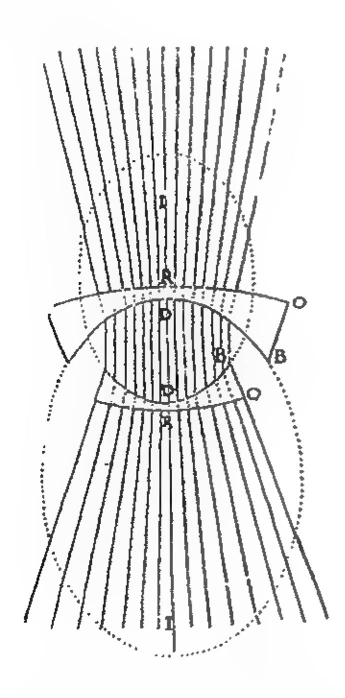
Y si se montan dos diferentes *DBQ* y *DBOR*, también de forma que sus superficies *DB* y *BD* se miren entre sí, producirán que los rayos procedentes del punto *i*, que es el foco perteneciente a la elipse del vidrio *DBQ*, se desvíen como si procediesen del punto *I*, que es el foco del vidrio *DBOR*. También y de modo recíproco se producirá que aquellos que se dirigen hacia el punto *I*, vayan a reunirse en el llamado punto *i*.


A-T, VI, 175 Finalmente, si se montan los dos *DBOR* y *DBOR* en forma tal que sus superficies *DB*, *BD* estén la una frente a la otra, se dará lugar a que los rayos que, atravesando

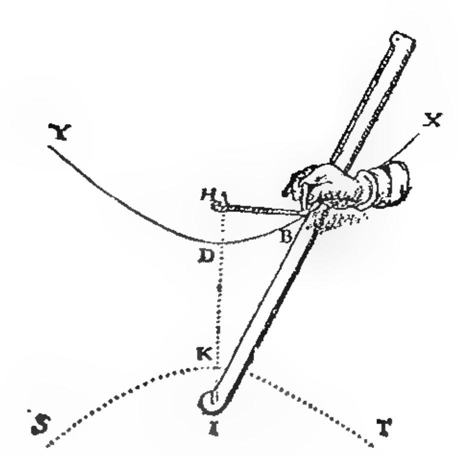




uno de estos vidrios, tienden más allá hacia *I*, se desvíen inmediatamente como si procediesen del otro punto *I*. Puede aumentarse la distancia existente entre los puntos *I*, variando el tamaño de la elipse respecto de la cual dependen. De forma tal que con la sola elipse y la línea circular, podemos describir vidrios que den lugar a que los rayos procedentes de un punto o que tienden hacia un punto o que son paralelos, modifiquen una u otra de estas tres especies de disposiciones en cuantas formas sea posible imaginar. A-T, VI, 176

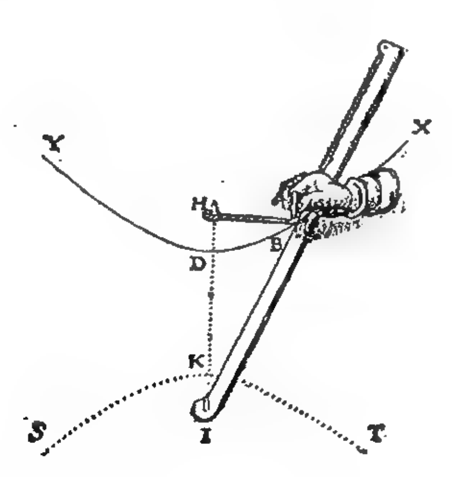


La hipérbola también es una línea curva que los matemáticos explican mediante la sección de un cono, como la elipse. Pero, con el fin de que la conozcáis más adecuadamente, de nuevo me referiré a un jardinero que se sirve de tal figura en el momento de dar forma a sus jardines. Para ello sitúa dos estacas en los puntos *H* e *I*, y, habiendo unido al extremo de una regla de gran longitud el correspondiente extremo de una cuerda, cuya longitud sea un poco menor, practica un orificio redondo en el otro extremo de esta regla en el que introduce la estaca *I* y realiza un lazo en el otro extremo de la cuerda dentro del cual introduce la estaca

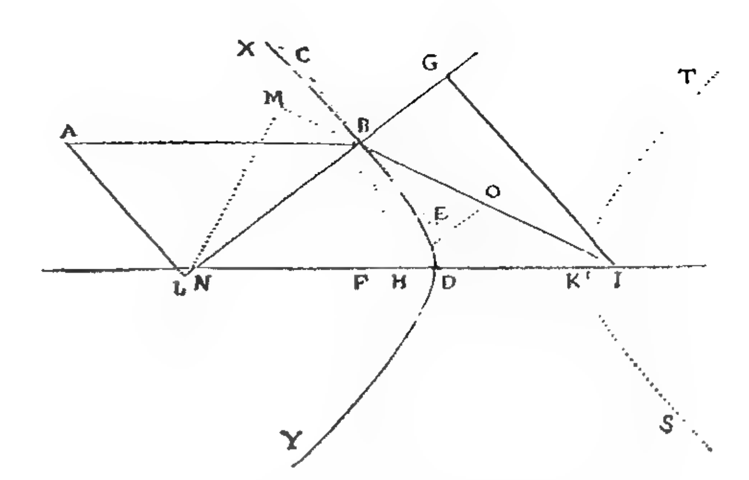


H. A continuación, colocando el dedo en el punto *X*, donde están unidas la una a la otra se desciende desde este punto hasta *D*, manteniendo entre tanto la cuerda unida, como pegada a la regla desde el punto *X* hasta el lugar en que él la toca y permaneciendo la cuerda tensa. Por este medio, haciendo que la regla gire alrededor de la estaca *I*, se logra describir sobre la tierra la línea curva *XBD*, que es una parte de la hipérbola. Posteriormente, haciendo girar la regla en el otro lado y hacia el punto *Y*, utilizando el mismo procedimiento se describe la parte de la hipérbola *YD*. Si posteriormente introduce la estaca *I* en el lazo de la cuerda y la estaca *H* dentro del orificio del extremo de la regla, logrará describir la A-T, VI, 177 hipérbola *SKT*, totalmente semejante y opuesta a la precedente. Pero si no se introduce modificación alguna relacionada con la situación de las estacas ni de la regla y, únicamente, se utiliza una cuerda con una longitud un poco superior, logrará describir una hipérbola de otra especie; y si aún confiere a la cuerda una longitud un poco mayor, se describirá una hipérbola de otra especie, hasta que, llegando a ser igual la longitud de la cuerda a la de la regla se describa una línea recta en lugar de una hipérbola. Posteriormente, si modifica la distancia existente entre las estacas en igual proporción que la diferencia existente entre las longitudes de la regla y la cuerda, logrará describir hipérbolas que serán de la misma especie, pero diferirán en cuanto a su tamaño. Finalmente, si aumenta las longitudes de la cuerda y de la regla de forma igual, pero sin modificar ni su diferencia ni la distancia entre las estacas, no

describirá sino una mayor parte de la misma hipérbole. Digo esto, pues esta línea es tal que, aunque siempre se curve cada vez más hacia un mismo lado, puede, sin embargo, extenderse hasta el infinito sin que sus extremidades lleguen a encontrarse. De esta forma podéis observar que en varios aspectos tiene la misma relación con la línea recta, que la elipse con la circular; igualmente observáis que existe una infinidad de diversas especies y que dentro de cada especie puede darse una infinidad cuyas partes semejantes son de diferente magnitud. Además, si desde un punto, tal como *B*, tomado a discreción en una de estas hipérbolas, se trazan dos líneas rectas hacia dos puntos, como *H* e *I*, donde han sido colocadas las dos estacas utilizadas para describir la hipérbola, y a los cuales llamamos focos de la hipérbola, la diferencia entre estas dos líneas, *HB* e *IB*, siempre será igual a la línea *DK*, la cual es equivalen- A-T, VI, 178 te a la distancia que existe entre las hipérbolas opuestas. Esto se comprende a partir de que la longitud de *B* es precisamente superior a la de *BH* en proporción a la longitud superior de la regla sobre la de la cuerda;



igualmente, la longitud de *DI* es superior a la de *DH* en la misma proporción. Pues si a *DI* se le resta *KI*, a la cual es igual *DH*, obtenemos *DK* como resultado de la diferencia. Entonces, vemos que las hipérbolas descritas estableciendo siempre la misma proporción entre *DK* y *HI*, son todas de la misma especie. Además de esto, es preciso conocer que si por el punto *B*, tomado a

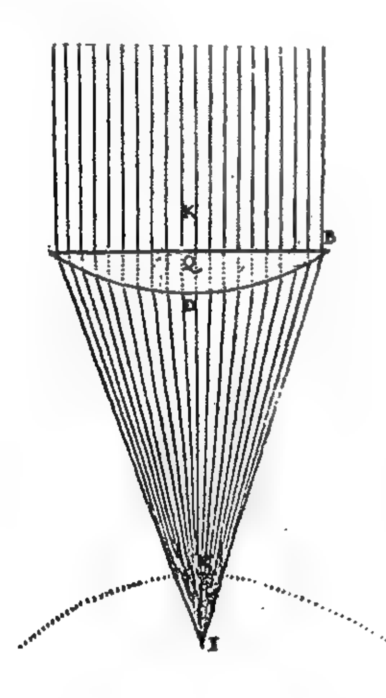


discreción en una hipérbola, se traza la línea recta *CE* de modo que divida el ángulo *HBI* en dos partes iguales, la misma *CE* tocará esta hipérbola en el punto *B* sin cortarla. La demostración de esto es bien conocida por los geómetras.

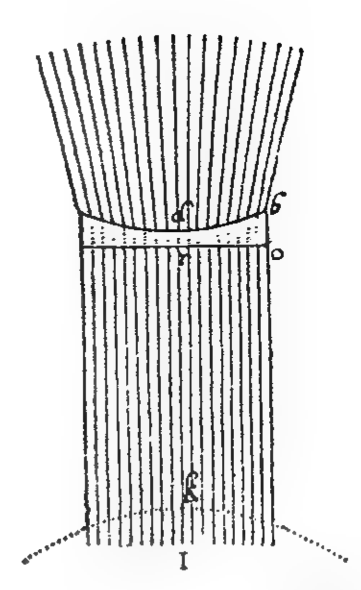
A-T, VI, 179 A continuación, deseo haceros ver que, si desde este mismo punto *B* se traza hacia el interior de la hipérbola la línea recta *BA*, paralela a *DK*, cuando, a su vez, se traza por el mismo punto *B* la línea *LG*, que corta a *CE* formando ángulos rectos, y si, a continuación, tomando *BA* igual a *BI*, desde los puntos *A* e *I* se trazan sobre *LG* las dos perpendiculares *AL* e *IG*, entonces estas dos últimas, *AL* e *IG*, guardarán entre ellas la misma proporción que *DK* y *HI*. En consecuencia si a un vidrio se le diera la figura de esta hipérbola, en el cual las refracciones se miden en virtud de la proporción que existe entre las líneas *DK* y *HI*, entonces se producirá que todos los rayos, paralelos a su eje, en este vidrio, se reunirán en el punto exterior *I*, al menos si este vidrio es convexo; si fuera cóncavo, se dispersarían hacia diversos puntos como si procedieran de *I*.

Esto puede ser demostrado del modo siguiente: En A-T. VI, 180 primer lugar, dado que tanto las líneas *AB* y *NI*, como las líneas *AL* y *GI* son paralelas, los triángulos *ALB* e *IGN* son semejantes. En consecuencia se deduce que *AL* es a *IG* como *AB* es a *NI*, o bien, puesto que *AB* y *BI* son iguales, como *BI* es a *NI*[92]. En segundo lugar, si se traza *HO* paralela a *LG* se verá que *BI* es a *NI* como *OI* es a *HI*, puesto que los triángulos *BNI* y *OHI* son

semejantes. Finalmente, los dos ángulos *EBH* y *EBI* siendo iguales por construcción, y *HO*, paralela a *LG*, cortando como *LG* a *CE* de modo que forma ángulos rectos, se verá que los dos triángulos BEH y *BEO* son iguales. De este modo, siendo *BH*, base de uno de estos triángulos, igual a *BO*, base del otro, tenemos que *OI* es A-T, VI, 181
la diferencia entre *BH* y *BI*, la cual, a su vez, hemos dicho anteriormente que era igual a *DK*. Por tanto, *AL* es a *IG* como *DK* es a *HI*. De donde se sigue que,

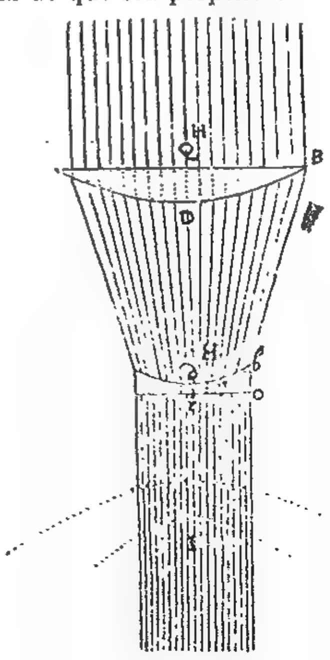


guardando siempre entre las líneas *DK* y *HI* la proporción que puede servir para medir las refracciones del vidrio o de la materia que se desee emplear (al igual que hemos hecho para trazar las elipses, exceptuando solamente que en este caso *DK* debe ser la más corta, cuando, por el contrario, tratándose de la elipse debía ser de la mayor longitud), si describimos una parte de la hipérbola del tamaño que se desee, como *DB*, y desde *B* trazamos la recta *BQ* de modo que forme ángulos rectos sobre *KD*, las dos líneas *DB* y *QB* girando alrededor del eje *DQ* describirán la figura de un vidrio que dará lugar a que todos los rayos que lo atravesasen, siendo paralelos a este eje en el aire del lado de la superficie



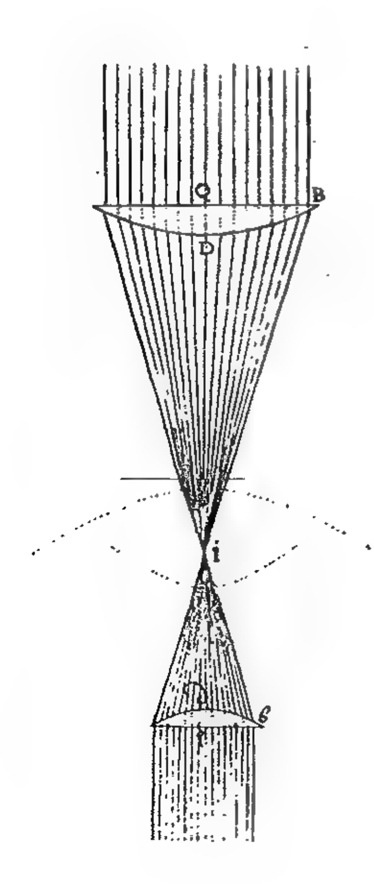
plana del vidrio *DB*, en la que, como sabéis, no sufrirán refracción alguna, habrán de reunirse en el punto *I*.

Y si habiendo trazado la hipérbola *db* semejante a la
A-T, VI, 182 precedente, se traza la línea recta *ro* en el punto que se desee, con tal de que sea perpendicular a su eje, *dk*, sin



cortar esta hipérbola, y unimos los puntos *b* y *o* mediante otra línea recta paralela a *dk*, entonces las tres líneas *ro*, *ob* y *bd*, moviéndose alrededor del eje *dk*, describirán la figura de un vidrio que hará que todos los rayos paralelos al eje, del lado de la superficie plana, se dispersen al otro lado, como si procedieran del punto *I*.

Y si, tomando la línea *HI* para describir la hipérbola del vidrio *robd*, siendo de menor longitud esta línea en comparación con la necesaria para describir la otra hipérbola del vidrio *BDQ*, se disponen estos dos vidrios de tal forma que sus ejes *DQ* y *rd* estén en la misma recta y sus dos focos en el punto *I*, enfrentando las dos superficies hiperbólicas, se dará lugar a que todos los rayos que, antes de encontrar tales vidrios, fueran paralelos a sus ejes continúen siéndolo después de haberlos atravesado y, por tanto, que ocupen un menor espacio del lado del vidrio *robd* que del de *BDQ*.



Y si se disponen dos vidrios semejantes, *BDQ* y *dbq*, pero que sean desiguales en tamaño, de forma que sus ejes *DQ* y *dq* estén también en la misma línea recta y sus dos focos, *I*, en el mismo lugar, mirándose las dos superficies hiperbólicas, motivarán, como en el caso A-T, VI, 183 precedente, que los rayos paralelos respecto del eje en un lado, lo sean también del otro y, por tanto, que sean reducidos en un espacio menor en virtud de la acción que causa el vidrio de menores dimensiones.

Y[93] si se unen las superficies planas de estos dos vidrios *BDQ* y *dqb*, disponiéndolos a la distancia que se desee, con tal que sus superficies planas se encuentren enfrentadas entre sí, no siendo necesario que sus ejes estén en la misma línea recta, o más bien, si construimos otro vidrio que tuviera la forma de estos dos unidos, se logrará mediante él, que los rayos procedentes de uno de los puntos, llamados *I*, converjan en el otro y del otro lado.

Y si se compone un vidrio que tenga la figura de los dos *DBQ* y *rodb*, unidos de tal forma que una superficie plana se superponga sobre la otra, se logrará que los rayos procedentes de uno de los puntos *I*, se dispersen tal como si vinieran del otro.

Finalmente, si se compone un vidrio que tenga la forma de otros dos, tales como *robd*, unidos de tal modo que las superficies planas se toquen, entonces se dará A-T, VI, 184 lugar a que todos los rayos que alcancen este vidrio, se dirijan como si, atravesado él mismo, fueran a converger en *I*; sin embargo, después de haberlo atravesado se dispersarán tal como si en tal disposición procedieran A-T, VI, 185 del otro *I*.

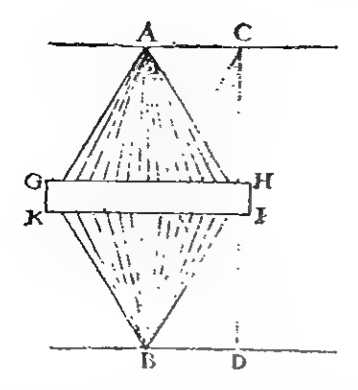
Todo esto me parece tan claro que sólo estimo necesario para comprenderlo el abrir los ojos y considerar las figuras[94].

Por último, los mismos cambios de estos rayos que acabo de explicar recurriendo, en primer lugar, a la utilización de dos vidrios elípticos y, en segundo lugar, a la de dos vidrios hiperbólicos, pueden ser igualmente producidos por otros dos, siendo uno de ellos elíptico y el otro hiperbólico. Además, podemos imaginar una infinidad de otros vidrios que, al igual que los hasta ahora mencionados, puedan causar que todos los rayos, procedentes de un punto, o que se dirigen a un punto o bien que son paralelos, vayan adquiriendo y variando con toda exactitud[95] tales disposiciones. Pero estimo que en este momento no debo analizar esta cuestión pues podré referirme a ella con más comodidad en la

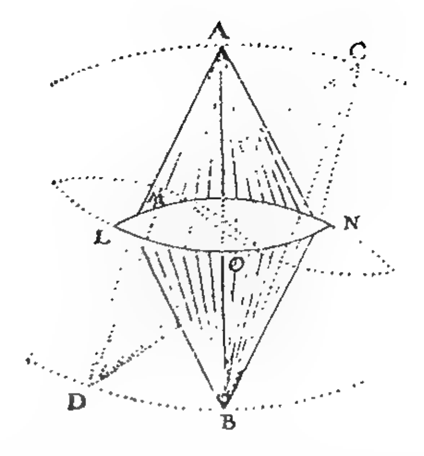
Geometría[96]. Los que hasta ahora he descrito son los más aptos para lograr mi propósito, tal como intento probar, haciendo ver, por este mismo medio, cuáles son los más adecuados a medida que ponga ante vuestra consideración las principales características en que difieren.

En primer lugar, las figuras de unos son mucho más cómodamente trazables que las figuras de otros; cierto es que, consideradas la línea recta, la circular y la parábola, que no permiten trazar la figura de alguna de estas lentes o vidrios (tal como podrá comprobar cada uno con facilidad si lo examina), no existen otras más simples que la elipse y la hipérbola. De suerte que, siendo la línea recta más fácil de trazar que la circular y no siéndolo menos la hipérbola que la elipse, aquéllos A-T, VI, 186 cuyas figuras constan de hipérbolas y líneas rectas, parece que han de ser más fácilmente tallables. En segundo lugar, lo son aquéllos cuyas figuras están integradas por elipses y círculos; las formas que no han sido explicadas, pensamos que ofrecen una mayor dificultad[97].

En segundo lugar, varios vidrios pueden alterar de igual modo la disposición de los rayos que guardan relación con un solo punto o que provienen con trayectoria paralela desde un solo lado; pero, sólo aquéllos cuyas superficies tuvieren una curvatura menor o menos desigual, modificarán siempre con un poco más de exactitud que los otros la disposición de los rayos que guardan relación con varios puntos o provienen de otros lados. Para entender esto perfectamente es preciso considerar que es únicamente la desigualdad de las líneas que componen las figuras de estos vidrios, la que impide que la disposición de los rayos, referidos a diversos puntos o incidentes en paralelo desde diversos lados, se modifique con tanta exactitud como la de aquellos otros rayos que se refieren a un solo punto o que en paralelo provienen desde un mismo lado. Pues, por ejemplo, si deseamos que incidan sobre *B* todos los rayos que proceden de *A*, sería preciso que el vidrio *GHIK*, colocado entre *A* y *B*, tuviese las superficies A-T, VI, 187 totalmente planas, de modo que la línea recta *GH* que representa una de sus superficies, tuviese la propiedad de hacer que todos estos rayos procedentes de *A*, atravesasen en paralelo el vidrio y, por esto mismo, que la otra línea recta *KI* diese lugar a que desde allí fuesen a reunirse en *B*; estas mismas líneas *GH* y *KI* darían lugar a que todos los rayos procedentes de *C* fueran a



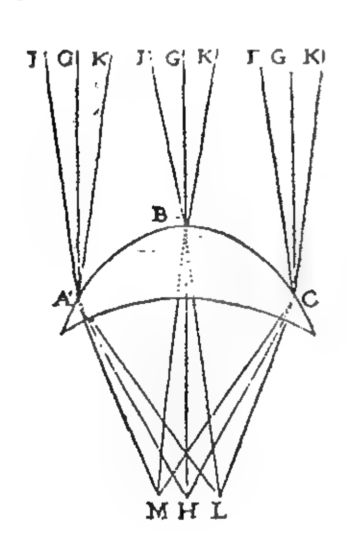
reunirse en torno a *D* y, en general, que todos aquellos rayos procedentes de alguno de los puntos de *AC*, paralela a *GH*, fueran a reunirse en otros tantos puntos de *BD* que supongo que es paralela a *KI* y que está tan distante de ella como *AC* lo está de *GH*, pues estas líneas, *GH* y *KL*, no están en modo alguno curvadas y los puntos de las líneas *AC* y *BD* guardan todos la misma relación con ellas. De igual forma, si fuese el vidrio *LMNO* (supongo del mismo que las superficies *LMN* y *LON* son dos segmentos[98] de esfera equivalentes), el que tuviese la propiedad de causar que todos los rayos provenientes del punto *A* fuesen a reunirse en el punto *B*, igualmente tendría la propiedad de motivar que los provenientes del punto *C* se reuniesen en el punto *D* y, generalmente, que todos aquéllos entre los puntos de la superficie *CA*, que supongo es una porción de esfera, cuyo centro coincide con el de *L MN*, se reuniesen en algún punto de *BD*, que igualmente supongo que es una porción de esfera cuyo centro es el mismo de *LON*, estando tan distante de *LON* como *AC* lo está de *LMN*, puesto que todas las partes de estas superficies *LMN* y *LON* están igualmente curvadas en relación con los puntos de las superficies *CA* y *BD*. Pero, puesto que no se dan otras líneas en la Naturaleza con excepción de la recta y la circular, que sean tales que todas sus partes guarden la misma relación con varios y diversos puntos[99], y puesto que ni una ni la otra pueden bastar para componer la figura de un vidrio tal que cause que todos los rayos que provienen de un punto se reúnan en otro con exactitud, es evidente que alguna de las que son requeridas con este fin, no dará lugar a que todos los rayos procedentes de otros puntos se reúnan con exactitud en otros tantos puntos. Asimismo es A-T, VI, 188

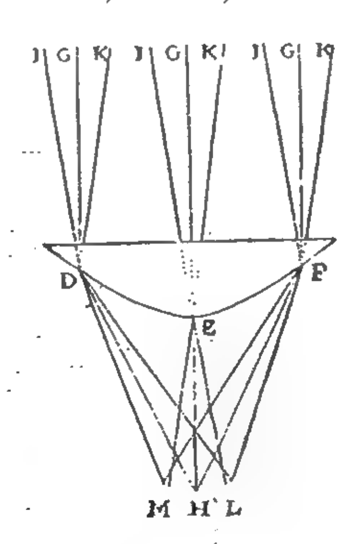


evidente que para seleccionar aquellas que pueden lograr el que estos rayos adquieran la menor dispersión en torno a los lugares en que deseamos reunirlos, es preciso preferir las que estén menos curvadas y las menos desigualmente curvadas con el fin de que se aproximen al máximo a la línea recta o a la circular. Preferible es a la recta que a la circular, puesto que las distintas partes de ésta no se relacionan de modo igual sino con todos los puntos que se encuentran a igual distancia del centro y no se relacionan con otras de igual forma que con su centro. Por tanto es fácil concluir que por esta razón la hipérbola supera a la elipse cuando se posee este fin; así pues, no podemos imaginar lentes con otra figura que reúna todos los rayos procedentes de diversos puntos en otros tantos puntos equidistantes entre sí y con tanta exactitud como aquella lente cuya figura esté integrada por hipérbolas. Sin que me detenga en facilitaros una demostración más exacta, podéis fácilmente aplicar lo dicho anteriormente en relación con las otras formas de
A-T, VI, 189 modificar los rayos surgidos de diversos puntos o que avanzan en paralelo desde diversas partes; de este modo, podréis llegar a conocer bien que los vidrios hiperbólicos son más adecuados que ningún otro o, al menos, que no son notablemente inferiores a ningún otro, de suerte que por esto no pueden ser pospuestos ante los que ya indicamos que debían ser preferidos, porque se tallan con más facilidad.

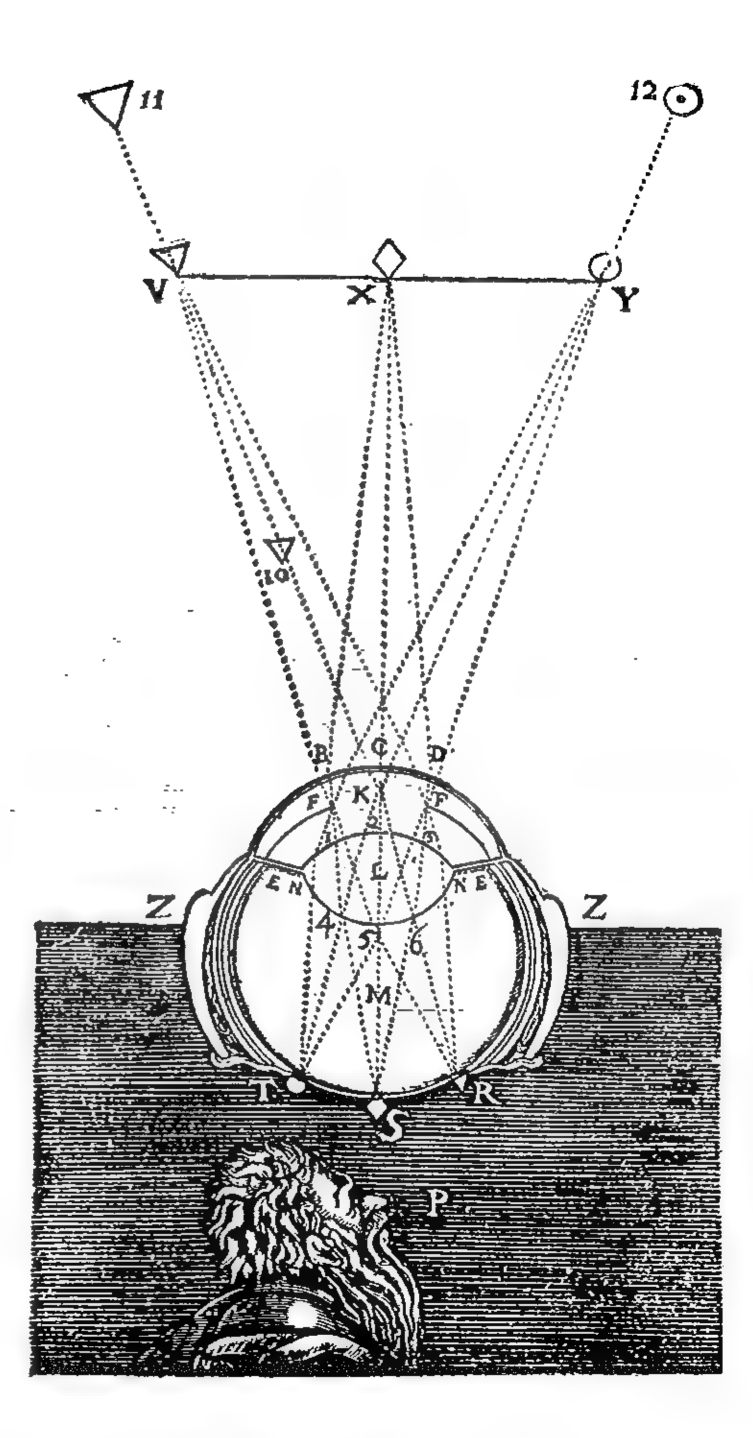
En tercer lugar, debemos considerar otra diferencia que se da entre estos vidrios: unos dan lugar a que los

rayos que se crucen al atravesarlos, se encuentren un poco más apartados de uno de sus lados que del otro, resultando lo contrario como efecto de los otros. Así, los rayos *G* (*G* son los que provienen del centro del sol), y los rayos *I* (*I* sean aquellos que proceden del lado izquierdo de su circunferencia), y los rayos *K* (sean *K* los que proceden del lado derecho), se apartan un poco más los unos de los otros después de haber atravesado el vidrio hiperbólico *DEF*, de lo que anteriormente estaban[100], y, por el contrario, se separan menos después de haber atravesado el elíptico *ABC*. De suerte que este de forma elíptica logra que se produzca una aproximación mayor de los puntos *LHM* de lo que puede alcanzarse mediante la hiperbólica; inclusive, los

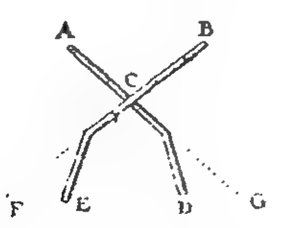




aproxima tanto más cuanto más espeso. Pero, sin embargo, cualquiera que fuere su espesor, la aproximación lograda mediante un vidrio de forma elíptica no sería mayor que la lograda mediante otro de forma hiperbólica en un cuarto o un tercio. Esto se mide por la cantidad de las refracciones que causa el vidrio, de forma que el cristal de montaña, en el cual son un poco mayores, debe dar lugar a que tal desigualdad sea un poco más considerable. Pero no puede suceder que exista vidrio alguno, cualquiera que sea la figura que se imagine que tiene, que motive que los puntos *L*, *H*, *M*, se encuentren considerablemente más alejados de lo que se logra con uno de figura hiperbólica, ni menos que con otro de forma elíptica. A-T, VI, 190



Este es el momento oportuno para considerar en qué sentido es preciso comprender lo que anteriormente he afirmado: los rayos provenientes de diversos puntos o paralelos a otros, se cruzan todos a partir de la primera superficie que puede motivar que se reúnan aproximadamente en otros tantos puntos, como cuando he afirmado que los rayos del objeto *VXY*, que dan lugar a la imagen *RST* sobre el fondo del ojo, se cruzan a partir de la primera superficie del mismo, *BCD*. Esto depende de que, por ejemplo, los tres rayos *VCR*, *XCS* e *YCT* se cruzan en realidad sobre esta superficie *BCD* en el punto *C*, de donde, aunque *VDR* se cruce con *YBT* en un punto mucho más alto y *VBR* se cruce con *YDT* en un punto muy inferior respecto del anterior, sin embargo, puesto que tienden hacia los mismos puntos que *VCR* e *YCT*, pueden considerarse como si se cruzasen en el mismo lugar. Y puesto que es esta superficie *BCD*, la que les hace de este modo tender hacia los mismos A-T, VI, 191 puntos, debe pensarse que es el lugar en que todos se cruzan, ni más arriba ni más abajo, sin que tal impida que las otras superficies, tales como 123 y 456, puedan desviarlos. Así aunque los dos bastones curvos *ACD* y A-T, VI, 192 *BCE* se aparten considerablemente de los puntos *F* y *G* (hacia los que se dirigirían tal como lo hacen en el punto *C*, si estuviesen, a su vez, rectos), no deja por ello de ser verdadero que se cruzan en el punto *C*. Pero podrían tener una curvatura tal que volvieran a cruzarse en otro punto. Y, de igual modo, los rayos que



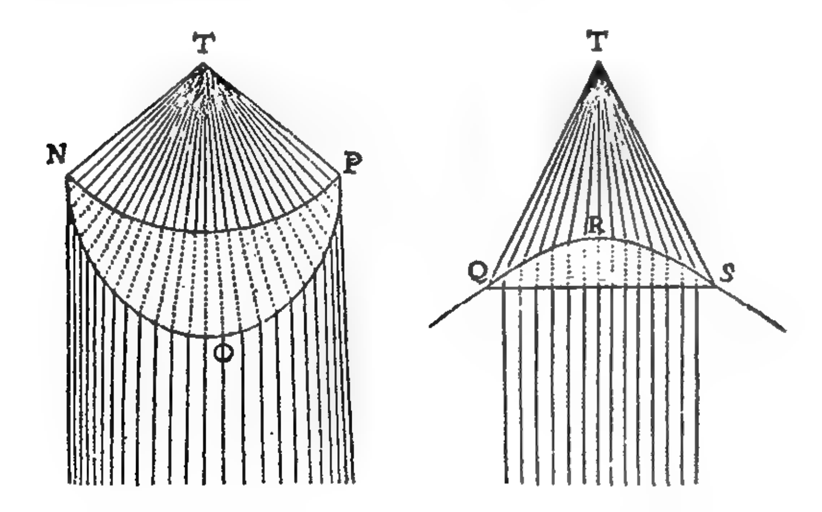
atraviesen los dos vidrios convexos *DBQ* y *dbq*[101], se cruzan sobre la superficie del primero, volviéndose a cruzar en la del segundo, al menos aquellos que provienen de diversos lados, pues para los que provienen de un mismo punto, es manifiesto que se cruzan en el foco, llamado *I*.

Podéis observar igualmente que los rayos del sol reunidos por el vidrio elíptico *ABC*[102], deben quemar

A-T, VI, 193 con mayor fuerza, que si hubiesen sido reunidos mediante el vidrio hiperbólico *DEF*. Así es, pues no sólo deben considerarse los rayos que provienen del centro del sol, como *G*, *G*, sino también todos los que, procedentes de otras partes de su superficie, no tienen una fuerza sensiblemente menor que la de los procedentes del centro. Por tanto, la violencia del calor que pueden causar, debe medirse por el tamaño de los vidrios que los concentran comparado con el espacio en que los reúne. Así, por ejemplo, si el diámetro del vidrio *ABC* es cuatro veces mayor que la distancia que existe entre los puntos *M* y *L*, los rayos reunidos por este vidrio deben tener una fuerza 16 veces superior a la producida por un vidrio plano al que atravesasen sin sufrir desviación alguna. Y puesto que la distancia que existe entre estos puntos, *M* y *L*, es mayor o menor, en proporción a la que existe entre ellos y el vidrio *ABC* o cualquier otro cuerpo que sea causante de que los rayos se reúnan en tal lugar sin que las dimensiones del diámetro, ni la figura de este cuerpo, contribuya en absoluto más que aproximadamente un cuarto o un tercio como máximo, es cierto que esa línea comburente en el infinito, que algunos han imaginado, no es sino un sueño. Así mismo es cierto que si disponemos dos vidrios o espejos, siendo uno de ellos mucho mayor que el otro, como quiera que fuesen, con tal de que todas sus figuras sean parecidas, el mayor de ellos debe reunir los rayos del sol sobre un espacio mayor y a mayor distancia que el vidrio de menor tamaño. Pero estos rayos no deben tener mayor fuerza en cada punto de tal espacio, que en aquél en el que los concentra el más pequeño. Por tanto, pueden construirse espejos o vidrios de dimensiones muy reducidas, que quemarán con la misma violencia que los más grandes. Igualmente una lente, cuyo diámetro no tuviese una dimensión aproximada a la equivalente a la centésima parte de la distancia que existiera entre ella y el lugar en que debería concentrar los rayos del sol, es decir, un espejo que no guardase la misma proporción con tal distancia que la que guarda el diámetro del sol con la distancia existente entre él y nosotros, aunque fuese pulido por la mano de un ángel, no puede causar que los rayos que concentra, produzcan más calor sobre el punto en el que los reúne que aquellos que provienen directamente del sol. Lo A-T, VI, 194 cual debe ser igualmente entendido de los vidrios comburentes. Por tanto, puede afirmarse que los que no entienden de Optica son fácilmente persuadidos de

afirmaciones, que son imposibles. Así, esos vidrios de los que se cuenta sirvieron a Arquímedes para incendiar a distancia los navíos, o bien eran de inmensas proporciones o más bien una fábula[103].

Por último, un cuarto factor debe considerarse para apreciar la diferencia entre los vidrios de que tratamos; pertenece particularmente a aquellos que modifican la disposición de los rayos que provienen de algún punto próximo a ellos. Consiste en que aquéllos, cuya superficie enfrentada al mencionado punto es la más cóncava, pueden recibir una mayor cantidad de rayos que los otros, aunque su diámetro no sea de dimensión supe-



rior. En esto el vidrio elíptico *NOP*, que supongo es de tan grandes dimensiones que sus extremidades *N* y *P* son los puntos del mayor diámetro de la elipse, sobrepasa al vidrio hiperbólico *QRS*, aunque se le suponga de la A-T, VI, 195
mayor dimensión, no siendo inferior a ningún otro cualquiera que fuera su figura. Así mismo, estos vidrios difieren igualmente en que, para producir los mismos efectos en relación con los rayos que se relacionan con un único punto o son paralelos, deben utilizarse más de un tipo que del otro, o bien deben causar que los rayos que se relacionan con diversos puntos o diversas partes, se crucen un mayor número de veces. Como anteriormente hemos examinado, para lograr mediante la utilización de vidrios elípticos que los rayos procedentes de un punto se reúnan en otro, o se separen como si

procedieran de otro o bien que los que tienden a un punto se separen como si procedieran de otro, es siempre necesario utilizar dos, mientras que solamente es necesario emplear uno si nos servimos de vidrios con figura hiperbólica. Así mismo puede lograrse que los rayos paralelos al eje, permaneciendo paralelos, pasen a ocupar un menor espacio bien mediante la utilización de dos vidrios hiperbólicos convexos, que dan lugar a que los rayos procedentes de diversos puntos se crucen dos veces, o bien mediante la utilización de uno convexo y el otro cóncavo, que dan lugar a un solo cruce. Pero es evidente que no deben emplearse varios vidrios cuando el mismo efecto puede lograrse mediante la utilización de uno solo; así mismo, tampoco deben cruzarse varias veces los rayos, cuando es suficiente lograrlo una sola.

En general, es necesario concluir de cuanto se ha afirmado que los vidrios hiperbólicos y los elípticos son preferibles a cuantos puedan ser imaginados. Así mismo, los hiperbólicos son preferibles casi en todo a los
A-T, VI, 196 elípticos. A continuación, me referiré al modo en que deben montarse las lentes, para lograr la mayor perfección posible.

LA DESCRIPCION DE LAS LENTES

Discurso Noveno

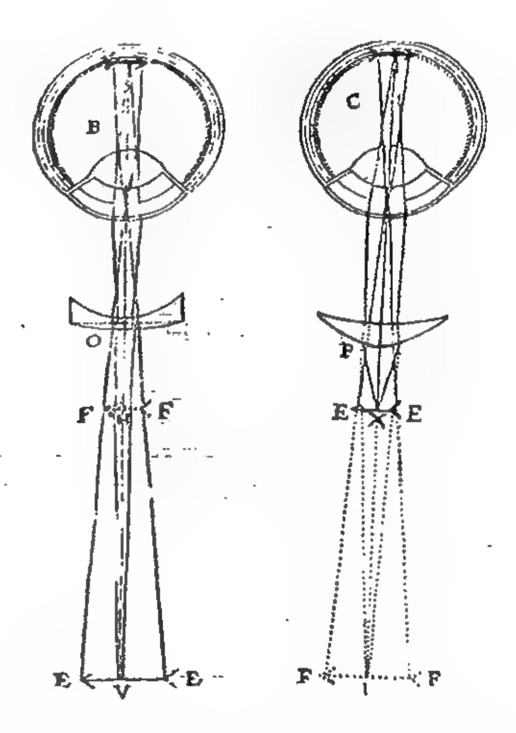
Previamente se debe seleccionar una materia que, siendo fácilmente tallable y, sin embargo, lo suficientemente dura como para conservar la forma que se le dé, además sea lo más incolora posible y cause la menor reflexión posible[104]. Aún no se ha identificado materia alguna que tenga esas cualidades de modo más perfecto que el vidrio, cuando es muy claro y muy puro, estando compuesto de cenizas muy sutiles. Pues aunque el cristal de montaña parezca más claro y más transparente, sin embargo, no parece ser tan adecuado para tal finalidad, puesto que sus superficies producen mayor

número de reflexiones que el vidrio, tal como la experiencia parece demostrarnos. Con el fin de que conozcáis la causa de esa reflexión y el por qué se produce tanto sobre las superficies del vidrio como del cristal y no en el centro de estos cuerpos, así como el por qué es mayor en el cristal que en el vidrio, es preciso que recordéis no sólo la forma en que indiqué se debía concebir la naturaleza de la luz, cuando afirmé que no era otra cosa en los cuerpos transparentes que la acción A-T, VI, 197 o inclinación a moverse de una materia muy sutil que llena los poros de estos cuerpos, sino también que penséis que los poros de cada uno de estos cuerpos transparentes están tan unidos y tan rectos que la materia sutil que puede penetrar en los mismos los atraviesa fácilmente sin encontrar nada que la detenga[105]. Pero los poros de dos cuerpos transparentes de distinta naturaleza, como el aire y el vidrio, o el cristal, no se relacionan con tanta precisión unos con otros, como para que no existan partes de la materia sutil que, por ejemplo, dirigiéndose desde el aire hacia el vidrio, no se reflejen, puesto que encuentran partes sólidas de su superficie; de igual forma, dirigiéndose desde el vidrio hacia el aire se reflejan y retornan hacia el interior de ese vidrio, puesto que alcanzan partes sólidas del aire, pues existen muchas en el aire que pueden ser llamadas sólidas en comparación con esta materia sutil. Conocido esto, si consideramos que las partes sólidas del cristal son todavía más gruesas que las del vidrio y sus poros más cerrados, tal como es fácil pensar puesto que es más duro y más pesado, podemos pensar que debe causar sus reflexiones más fuertes y, por consiguiente, dar paso a un menor número de rayos que el aire o el vidrio, aunque, sin embargo, pasen con mayor facilidad las que lo logran, siguiendo lo que ha sido afirmado anteriormente.

Habiendo escogido el vidrio más puro, el menos coloreado y el que cause la menor reflexión posible, si se desea mediante su utilización corregir el defecto de los A-T, VI, 198 que no ven con tanta precisión los objetos un poco distantes, como los cercanos o que no ven con tanta precisión los cercanos como los distantes, las figuras más adecuadas para tal efecto son aquellas que se forman mediante formas hiperbólicas. Así, por ejemplo, el ojo *B* o el *C*, estando dispuesto a causar que todos los rayos, procedentes del punto *H* o del punto *I*, se reúnan exactamente en el centro de su parte posterior interna, y no los del punto *V* o *X*, es preciso, para producir una

visión distinta del objeto que está hacia *V*, interponer el vidrio *O* o el vidrio *P*, cuyas superficies, una convexa y la otra cóncava, tengan las figuras de dos hipérbolas que sean tales que *H* o *I* sea el foco exterior de la cóncava, que debe estar enfrentado al ojo, y *V* o *X* sea el de la convexa.

Y si suponemos el punto *I*, o el punto *V*, lo suficientemente distante, como a 15 ó 20 pies, bastará con que utilicemos una línea recta y que logremos que una de las superficies del vidrio sea completamente lisa; a saber,



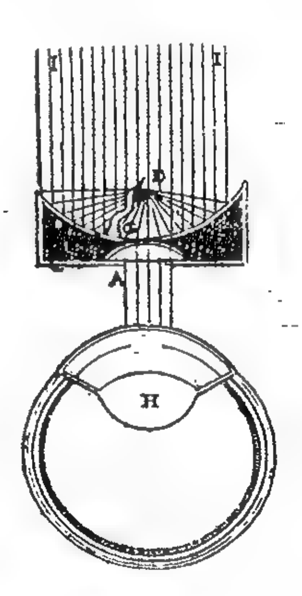
la interior que mira hacia el ojo, si es *I* el que está bastante distante, o la exterior si es *V*. Pues entonces, una parte del objeto, del tamaño de la pupila, podrá tener el lugar de un solo punto, puesto que su imagen apenas ocupará mayor espacio en el fondo del ojo que
A-T, VI, 199 el correspondiente a la extremidad de uno de los pequeños filamentos del nervio óptico. E incluso no es necesario que utilicemos vidrios diferentes cada vez que se quieran observar objetos un poco más o menos distantes entre sí; es suficiente para el uso, servirse de

dos: uno proporcionado a la menor distancia dentro de la cual se tiene costumbre de observar las cosas; el otro adaptado a la mayor distancia dentro de la cual solemos observar los objetos. Incluso, puede utilizarse solamente uno, que sea la media de estos dos, pues los ojos a los que se desea adaptar, no siendo completamente inflexibles, pueden variar fácilmente su figura, acomodándose a la de tal vidrio.

Si se desea obtener mediante la utilización de un solo vidrio que los objetos accesibles, es decir, aquellos que pueden ser aproximados al ojo tanto como se quiera, parezcan mucho más grandes y se puedan ver con una distinción mucho mayor que sin lentes, entonces lo más cómodo será lograr que la superficie interior del vidrio sea completamente lisa; la otra, la exterior, deberá tener la figura de una hipérbola, cuyo foco ha de coincidir con el lugar donde se desee colocar el objeto. Pero debe observarse que únicamente afirmo que es lo más cómodo, pues reconozco que, dando a la superficie de ese vidrio la forma de una elipse, cuyo foco esté en el lugar donde se quiera situar el objeto y a la otra la de una parte de la esfera, cuyo centro esté en el mismo lugar que ese foco, el efecto podrá ser un poco mayor. Pero, en contrapartida, un vidrio con tales características no podrá ser tallado tan cómodamente. Ese foco, sea el de la hipérbola, sea el de la elipse, debe estar tan próximo
que, después de haber emplazado el objeto, al que es A-T, VI, 200
preciso suponer de dimensiones muy reducidas, no quede entre él y el vidrio sino el espacio necesario para dar paso a la luz que debe iluminarlo.

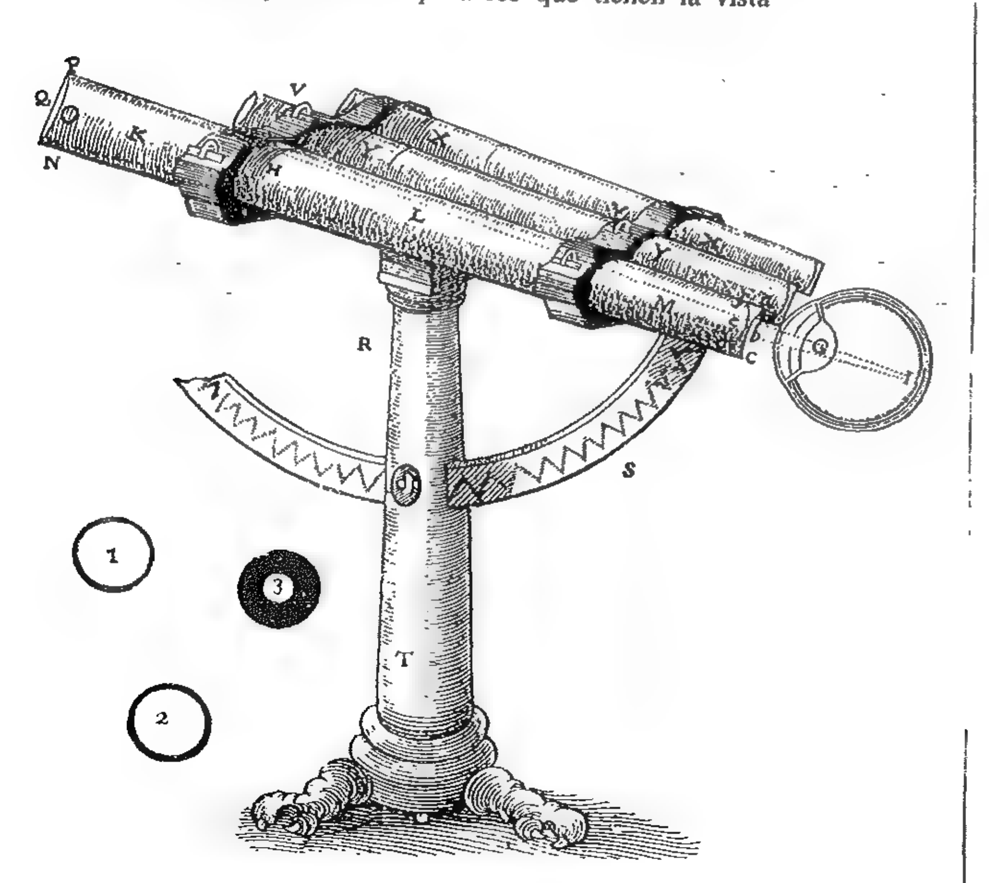
Y es preciso instalar ese vidrio de tal forma que no quede nada descubierto a excepción del centro, que debe ser aproximadamente de parecido tamaño al de la pupila o, inclusive, un poco más pequeño; así mismo, la materia dentro de la cual ha de estar instalado debe ser totalmente negra en aquel lado que mira hacia el ojo, donde tampoco será inútil protegerlo a su alrededor por una orilla de pana o terciopelo negro con el fin de que se le pueda apoyar fácilmente contra el ojo, impidiendo de esta forma que no vaya hacia él luz alguna más que la que puede pasar por la abertura del vidrio. Pero en su parte exterior será conveniente que sea completamente blanca o más bien completamente pulida, teniendo la figura de un espejo hueco, de forma que devuelva sobre el objeto todos los rayos de la luz que vienen hacia ella. Y para sostener este objeto en el lugar donde debe estar colocado para ser visto, no desapruebo la

utilización de esos pequeños frasquitos de vidrio o cristal muy transparente, cuyo uso ya es muy común en Francia. Pero para lograr una mayor exactitud es preferible que sea sostenido por uno o dos pequeños resortes en forma de brazo, que salgan del chasis de la lente. En fin, para que no falte luz, será preciso al observar ese objeto, situarlo frente al sol. Así, por ejemplo, sea *A* el vidrio, *C* la parte interior de la materia
A-T, VI, 201 en que está instalado, *D* la parte exterior, *E* el objeto, *G* el pequeño brazo que lo sostiene, *H* el ojo e *I* el sol; sus rayos no alcanzarán directamente el ojo, a causa de la interposición tanto de la lente como del objeto, pero dando contra el cuerpo blanco o el espejo *D*, se reflejarán primeramente desde allí hacia *E*, reflejándose posteriormente desde *E* hacia el ojo.



Si se desea construir una lente, la más perfecta que pueda existir, cuya finalidad resida en la observación de los astros u otros objetos excesivamente alejados e inaccesibles, debe formarse con dos vidrios hiperbólicos, uno de ellos convexo y el otro cóncavo, colocados en los dos extremos de un tubo de la forma que aquí veis representada. En primer lugar, *abc*, la superficie del vidrio cóncavo *abcdef*, debe tener la figura de una hipérbola, cuyo foco esté a una distancia tal que el ojo para el cual se construye esta lente, pueda ver con la

mayor distinción posible estos objetos. Así, el ojo *G* dispuesto a ver con mayor precisión los objetos situados hacia *H* que cualesquiera otros, *H* debe ser el foco de la hipérbole *abc*, debiendo observarse que para los ancianos, que ven con mayor facilidad los objetos más distantes que los cercanos, esta superficie, *abc*, debe ser completamente plana y, por el contrario, para aquéllos cuya vista es más corta, debe ser tal superficie bastante cóncava. En segundo lugar, la otra superficie, *def*, debe tener la figura de otra hipérbola, cuyo foco *I* esté situado respecto de ella a una distancia aproximada de una pulgada, de forma que se encuentre hacia el fondo del ojo cuando tal vidrio sea aplicado contra su superficie. Notad, sin embargo, que tales proporciones no son tan absolutamente necesarias como para que no puedan A-T, VI, 202 ser modificadas, de forma que sin tallar de modo distinto la superficie *abc* para los que tienen la vista



corta o larga que para los otros[105], podemos servirnos cómodamente de una misma lente para toda clase de ojos, alargando solamente el tubo o acortándolo. En relación con la superficie *def* puede ser que a causa de la dificultad que tengamos para profundizarla tanto como he dicho, sea más fácil darle la figura de una hipérbola, cuyo foco esté un poco más distante; esto será más fácilmente enseñado por la experiencia que por mis A-T, VI, 203 razones[106]. Solamente afirmaré en general que, siendo idénticos los restantes factores, cuanto más próximo esté el punto *I*, de tanto mayor tamaño aparecerán los objetos, puesto que será necesario disponer el ojo como si estuvieran más próximos a él; así mismo, la visión podrá ser más fuerte y más clara, puesto que el otro vidrio puede ser de mayor tamaño, pero no será tan distinta si está el punto *I* demasiado próximo, ya que existirán diversos rayos que incidirán demasiado oblicuamente sobre su superficie, impidiendo otros. En cuanto al tamaño de este vidrio, la porción que permanece descubierta, cuando está instalado en el tubo *KLM*, no tiene necesidad de exceder sino en un poco la mayor dimensión que la pupila puede alcanzar. En relación con su espesor, no podrá ser muy reducido, pues aunque aumentándolo se pueda lograr que las imágenes de los objetos sean de dimensiones un poco mayores, ya que los rayos que proceden de diversos puntos divergen un poco más del lado del ojo, también en contrapartida se da lugar a que parezcan en menor cantidad y menos claros; existen otros medios para lograr la ventaja de que sus imágenes sean mayores. En cuanto al vidrio convexo *NOPQ*, su superficie *NQP*, dirigida hacia los objetos, debe ser completamente lisa y la otra, *NOP*, debe tener la figura de una hipérbola, cuyo foco *I* caiga exactamente en el mismo lugar que el de la hipérbola *def* del otro vidrio, estando tanto más distante del punto *O*, cuanto más perfecta se desee construir la lente. A continuación, el tamaño del diámetro *NP* se determina mediante dos líneas rectas *IdN* e *IfP*, trazadas desde el foco *I* por *d* y *f*, extremos del A-T, VI, 204 diámetro del vidrio hiperbólico *def*, que supongo igual al de la pupila. Pero aunque el diámetro del vidrio *NOPQ* sea de menor dimensión, por ello los objetos no parecerán más confusos, de menor tamaño ni en menor número, sino menos iluminados. Por este motivo, cuando están demasiado iluminados, debemos disponer de diversos círculos de cartón negro o bien de otra materia semejante, como 1, 2, 3, para cubrir sus bordes; de esta

forma lograremos reducirlo cuanto lo permita la fuerza de la luz que pueda provenir de los objetos. El espesor de este vidrio en nada beneficia y en nada perjudica sino en tanto que el vidrio no es ni tan puro ni tan claro que no impida siempre el paso de mayor número de rayos de lo que lo hace el aire. El tubo *KLM* debe ser de alguna materia bastante firme y sólida con el fin de que los vidrios instalados en sus dos extremos, conserven con exactitud en todo momento la misma posición. El interior del mismo debe ser totalmente negro, instalándose igualmente una orilla de pana o terciopelo negro hacia *M*, con el fin de que pueda aplicarse contra el ojo, impidiendo, a la vez, que entre rayo de luz alguno con excepción de aquellos que penetran por el vidrio *NOPQ*. Su longitud y anchura están bastante determinadas por la distancia y el tamaño de los dos vidrios. Finalmente, es necesario que este tubo esté instalado sobre una máquina, como *RST*, por medio de la cual podamos facilitar su giro cómodamente hacia cualquier lado, pudiendo detenerse frente a los objetos que se desee observar. Y, con este fin, debe constar de dos pínulas, como *VV*, instaladas sobre esta máquina. Así mismo, puesto que cuanto de mayores dimensiones hacen aparecer estas lentes a los objetos, tanto menor es el número de los que es posible observar cada vez, es necesario instalar junto a la lente más perfecta alguna otra de menor potencia, con ayuda de las cuales sea posible alcanzar gradualmente un mejor conocimiento del lugar donde está el objeto que la lente más perfecta permite observar. Así, *XX* e *YY*, que supongo están unidas a la más perfecta *QLM*, de tal forma que, si giramos la máquina de modo que, por ejemplo, el planeta Júpiter aparezca a través de las dos pínulas *V*, *V*, aparecerá igualmente a través de la lente *XX*, por la cual, además de Júpiter, podrán también distinguirse los planetas menores que le acompañan. Y si hacemos que alguno de estos planetas se encuentre justamente en el centro de la lente *XX*, se verá igualmente por la otra, *YY*, donde apareciendo solo y con dimensiones mucho mayores que las de la precedente, podremos distinguir en el mismo diversas regiones y, de nuevo, entre esas diversas regiones, la central será visible por la lente *KLM*, pudiendo distinguirse así mismo varias cosas particulares mediante su utilización. Pero no podríamos llegar a conocer que tales cosas se encontraran en una región determinada de los planetas que acompañan a Júpiter, careciendo de la ayuda de las otras lentes, ni

A-T, VI, 205

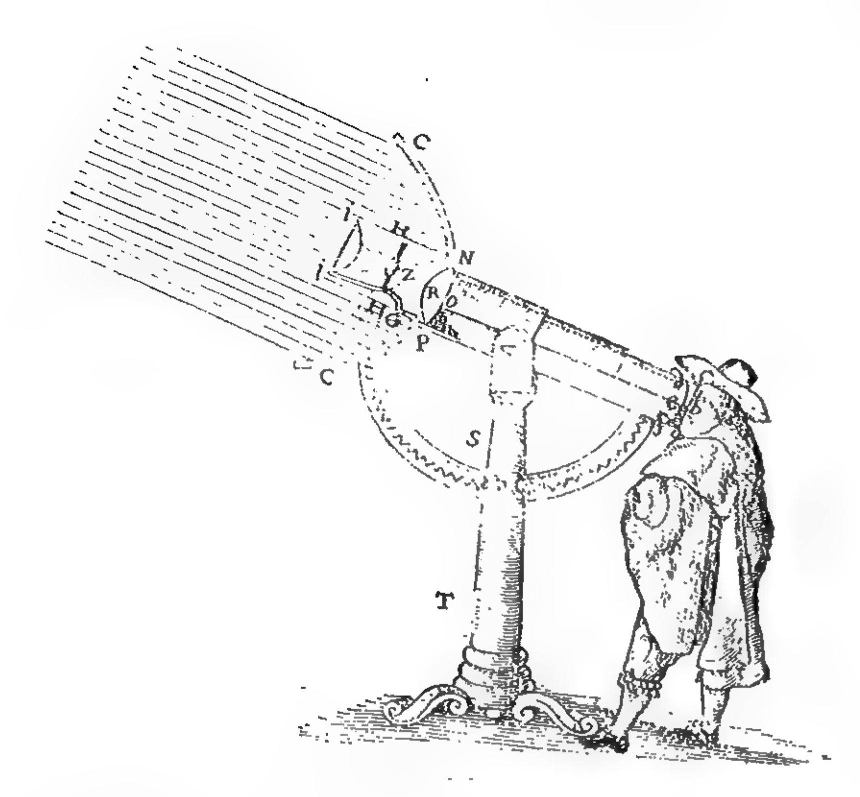
tampoco podríamos dirigir con comodidad esta máquina hacia determinados lugares que deseásemos observar.

Aún podremos añadir una o varias lentes más perfectas a esas tres, al menos si la técnica de los hombres lo permite. Y no existe diferencia alguna entre la forma de las más perfectas y la de aquellas que lo son menos, con excepción de que el vidrio convexo debe ser mayor y su foco estar más alejado. De manera que si la mano de los artesanos no nos falta, podremos mediante la utilización de tal invento observar objetos tan particulares y de dimensiones tan reducidas en los astros como aquellos que nosotros observamos comúnmente sobre la Tierra.

A-T, VI, 206

Finalmente, si se desea construir una lente que permita ver los objetos cercanos y accesibles del modo más distinto posible y de una forma más perfecta que la lograda mediante la lente anteriormente descrita con tal fin, debe componerse también de dos vidrios hiperbólicos, el uno convexo y el otro cóncavo, montados sobre los dos extremos de un tubo. El cristal cóncavo *abcdef* debe ser semejante al de la precedente, así como también debe serlo *NOP*, la superficie interior del convexo. Pero, para la exterior, *NRP*, en vez de ser completamente lisa debe tener una forma convexa muy acentuada así como la figura de una hipérbola, cuyo foco exterior *Z* sea tan cercano que, estando colocado allí el objeto, no exista entre él y el vidrio más espacio que el necesario para dar paso a la luz que debe iluminarlo. Así mismo, el diámetro de este vidrio no necesita tener el mismo tamaño que el del telescopio ni, tampoco, ser tan pequeño como el del vidrio *A* de la anterior lente[108]. Pero más o menos el diámetro debe ser tal que la línea recta *NP* pase por el foco interior de la hipérbole *NRP*, pues, siendo menor, recibiría menos rayos del objeto *Z* y, siendo de mayor dimensión, no admitiría sino unos pocos más; de modo que, debiendo ser incrementado el espesor del vidrio en proporción mucho más que en el caso anterior, se restaría de la fuerza de aquéllos no menos de lo que aumentara su longitud y, además, el objeto no podría estar tan adecuadamente iluminado. También será conveniente instalar esta lente sobre alguna máquina, tal como *ST*, que la mantenga directamente dirigida hacia el sol. Se debe encajar el vidrio *NOPR* en el centro de un espejo hueco parabólico, como *CC*, que ha de reunir todos los rayos del sol en el punto *Z* sobre el objeto; éste debe estar allí sostenido por el pequeño brazo *G*, que sale de

A-T, VI, 207



algún lugar de ese espejo. Tal brazo debe sostener
igualmente, alrededor de ese objeto, algún cuerpo negro
y oscuro, como *HH*, que sea precisamente del tamaño del
vidrio *NOPR* con el fin de que impida que algunos
rayos del sol incidan directamente sobre ese vidrio, pues A-T, VI, 208
desde allí algunos de ellos se podrían reflejar en el ojo y
debilitar un tanto la visión, ya que aunque este tubo
deba ser completamente negro en su interior, no puede
serlo, sin embargo, de modo tan perfecto que su materia
no cause alguna reflexión, cuando la luz sea muy viva,
tal como la del sol. Además de esto, ese cuerpo negro,
HH, debe tener un orificio en el centro, llamado *Z*, que
sea del tamaño del objeto con el fin de que si ese objeto
es transparente, pueda ser iluminado de alguna forma
por los rayos que vienen directamente del sol o, incluso,
siendo necesario, por los rayos recogidos sobre el punto
Z por un vidrio brillante, como *II*, del tamaño del
vidrio *NOPR*, de forma que se concentre tanta luz sobre
el objeto, proveniente de cualquier punto, como sea
posible. Es fácil, por otra parte, cubrir parte del espejo

CC o del vidrio *II* para impedir que sea excesiva. Juzgo
que nadie ignora en este momento por qué pongo tanto
interés en posibilitar que el objeto esté muy iluminado y
que muchos de sus rayos se dirijan hacia el ojo, pues el
vidrio *NOPR*, que en esta lente realiza el oficio de la
pupila y en el que se cruzan aquellos rayos que
proceden de diversos puntos, estando mucho más próxi-
mo al objeto que al ojo, es causa de que se extiendan so-
bre las ramificaciones del nervio óptico, ocupando
un espacio mucho mayor de lo que es la superficie del
objeto del que proceden. Sabed, así mismo, que deben
tener tanta menos fuerza cuanto más se extiendan, dado
que comprobamos, por el contrario, que siendo reuni-
dos mediante la utilización de un espejo o un vidrio en
un espacio más pequeño, tienen mayor fuerza. De esto
A-T, VI, 209 depende la longitud de esta lente, es decir, la dis-
tancia que debe existir entre la hipérbola *NOP* y su
foco, pues, cuanto mayor sea, tanto mayor será la
extensión de la imagen del objeto en el fondo del ojo, lo
que motivará que todas sus pequeñas partes en el fondo
del ojo sean más precisas. Pero esto mismo debilitaría
tanto su acción que finalmente no podría ser sentida, si
esta lente fuera demasiado larga. De manera que su
longitud máxima no puede ser determinada sino me-
diante la experiencia, e incluso puede variar según que
puedan ser más o menos iluminados los objetos sin
llegar a ser consumidos. Sé bien que aún se podrían
añadir algunos otros medios para dar mayor fuerza a
esta luz, pero además de que sería difícil el ponerlos en
práctica, si los comparamos con la dificultad que
entraña utilizar éstos, casi no encontraríamos objetos
que pudieran requerir más. Podríamos también utilizar
en vez del vidrio hiperbólico *NOPR* otros que recibie-
ran una mayor cantidad de rayos, pero o bien no
darían lugar a que esos rayos, procediendo de diversos
puntos del objeto se reunieran con igual exactitud en
otros tantos puntos del fondo del ojo, o bien sería
preciso emplear para esto dos vidrios en lugar de uno y,
de esta forma, la fuerza de esos rayos no sería menos
disminuida por la multitud de las superficies de estos
vidrios, de lo que sería aumentada por sus figuras. Por
otra parte, su talla sería mucho más difícil. Finalmente
sólo deseo advertiros de que estas lentes no pueden ser
aplicadas más que a un solo ojo, por ello, con el fin de
que la pupila adquiera la mayor de sus dimensiones,
será mejor vendar el otro ojo o cubrirlo con alguna tela
A-T, VI, 210 oscura que dejarlo expuesto a la luz o cerrarlo mediante

la ayuda de los músculos que mueven sus párpados, pues ordinariamente existe tal conexión entre los dos ojos que uno de ellos no realizaría un movimiento sin que el otro se disponga a imitarlo. Además, es conveniente no sólo apoyar esta lente contra el ojo de forma total, de modo que al mismo no puedan llegar sino los rayos procedentes del objeto atravesando la lente, sino que también se debe acomodar la fuerza de la visión permaneciendo en un lugar oscuro, así como tener la imaginación dispuesta como para observar objetos distantes y oscuros con el fin de que la pupila se abra al máximo para que admita un mayor número de rayos. Pues, sabed que esta acción de la pupila no se sigue inmediatamente de la voluntad o deseo de abrirla, sino más bien de la idea o sentimiento[109] que se tiene de la oscuridad y de la distancia a que se encuentran las cosas que se observan.

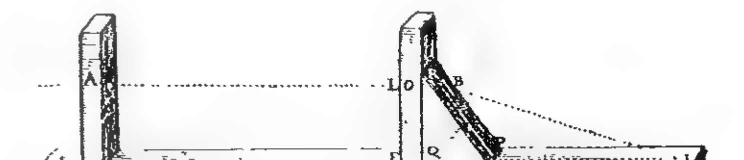
Por último, creo que si se reflexiona sobre todo cuanto se ha indicado anteriormente y, de forma particular, sobre lo que hemos observado que era requerido por parte de los órganos exteriores con vistas a favorecer la visión más perfecta, no será difícil comprender que, utilizando estas diversas clases de lentes, se contribuye a ello mediante la técnica en cuanto es posible, sin ser necesario que me detenga en demostrarlo más extensamente. Así mismo, no estimo que pueda resultar difícil comprender que cuantas han sido utilizadas hasta el presente no han podido ser perfectas, puesto que existe una gran diferencia entre la línea circular y la hiperbólica y por cuanto al construir tales lentes se ha intentado de forma exclusiva utilizarlas para aquellos fines en que es necesario la forma hiperbólica, como he demostrado.
Hasta tal punto, que puede afirmarse que en las A-T, VI, 211
ocasiones de éxito, creyendo utilizar la forma esférica en las tallas realizadas de los vidrios, en realidad se habían tallado con forma hiperbólica o con alguna otra forma semejante por una dichosa casualidad. Esto ha impedido primordialmente que se lograse la construcción de las lentes que sirven para la observación de los objetos inaccesibles, ya que su vidrio convexo debe ser de mayor tamaño que el de las otras. Por otra parte, en modo alguno es más difícil equivocarse afortunadamente al pulir un vidrio de grandes dimensiones que uno de reducidas, sino que la diferencia que existe entre la forma esférica y la hiperbólica es más sensible en las extremidades del vidrio que en el centro. Pero ya que los artesanos quizá pueden estimar que existe una gran

dificultad para tallar vidrios con forma de hipérbola, concluiré intentando describir un artefacto. Pienso que al utilizarlo podrán llevar a cabo con comodidad tal tarea.

SOBRE LA FORMA DE TALLAR LOS VIDRIOS

Discurso Décimo

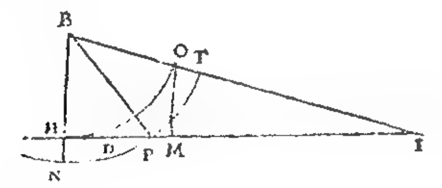
Después de haber escogido el vidrio o el cristal del que tenemos deseo de servirnos, es necesario primeramente buscar la proporción que, siguiendo lo que anteriormente se ha indicado, sirva de medida a las refracciones. Podemos encontrarla cómodamente con
A-T, VI, 212 ayuda de un instrumento. *EFI* es una plancha o una regla completamente lisa y completamente recta, fabricada de cualquier materia con tal de que no sea demasiado brillante ni transparente, a fin de que la luz, incidiendo sobre ella, pueda ser fácilmente distinguida de la sombra. *EA* y *FL* son dos pínulas, es decir, dos pequeñas láminas que, igualmente, pueden ser de cualquier materia con tal de que no sea transparente; éstas han de ser colocadas perpendicularmente sobre *EFI*.



Debemos practicar en ellas dos pequeños orificios circulares, *A* y *L*, colocados con toda exactitud frente a frente, de suerte que el rayo *AL*, pasando a través, sea paralelo a la línea *EF*. *RPQ* es un trozo de vidrio que se

desea probar, tallado en forma de triángulo, cuyo ángulo *RQP* es recto y *PRQ* es más agudo que *RPQ*. Los tres lados *RQ*, *QP* y *RP* son tres caras completamente lisas y pulidas[110], de forma tal que la cara *QP* estando apoyada contra la plancha *EFI*, y la otra cara *QR* contra la pínula *FL*, el rayo de sol que pase a través de los dos orificios, *A* y *L*, ha de penetrar hasta *B*, a través del vidrio *PQR*, sin sufrir allí ninguna refracción, ya que encuentra perpendicularmente la superficie *RQ*. Pero, habiendo llegado al punto *B*, donde alcanza oblicuamente la otra superficie, *RP*, no puede salir sin desviarse hacia algún punto de la plancha *EF*, como, A-T, VI, 213 por ejemplo, hacia *I*. Todo el uso de este instrumento no consiste más que en hacer pasar de este modo el rayo de sol por tales orificios, *A* y *L*, con el fin de conocer mediante tal medio la relación que tiene el punto *I*, es decir, el centro del pequeño óvalo[111] de luz que ese rayo describe sobre la plancha *EFI*, con los otros dos puntos *B* y *P*; el punto *B*, donde la línea recta que pasa por los centros de esos dos orificios, *A* y *L*, alcanza la superficie *RP* y, en segundo lugar, el punto *P*, donde esta superficie *RP* y la de la plancha *EFI* son cortadas por el plano que imaginamos pasa por los puntos *B* e *I* y, a la vez, por el centro de los dos orificios *A* y *L*.

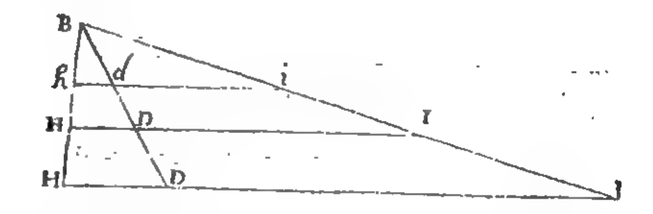
Conociendo así y con exactitud esos tres puntos, *B*, *P* e *I*, y por consiguiente el triángulo que determinan, debemos transferir ese triángulo con ayuda de un compás sobre papel o algún otro plano de materia consistente. A continuación, a partir del centro, *B*, debemos describir por el punto *P* el círculo *NPT* y,



habiendo tomado el arco *NP* igual a *PT*, debemos trazar la línea recta *BN*, que corte a *IP*, prolongada ésta hasta el punto *H*. Seguidamente, desde el centro *B* y por *H* se debe describir el círculo *HO*, que corte a *BI* en el punto *O*. De esta forma, obtendremos la proporción que existe entre las líneas *HI* y *OI* como la medida común

de todas las refracciones, que puedan ser causadas por la diferencia que exista entre el aire y el vidrio que examinamos. Y si aún no se alcanza certeza sobre esto, podremos hacer tallar del mismo vidrio otros pequeños triángulos rectángulos, diferentes de éste, sirviéndonos de ellos de la misma forma para hallar esta proporción; A-T, VI, 214 la encontraremos siempre semejante, no teniendo, por tanto, ocasión para dudar de que ésta no sea verdaderamente la que buscamos. Y, si después de realizar esto, en la línea recta, se toma *MI* igual a *OI*, y *HD* igual a *DM*, tendremos que *D* es el vértice y *H* e *I* los focos de la hipérbola, cuya figura debe tener este vidrio para servir a las lentes que hemos descrito.

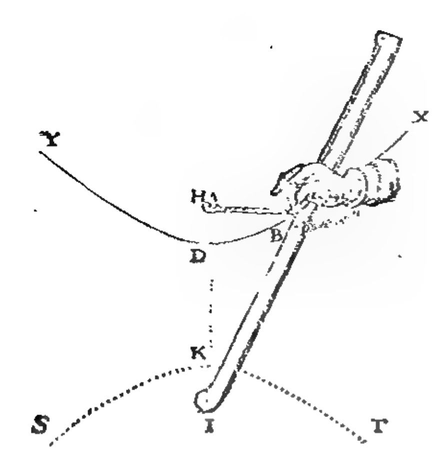
Y estos tres puntos, *H*, *D*, *I*, podremos situarlos más o menos distantes entre sí, tanto como se quiera, con sólo trazar otra línea recta paralela a *HI*, más o menos



próxima del punto *B*, y otras tres rectas, *BH*, *BD* y *BI*, desde el punto *B* que la corten. De esta forma se observará que existe la misma proporción entre los puntos *H*, *D*, y *h*, *d*, *i*, que entre los puntos *H*, *D*, *I*.

A continuación, teniendo esos tres puntos es fácil trazar la hipérbola en la forma anteriormente explicada, a saber: colocando dos estacas en los puntos *H* e *I* y haciendo que la cuerda que rodea la estaca *H* esté atada a la regla de forma tal que no pueda plegarse hacia *I* antes que hacia *D*.

Pero si se prefiere trazarla con ayuda del compás ordinario, buscando varios puntos por donde pase[112], A-T, VI, 215 colocad uno de los extremos de este compás en el punto *H* y teniéndolo abierto de forma tal que el otro de sus extremos pase un poco más allá del punto *D*, como hacia *I*, desde el centro *H* debéis describir el círculo 133; a continuación, habiendo trazado *M*2 igual a *HI*, desde el centro *I* y por el punto 2, se describe el círculo 233, que corta al precedente en los puntos 33, por los que debe pasar esta hipérbola, del mismo modo que por el punto *D*, que es el vértice. Colocad nuevamente del



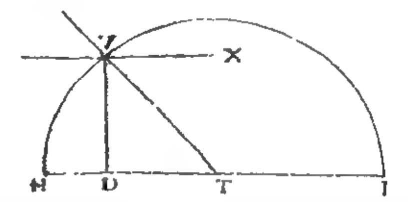
mismo modo uno de los extremos del compás en el punto *H* y abriéndolo de suerte que el otro de sus extremos pase un poco más allá del punto *I*, como hacia 4, se describe el círculo 466. A continuación, habiendo



tomado *M*5 igual a *H*4 y desde el centro *I* por 5 se describirá el círculo 566, que corta al precedente en los puntos 66, que están en la hipérbola. De este modo, si se continúa colocando la punta del compás en el punto *H* y se observan los restantes factores como se ha indicado, podrán encontrarse tantos puntos de esta hipérbola como se desee.

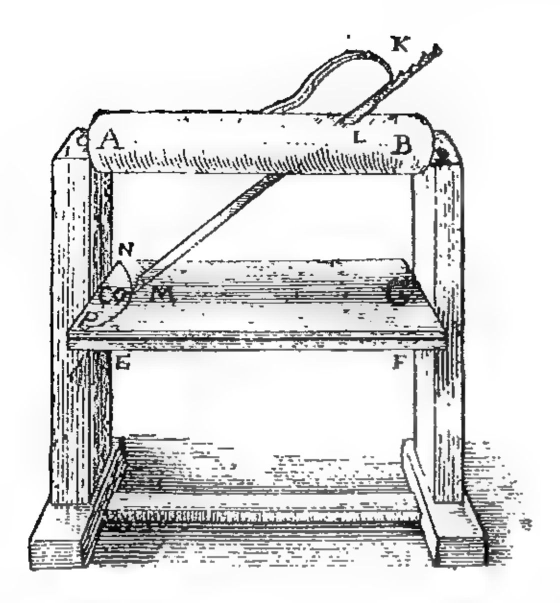
Tal procedimiento puede no ser malo para trazar groseramente algún modelo, que represente aproximadamente la figura de los vidrios que deseamos tallar. Pero para darles su figura exacta es necesario disponer de algún invento mediante el cual podamos describir hipérbolas de un solo trazo, de igual modo que describimos círculos con un compás. No conozco otro más

adecuado que el siguiente: En primer lugar, desde el
A T, VI, 216 centro *T*, punto central de la línea *HI*, es preciso describir el círculo *HVI*. A continuación, desde el punto *D*, es preciso trazar una perpendicular sobre *HI*, que corte este círculo en el punto *V* y, desde *T*, trazando una línea recta por el punto *V*, obtendremos el ángulo *HTV*, que es tal que si imaginamos que gira alrededor del eje *HT*, entonces la línea *TV* describirá la superficie de un cono, en el que la sección hecha por el plano *VX*,



paralela a este eje *HT*, y sobre el que *DV* cae a ángulos rectos, dará lugar a una hipérbola completamente parecida e igual a la precedente. Todos los otros planos paralelos a éste darán lugar a hipérbolas semejantes pero desiguales, que tendrán sus focos más o menos alejados según que estos planos lo estén del eje.

Como consecuencia de esto puede construirse la siguiente máquina: *AB* es una rueda o un rodillo de madera o metal, que girando sobre los puntos 1 y 2, representa el eje *HI* de la figura anterior. *CG* y *EF* son dos planchas o láminas completamente lisas y unidas, principalmente respecto del plano en que se tocan, de suerte que la superficie que podemos imaginar entre ambas, siendo paralela al rodillo *AB* y cortada en ángulos rectos por el plano que imaginamos pasa por los puntos 1 y 2 y *C*, *O*, *G*, represente el plano *VX*, que corta el cono. *NP*, ancho de la superficie *CG*, es aproximadamente igual al diámetro del vidrio que deseamos tallar. Finalmente, *KLM* es una regla que, girando con el rodillo *AB* sobre los ejes 1 y 2, de forma que el ángulo *ALM* permanezca siempre igual a *HTV*,
A-T, VI, 217 representa la línea *TV* que describe el cono. En relación con esta regla debe observarse, en primer lugar, que debe atravesar este rodillo, pudiendo subirse y bajarse a través del orificio *L*, que debe ser precisamente de su grosor; en segundo lugar, ésta debe tener en una parte, como hacia *K*, un peso o un resorte metálico, que presione contra la lámina *CG*, que la sostiene sin ser



atravesada; en tercer lugar, debe tener en su extremidad, *M*, una punta de acero muy templado capaz de cortar esta lámina *CG*, pero no la inferior *EF*. Por tanto es claro que si se mueve esta regla *KLM* sobre los ejes 1 y 2, de suerte que la punta de acero *M* recorra desde *N* por *O* hasta *P*, y, recíprocamente, desde *P* por *O* hasta *N*, dividirá esta plancha *CG* en otras dos, *CNOP* y *GNOP*, cuyo lado *NOP* tendrá la forma de una línea convexa en *CNOP* y cóncava en *GNOP*, que tendrá con exactitud la figura de una hipérbola. Estas dos láminas, *CNOP* y *GNOP*, puesto que son de acero o de una materia fuerte y dura, podrán servir no solamente de modelos, sino también de útiles o instrumentos para tallar unas ruedas de las que, como mostraré posteriormente, deben tomar sus figuras los vidrios. Pero esta máquina posee un defecto, puesto que la punta de acero, *M*, varía de posición según se encuentre hacia *N*, hacia *P* o hacia *O* y, en consecuencia, el corte que A-T, VI, 218
realice este instrumento no puede ser igual en todas las partes. Por este motivo pienso que será más conveniente servirnos de la máquina que a continuación describo, aunque sea más compleja.

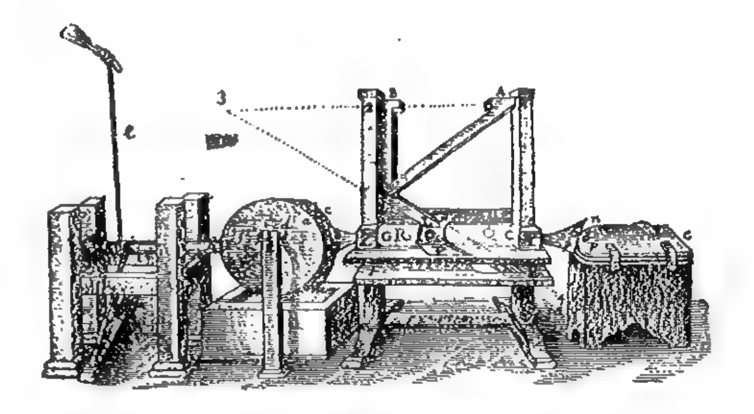
ABKLM es una pieza que se mueve sobre los ejes 1 y 2. La parte de la misma, *ABK*, puede tener cualquier forma, pero *KLM* debe tener la de una regla u otro cuerpo semejante, cuyas líneas exteriores sean paralelas,

debiendo estar inclinada de forma tal que la línea recta 43, que imaginamos pasa por el centro de la misma, siendo prolongada hasta cruzarse con la que imaginamos pasa por el centro de los ejes 1 y 2, forme un ángulo, 234, igual al que anteriormente ha sido llamado *HTV*[113]. *CG* y *EF* son dos planchas paralelas al eje 1, 2,
A-T, VI, 219 cuyas superficies visibles deben ser muy planas, ligeras y cortadas en ángulo recto por el plano 12*GOC*. Pero en vez de tener la disposición propia de la máquina descrita anteriormente, están a la distancia necesaria para intercalar un cilindro o rodillo, *QR*, perfectamente redondo y de igual grosor. Además, cada una de estas planchas debe tener una fisura, *NOP*, tan larga y ancha que la regla *KLM* atravesándola, pueda moverse tanto hacia uno u otro lado sobre los ejes 1 y 2, cuanto sea necesario para trazar entre estas dos planchas una parte de una hipérbola, igual al tamaño del diámetro del vidrio que se desea tallar. Esta regla debe atravesar igualmente el rodillo *QR*, de forma que aunque gire sobre los ejes 12, siempre permanezca entre las planchas *CG* y *EF*, así como paralelo al eje 12. *Y*67 así como *Z*89 son unos instrumentos que deben servir para tallar en hipérbola el cuerpo que se desee; sus mangos, *Y*, *Z*, son de tal espesor que sus superficies, totalmente lisas, tocan por ambas partes las dos planchas *CG* y *EF* sin que por esto pierdan el deslizamiento, puesto que están muy pulidas. Cada uno tiene un orificio circular, 5, 5, dentro
A-T, VI, 220 del cual se introducen cada uno de los extremos del rodillo *QR* de forma que este rodillo pueda fácilmente girar alrededor de la recta 55, que es como su eje, sin que tales mangos giren, puesto que sus superficies

planas, estando colocadas entre las planchas, lo impiden; pero, con excepción del movimiento anterior, siempre que el rodillo se mueva, sus mangos también habrán de moverse. Por tanto es manifiesto que mientras la regla *KLM* se mueve desde *N* hacia *O* y desde *O* hacia *P* o bien desde *P* hacia *O* y desde *O* hacia *N*, haciendo moverse a la vez el rodillo *QR* se produce igualmente el movimiento de los instrumentos *Y67* y *Z89*, de forma tal que el movimiento particular de cada una de sus partes describa con precisión la misma hipérbola como consecuencia de la intersección de las dos líneas, 34 y 35, pues una de éstas, la 34, en virtud de su movimiento describe el cono y la otra, la 35, describe el plano que lo corta. En relación con los cortes o filos de esas herramientas, podemos construirlas de diversas formas según los diversos usos que deseemos conferirles. Para dar la figura a los vidrios convexos creo conveniente servirnos primeramente de la herramienta *Y67* y cortar varias láminas de acero semejantes a *CNOP*, que ya he descrito; posteriormente, utilizando tanto esas láminas como la herramienta *Z89* se sacará el espesor, tal como *abc*, de una rueda, tal como *d*, de forma que todas las secciones que puedan imaginarse por planos en los que se encuentre el eje de esta rueda, *ee*, tengan la figura de la hipérbole que traza esta máquina. Final-

mente para sujetar el vidrio, que se desea tallar, debe montarse sobre *hik*, que es un torno, y acercar tal vidrio
A-T, VI, 221 a la rueda *d*, de forma tal que moviendo el eje *hk*, tirando de la cuerda 11, y, a su vez, la rueda sobre el suyo, el vidrio, colocado entre ambas, adopte exactamente la figura que se le deba dar.

En relación con la forma en que debemos utilizar la herramienta *Y67*, debe hacerse notar que únicamente debemos tallar la mitad de las láminas *cnop* de una vez, por ejemplo, la que se encuentra entre los puntos *n* y *o*. Para lograr tal fin, es preciso instalar una barra en la máquina en *P*, que impida que la regla *KLM*, movida desde *N* hacia *O*, avance hacia *P* más allá del punto necesario para lograr que la línea 34, que marca el punto medio de su espesor, alcance el plano 12*GOC*, que imaginamos corta las planchas en ángulos rectos. El hierro del instrumento, *Y67*, debe ser de forma tal, que todas las partes de su corte se encuentren en el mismo



plano en el que se encuentre la línea 34, no teniendo, por tanto, otras partes tal hierro que avancen más allá de tal punto hacia el lado *P*. Por el contrario, todo el
A-T, VI, 222 espesor de su corte debe mirar hacia *N*. En relación con la agudeza, longitud e inclinación del mismo puede conferírsele la que se quiera y según se juzgue más conveniente. Seguidamente, habiendo forjado las planchas *cnop* y habiéndoles dado mediante la utilización de una lima la forma aproximada que deben tener, será necesario aplicarlas y presionarlas contra el instrumento *Y67*, y haciendo mover la regla *KLM* desde *N* hacia *O* y, recíprocamente, desde *O* hacia *N*, se logrará tallar

una de sus mitades. Posteriormente, con el fin de lograr la talla de la otra totalmente semejante, debe colocarse allí una barra o un instrumento semejante que impida avancen más allá del punto en que se encuentran cuando hemos finalizado la talla de *NO*. En tal situación, retirándolas un poco, es preciso cambiar el hierro del instrumento *Y67*, poniendo en su lugar otro, cuyo filo esté de igual forma, en el mismo plano y tan saliente como el anterior, pero cuyo corte mire hacia *P*, de forma tal que si juntamos estos dos instrumentos uno contra otro no parezca sino el filo de un único instrumento. Posteriormente, habiendo modificado la posición de la regla *KLM*, anteriormente emplazada hacia *P*, para situarla hacia *N*, debe moverse esta regla desde *O* hacia *P* y desde *O* hacia *O* hasta que las láminas *cnop* estén tan unidas al instrumento *Y67* como en el caso anterior. En tal momento habremos finalizado su talla.

En relación con la rueda *d*, que debe ser de una materia muy dura, después de haberle dado la forma más aproximada que sea posible mediante el uso de una lima, es fácil acabarla, primeramente mediante las A-T, VI, 223 láminas *cnop*, con tal de que hayan sido tan perfectamente forjadas que en su enfriamiento nó hayan perdido en modo alguno su forma y que se las aplique contra esta rueda de tal forma que su corte *nop* y su eje, *ee*, estén en un mismo plano. Finalmente, debe instalarse un resorte o contrapeso que las presione contra la rueda mientras se la hace girar sobre su eje. Posteriormente y para la utilización del instrumento *Z89*, que debe estar tallado de igual modo por ambos cortes, pudiéndosele dar la forma que se desee con tal de que todos los puntos de su corte se encuentren en un mismo plano que corte la superficie de las planchas *CG*, *EF* en ángulo recto, se debe hacer mover la regla *KLM* sobre los ejes 1 y 2 de modo que se mueva desde *P* hasta *N* y desde *N* hasta *P*, haciendo, a la vez, que gire la rueda sobre su eje. De esta forma, el corte de tal instrumento anulará cuantas desigualdades se encuentren sobre los lados del espesor de esta rueda y su punta las que se encuentren de arriba a abajo, pues tal instrumento debe tener corte y punta.

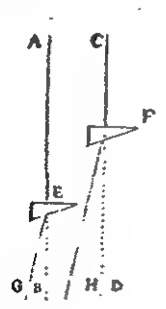
Después de haber logrado dar a esta rueda la forma más perfecta posible siguiendo el procedimiento descrito, el vidrio podrá ser fácilmente tallado en virtud de dos movimientos diferentes, tanto el de la rueda como el del torno sobre el que debe emplazarse, con tal de que se instale simplemente un resorte u otra invención, que

sin impedir el movimiento que le es conferido por el torno, sin embargo, le presione constantemente contra la rueda. Igualmente la rueda debe estar sumergida en A-T, VI, 224 una vasija que contenga el aparejo, esmeril, trípoli, arcilla o cualquiera otra materia semejante de la que sea necesario servirse para cortar y pulir el vidrio.

Y, habiendo considerado lo anteriormente expuesto, opino que fácilmente podéis comprender de qué forma se debe dar figura a los vidrios cóncavos, a saber: construyendo, primeramente, unas láminas como *cnop* mediante la utilización de *Y67* y el resto de la forma que hemos indicado. Solamente es preciso advertir que la rueda de la que debemos servirnos, puede tener cualquier tamaño cuando se trata de las lentes convexas. Pero cuando se trata de las cóncavas, debe tener un tamaño tal que cuando su centro está frente a frente de la línea 55 de la máquina, que se emplea para cortarla, su circunferencia no debe sobrepasar la línea 12 de la misma máquina. Así mismo, debemos mover esta rueda de modo mucho más rápido que el torno para pulir los vidrios cóncavos, siendo, por el contrario, más conveniente para pulir los convexos mover el torno con mayor rapidez. La razón es que el movimiento del torno produce un mayor desgaste de los extremos del vidrio que del centro, sucediendo lo contrario con el movimiento de la rueda. La utilidad de estos diversos movimientos es manifiesta, pues puliendo los vidrios con la mano del modo que hasta ahora se ha utilizado, sería imposible hacer nada perfecto si no es por azar[114], aunque las formas fueran absolutamente perfectas. Pero si los pulimos con movimiento del torno sobre un modelo[115], entonces todos los pequeños defectos de este modelo marcarían círculos completos sobre el vidrio[116].

No adjunto aquí las demostraciones de cuestiones relacionadas con la Geometría, pues pienso que aque- A-T, VI, 225 llos que son un poco versados en esta ciencia podrán alcanzar el conocimiento de las mismas, siendo más fácil para quienes no lo son, el admitirlas que el tomarse la molestia de leerlas. Finalmente, con el fin de que se proceda con orden, desearía, en primer lugar, que se practicase el ejercicio de pulir vidrios planos por uno de sus lados y convexos por el otro, y que tuviesen la figura de una hipérbola, cuyos focos distasen entre sí dos o tres pies, pues tal magnitud es suficiente para poder observar con perfección objetos inaccesibles. Posteriormente, deberían pulir vidrios cóncavos de diferentes figuras, cuya concavidad fuese cada vez mayor, hasta

que se hubiese llegado a conseguir mediante la experiencia la figura precisa de aquel que hiciera de esta lente la más perfecta posible y la más proporcionada para el ojo que se fuera a servir de la misma, ya que estos vidrios deben ser un poco más cóncavos para aquellos que tienen la vista más corta. De este modo, disponiendo del vidrio cóncavo, dado que él mismo puede servir al mismo ojo para cualquier otra clase de lentes, no es necesario para las lentes utilizables en la observación de objetos inaccesibles, más que ejercitarse en la talla de otros vidrios convexos emplazables más lejos del cóncavo que el primero y pulir gradualmente otros, que deben ser distanciados cada vez más, aumentando proporcionalmente su tamaño hasta alcanzar la mayor distancia posible. Pero debe observarse que cuanto mayor distancia separe los vidrios convexos de los cóncavos, y en consecuencia del ojo, tanto mayor perfección debe tener la talla de los mismos, pues los mismos defectos aumentan la desviación de los rayos de
aquel punto al que deben ir. Como, por ejemplo, si el A-T, VI, 226
vidrio *F* desvía el rayo *CF* tanto como el vidrio *E* desvía *AE*, de suerte que los ángulos *AEG* y *CFH* sean iguales, es claro que *CF*, dirigiéndose hacia *H* se aleja más del punto *D*, a donde iría si no se produjera ninguna refracción, de lo que se desvía *AE* del punto *B*, dirigiéndose hacia *G*. En último lugar, la principal



cuestión en que desearía se ejercitasen es en pulir los vidrios convexos por ambos lados para aquellas lentes cuya finalidad fuera la observación de los objetos inaccesibles, y que habiéndose ejercitado en pulir previamente aquellas lentes que deben incluirse en pequeños tubos, puesto que son las más fácilmente logrables, gradualmente se ejerciten en la talla de aquellas que

exigen tubos de mayor longitud hasta que se lleguen a conseguir las correspondientes a los más largos que podamos utilizar. Y con el fin de que la dificultad que pueda encontrarse en la construcción de estas últimas lentes, no os aleje de tal trabajo, deseo afirmar que aunque el uso de estas lentes no seduzca tanto como el de los telescopios, que parecen prometer elevarnos a los cielos y mostrarnos astros y cuerpos tan particulares y, quizá, tan diversos como los que se ven sobre la Tierra, sin embargo juzgo que tales lentes son mucho más útiles, puesto que nos permitirán observar diversas mezclas y disposiciones de pequeñas partes de las que están compuestos los animales y plantas y, quizá, también de los otros cuerpos que nos rodean, obteniendo de tal observación una gran ventaja para nuestro conocimiento de la naturaleza. Pues, según la opinión
A-T, VI, 227 de numerosos filósofos, los cuerpos están formados por partes de elementos diversamente combinados y, según mi opinión, su naturaleza y esencia, en lo que se refiere por lo menos a los inanimados, no consiste sino en el grosor, la figura, el cambio y los movimientos de sus partes.

En relación con la dificultad que se encuentra cuando se desean construir cóncavos o convexos por ambos lados de forma que los centros de las dos hipérbolas de este vidrio estén opuestas la una a la otra, podrá fácilmente remediarse si mediante el torno logramos una exacta circunferencia y es exactamente igual a la de los mangos a los cuales se emplazarán fijamente para pulirlos; posteriormente, cuando se le unen, y el yeso, pez, cemento, mediante los cuales se unen, están aún frescos y flexibles, se les hace introducirse junto con sus mangos en un anillo en el que entren ajustados. No os hablo de otras muchas particularidades que deben observarse al cortarlos ni tampoco de otras particularidades que anteriormente afirmé eran necesarias para la construcción de estas lentes, pues no existe ninguna que opine sea capaz de paralizar a los espíritus capaces. Por otra parte, no deseo limitarme al alcance de los hábiles artesanos, sino que espero que los inventos que he descrito en este tratado sean apreciados como lo suficientemente atractivos e interesantes como para obligar a alguno de los espíritus más atentos e industriosos de nuestro siglo a dedicarse a su puesta en práctica.



LOS METEOROS



LOS METEOROS[1]

SOBRE LA NATURALEZA DE LOS CUERPOS TERRESTRES

Discurso Primero

A-T, VI, 231 Estamos, naturalmente, inclinados a tener una mayor admiración ante aquellos seres que están sobre nosotros, que ante cuantos nos rodean o están debajo de nosotros; aunque las nubes apenas rebasen las cimas de algunas montañas y aunque con frecuencia podamos ver que están a una altura menor que los vértices de nuestros campanarios, sin embargo, y a causa de que es necesario elevar nuestros ojos hacia el cielo para contemplarlas, las imaginamos tan sublimes que incluso los poetas y los pintores componen con ellas el trono de Dios, hacen que utilice sus propias manos para abrir y cerrar las puertas de los vientos, para derramar el rocío sobre las flores y para lanzar el rayo contra los altos picos rocosos. Todo esto hace surgir en mí la esperanza de que si logro explicar en este tratado su naturaleza de modo tal que ya no exista motivo alguno para admirarnos ante nada de lo que en el cielo se ve o de lo que del cielo desciende, fácilmente se podrá estimar que, de igual modo, es posible encontrar las causas de todo lo que provoca una mayor admiración sobre la Tierra.

A-T, VI, 232 En este primer discurso[2] me referiré a la naturaleza de los cuerpos terrestres en general, con el fin de poder explicar en el siguiente con mayor acierto la de las

exhalaciones y vapores. A continuación, puesto que estos vapores, surgiendo del interior del mar, dan lugar en ocasiones a la formación de sal sobre su superficie, aceptaré tal ocasión para realizar una breve descripción de la misma y para indagar si es posible conocer las formas de los cuerpos que, según los filósofos, están compuestos de elementos en mezcla perfecta, al igual que las de los meteoros que, dicen, no están compuestos sino según una mezcla imperfecta[3]. Seguidamente expondré el origen de los vientos, considerando cómo son arrastrados por el aire los vapores, pues a partir de su concentración en algunas regiones, podremos exponer la naturaleza de las nubes que allí surgen. Finalmente, por cuanto las nubes se deshacen, explicaré la causa de la lluvia, el granizo y la nieve, no olvidando aquéllas cuyas partes tienen la forma de pequeñas estrellas de seis puntas, perfectamente simétricas, y que, si bien no han sido observadas por los antiguos, no dejan por ello de constituir una de las más raras maravillas de la naturaleza[4]. Tampoco olvidaré las tempestades, el trueno, el rayo ni los diversos fuegos que surgen en el aire o las luces que en él mismo se observan. Pero, sobre todo, trataré de describir minuciosamente el arco iris, ofreciendo la explicación de sus colores en modo tal que pueda ser entendida la naturaleza de cuantos vemos en otros cuerpos. Completaré esto con la explicación de los colores que generalmente se ven en las nubes, así como con la de los círculos que rodean los astros y concluiré facilitando la causa por la que, a veces, son visibles varios soles o lunas.

Verdad es que dependiendo el conocimiento de estas A-T, VI, 233
cuestiones de los principios generales de la Naturaleza, que aún no han sido adecuadamente explicados (que yo sepa), será preciso servirme inicialmente de algunas suposiciones[5], tal y como ya he realizado en la Dióptrica; intentaré que sean tan simples y fáciles que no tengáis apenas dificultad en creerlas, aunque no las haya demostrado.

En primer lugar, supongo[6] que el agua, la tierra, el aire y cuantos cuerpos nos rodean están compuestos de diversas y pequeñas partes de figuras y tamaños diferentes, que jamás están tan bien ordenadas ni tan perfectamente unidas como para que no existan espacios en torno a cada una de ellas; asimismo, supongo que éstos no están vacíos, sino repletos de aquella materia sutil por medio de la cual he explicado antes que se comunicaba la acción de la luz. En segundo lugar, supongo que

las pequeñas partes de las que el agua está compuesta son largas, ligeras y deslizantes como pequeñas anguilas que, aunque se unan y se entrelacen, esto no se realiza en modo tal que no puedan ser fácilmente separables; por el contrario, casi todas las partes, tanto de la tierra como del aire y de la mayor parte de los otros cuerpos tienen formas muy irregulares y desiguales, de suerte que no pueden estar mínimamente unidas sin que se junten y entrelacen unas con otras, tal como sucede con las diversas ramas de los arbustos que crecen juntos en
A-T, VI, 234 un seto; unidas de este modo dan lugar a la formación de cuerpos duros como la tierra, la madera u otros parecidos. Por el contrario, si están simplemente amontonadas unas sobre otras, muy poco o nada entrelazadas y, a la vez, son tan pequeñas que pueden ser fácilmente reblandecidas y separadas por la agitación de la materia sutil que las rodea, deben ocupar mucho espacio y formar cuerpos líquidos muy raros y muy ligeros, como los aceites y el aire[7]. En tercer lugar, se debe pensar que la materia sutil que rellena los espacios existentes entre las partes de estos cuerpos es de tal naturaleza que no cesa jamás de moverse en todas direcciones con gran velocidad, aunque no sea exactamente la misma en todos los lugares y en todos los instantes, pues su velocidad es un poco mayor sobre la superficie de la tierra que en la altura del aire donde se encuentran las nubes y superior en los lugares próximos al ecuador que en los polos y, en el mismo lugar, es más alta en el verano que en el invierno y durante el día que durante la noche. La explicación de esto es evidente, si suponemos que la luz no es sino un cierto movimiento o acción en virtud de la cual los cuerpos luminosos empujan a esta materia sutil hacia cualquier punto alrededor de ellos y en línea recta, tal como ha sido explicado en la Dióptrica. De esto se deduce que los rayos del sol, tanto los incidentes como los reflejados la deben agitar más durante el día que durante la noche, más en verano que en invierno, más bajo el ecuador que bajo los polos y más cerca de la tierra que a la altura de las nubes. En cuarto lugar, es preciso pensar que esta materia sutil está compuesta de diversas partes que, aunque todas sean muy reducidas, sin embargo, siempre
A-T, VI, 235 lo son mucho menos unas que otras; a su vez, las más grandes o, hablando con más precisión, las menos pequeñas tienen siempre la fuerza mayor tal como generalmente sucede, pues los grandes cuerpos tienen una fuerza mayor que los más pequeños, cuando han

sido alterados con igual intensidad. Por tanto, cuanto menos sutil sea esta materia, es decir, cuanto menos pequeñas sean las partes de que está compuesta, mayor agitación puede producir en las partes de los otros cuerpos. Por esta misma razón se encuentra la menos sutil en los lugares y épocas en que está la más agitada, como en la superficie de la tierra más que en la proximidad de las nubes, bajo el ecuador más que bajo los polos, durante el verano más que durante el invierno y durante el día más que durante la noche. La razón de esto es que las mayores de estas partes, teniendo más fuerza, pueden más fácilmente avanzar hacia aquellos lugares en que, siendo mayor la agitación, pueden continuar su movimiento con mayor facilidad. Sin embargo, existen siempre cantidad de pequeñas partes que se introducen entre las de mayor tamaño, siendo de destacar que todos los cuerpos terrestres tienen un gran número de poros por donde pueden pasar las más pequeñas, y existen otros que los tienen tan reducidos o dispuestos de modo tal que impiden el paso de las de mayores dimensiones. Estos son ordinariamente los que se sienten más fríos cuando se les toca o cuando nos aproximamos a ellos. Así, puesto que se sienten más fríos los mármoles y los metales que la madera, debemos pensar que sus poros no reciben tan fácilmente las partes sutiles de esta materia y que los poros del hielo oponen aún una mayor dificultad que los de los mármoles o metales, en tanto que el hielo es aún más frío que éstos. Afirmo esto, pues para entender la explicación tanto del frío como del calor[8], no es A-T, VI, 236 necesario concebir sino que las pequeñas partes de los cuerpos que nosotros tocamos, siendo agitadas con mayor o menor fuerza que de costumbre, bien por las pequeñas partes de esta materia sutil o bien por cualquier otra causa, agitan también con mayor o menor fuerza las pequeñas fibras de nuestros nervios, que son los órganos del tacto; cuando las agitan más fuerte que de costumbre, se produce en nosotros el sentimiento del calor y, por el contrario, cuando las agitan menos, producen el del frío[9]. Asimismo, es muy fácil comprender que aunque esta materia sutil no separe las partes de los cuerpos duros, que son comparables a las ramas entrelazadas, de la misma forma que sucede con las del agua y las de todos los otros cuerpos que son líquidos, no cesa de agitarlas y hacerlas temblar más o menos, según sea su movimiento más o menos intenso y sus partes de mayor o menor tamaño, así

como el viento puede agitar todas las ramas de los arbustos de que está formada una empalizada sin arrancarlos de raíz. Finalmente, es preciso pensar que existe tal proporción entre la fuerza de esta materia sutil y la resistencia de las partes de los otros cuerpos que, cuando no sufre una agitación menor ni es más sutil de lo que suele serlo en regiones próximas a la tierra, tiene fuerza para agitar y hacer mover las pequeñas partes del agua entre las que se desliza y, de este modo, hacerla líquida; por el contrario, cuando no está más agitada ni A-T, VI, 237 es menos sutil de lo que suele ser en las regiones elevadas o, algunas veces, de lo que está en invierno en lugares próximos a la tierra, entonces no tiene fuerza suficiente para plegarlas y agitarlas de tal modo, siendo ésta la causa de que sus partes se fijen superpuestas y en modo desordenado, dando lugar a la formación de un cuerpo duro como el hielo. Así pues, podéis imaginar que existe la misma diferencia entre el agua y el hielo que entre un montón de pequeñas anguilas, vivas o muertas, flotando en el interior de la barca de un pescador, llena de orificios por los que pasa el agua de un río que las agita, y un montón de las mismas anguilas secas y rígidas por el frío sobre la orilla. Y puesto que el agua no se hiela sino cuando la materia que está entre sus partes es más sutil que de ordinario, de esto procede que los poros del hielo, formados en tal ocasión, no acomodándose sino al grosor de las partes de esta materia más sutil, se disponen de forma tal que no pueden recibir la materia que es menos sutil, estando por esta razón muy frío el hielo, aunque se guarde hasta el verano, reteniendo incluso su dureza sin reblandecerse poco a poco como la cera, a causa de que el calor no penetra en el interior[10] sino a medida que se hace líquida la parte superior[11].

Debe señalarse que entre las partes largas y resbaladizas de las que he dicho que estaba compuesta el agua, una mayor parte de ellas se pliega o deja de plegarse según que la fuerza de la materia sutil que las rodea sea un poco mayor o menor que de ordinario, tal y como acabo de explicar; pero también existen otras más A-T, VI, 238 gruesas que, no pudiendo plegarse de esta forma, dan lugar a la formación de las sales, y existen otras, aún más pequeñas, que siendo siempre plegables, componen los espíritus o aguas-de-vida, que nunca se hielan. Debe advertirse igualmente que cuando aquéllas, que forman el agua común, dejan de plegarse, su forma más natural para todas no es la de estar totalmente rectas como los

juncos, sino que en muchos casos están curvadas de modos diversos. En consecuencia, no pueden ordenarse en un pequeño espacio más que cuando la materia sutil, teniendo fuerza para plegarlas, acomoda las formas de unas con las de las otras. También es verdad que cuando la materia sutil tiene una fuerza superior a la que es necesaria para producir este efecto, da lugar a que se extiendan ocupando un mayor espacio, tal como se puede ver mediante la experiencia si se expone al aire cuando está helando una probeta u otra vasija parecida llena de agua valiente, cuyo cuello sea bastante largo y estrecho. Entonces este agua descenderá visiblemente poco a poco hasta que llegue a alcanzar cierto grado de frío; después paulatinamente aumentará y se elevará hasta que esté completamente helada, de modo que el mismo frío que había causado inicialmente su condensación o disminución, posteriormente la rarificará[12]. Igualmente se puede comprobar mediante la experiencia que el agua que ha sido calentada durante largo tiempo tarda más tiempo en helarse, lo cual se explica porque aquellas partes del agua que se pliegan menos se evaporan mientras que se calienta.

Pero, para que aceptéis todas estas suposiciones[13] con menos dificultad, sabed que no concibo las pequeñas partes de los cuerpos terrestres como átomos o partículas invisibles, sino que juzgándolas todas de una A-T, VI, 239 misma materia, creo que cada una podría ser subdividida en infinidad de maneras[14], y que no difieren entre sí sino como piedras de varias formas, que hubieran sido extraídas de una misma roca. Asimismo, sabed que para no romper la paz con los filósofos, no quiero en absoluto negar nada de lo que imaginan en los cuerpos además de lo que yo haya dicho, como sus *formas sustanciales*, sus *cualidades reales*, y cosas parecidas; sin embargo, me parece que mis razones deberán ser tanto más aprobadas, cuanto menor sea el número de cosas de que dependen[15].

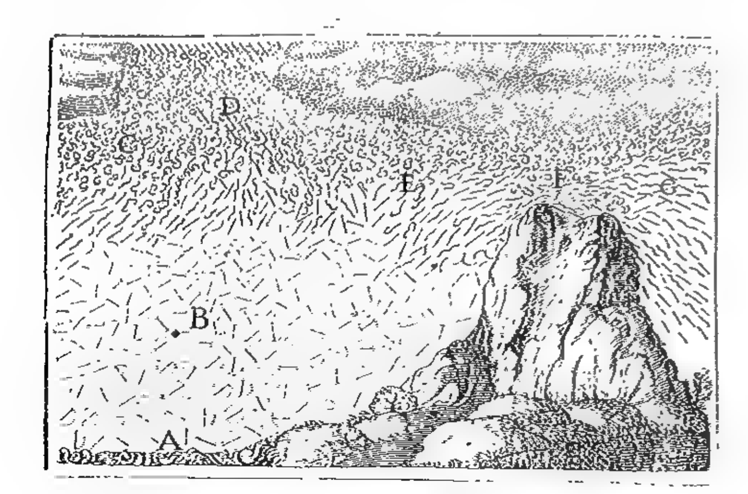
SOBRE LOS VAPORES Y LAS EXHALACIONES

Discurso Segundo

Si consideramos que la materia sutil que discurre a través de los poros de los cuerpos terrestres, estando

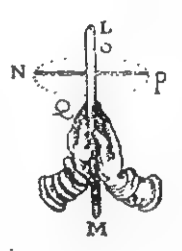
más agitada en un momento que en otro, bien por la presencia del sol o bien por cualquier otra causa, agita también con mayor fuerza las pequeñas partículas de estos cuerpos, fácilmente entenderemos que debe dar lugar a que cuantas son lo bastante pequeñas y, además, de tales formas o situadas de modo tal que pueden fácilmente separarse de sus vecinas[16], se expandan en diversas direcciones y se eleven en el aire; esto acontecerá A-T, VI, 240 no en virtud de alguna inclinación particular que tengan para ascender, o en virtud de que el sol tenga en sí alguna fuerza que las atraiga[17], sino solamente a causa de que no encuentran ningún otro lugar en el cual con tanta facilidad puedan continuar su movimiento, tal y como el polvo de un campo se eleva, aunque solamente sea empujado y agitado por los pies de algún caminante. Pues, aunque los granos de este polvo sean mucho más gruesos y más pesados que las pequeñas partículas de las que hablamos, no dejan por esto de elevarse; incluso se observa que alcanzan mucha mayor altura cuando una gran llanura está cubierta de gentes que se mueven, que cuando no es pisoteada más que por un solo hombre. Esto debe impedir que nos extrañemos de que la acción del sol eleve a bastante altura las pequeñas partículas de la materia de la cual se componen los vapores y las exhalaciones, puesto que se extiende durante el mismo tiempo sobre toda una mitad de la tierra y permanece durante días enteros. Pero daros cuenta de que estas pequeñas partículas que se elevan de este modo en el aire por la acción del sol, deben tener en su mayor parte la figura que he atribuido a las del agua, puesto que no hay ningunas otras que puedan tan fácilmente ser separadas de los cuerpos de los cuales forman parte; éstas serán solamente las que yo llamaría particularmente *vapores*, con el fin de distinguirlas de otras que tienen formas más irregulares y para las que reservaré el nombre de *exhalaciones*, ya que yo no conozco otro más apropiado[18]. Sin embargo, entre las exhalaciones también incluiré las que, teniendo poco más o menos la misma forma que las partículas del A-T, VI, 241 agua, pero siendo mucho más sutiles, componen los espíritus o aguas de vida, a causa de que ellas pueden fácilmente inflamarse[19], y excluiré las que, estando divididas como en varias ramas, son tan sutiles que no son aptas sino para componer el aire. En cuanto a las que, siendo un poco más gruesas, están divididas en ramas, es verdad que ellas no pueden apenas salir por sí mismas de los cuerpos duros donde se encuentran; pero

si alguna vez el fuego prende en estos cuerpos, las transforma todas en humo. Y también, cuando el agua se desliza entre sus poros, puede a menudo separarlas y arrastrarlas hacia arriba junto consigo, de la misma manera que el viento pasando a través de un seto se lleva las hojas o las pajas, que se encuentran entrelazadas entre sus ramas o más bien, como el agua misma impulsa hacia lo alto de un alambique las pequeñas partículas de los aceites que los alquimistas tienen costumbre de sacar de las plantas secas, cuando habiéndolas empapado con mucha agua, destilan todo conjuntamente y logran por este medio que el poco aceite que ellas contienen suba con la gran cantidad de agua que está por en medio. Pues, en efecto, la mayor parte de éstas son las mismas que tienen costumbre de componer estos aceites. Observemos, además, que los vapores ocupan siempre mucho más espacio que el agua, aunque no estén formados sino de las mismas partículas, porque, mientras estas partículas componen el agua, no se mueven sino con la fuerza suficiente para plegarse y entrelazarse resbalando las unas contra las otras, tal como se ven representadas hacia *A*; por el contrario, cuando tienen la forma de un vapor, su agitación es tal que giran muy rápidamente hacia todas partes y despliegan la misma actividad, en toda su longitud[20]. Por A-T, VI, 242



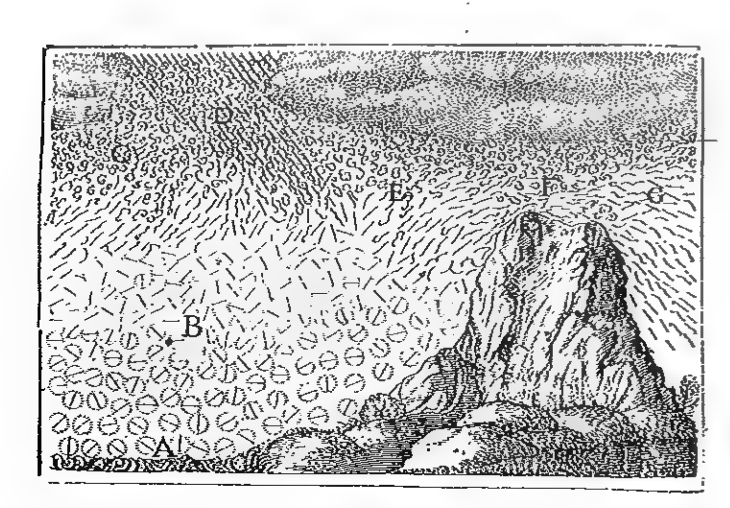
tanto, cada una de éstas tiene fuerza para expulsar[21] alrededor de sí todas aquellas parecidas que tiendan a entrar en la pequeña esfera que describe, tal como se ve

representado en *B*. Del mismo modo, si hacéis girar bastante rápido el pivote *LM* atravesado por la cuerda *NP*, veréis que esta cuerda se mantendrá en el aire tensa y horizontal, ocupando de este modo todo el espacio
A-T, VI, 243 comprendido en el círculo *NOPQ*, y de tal modo que no podrá introducirse en él ningún otro cuerpo sin que sea golpeado con fuerza provocando su expulsión de él; pero si la movéis más lentamente, se ensortijará alrededor de este pivote y de, este modo, no ocupará tanto espacio[22].



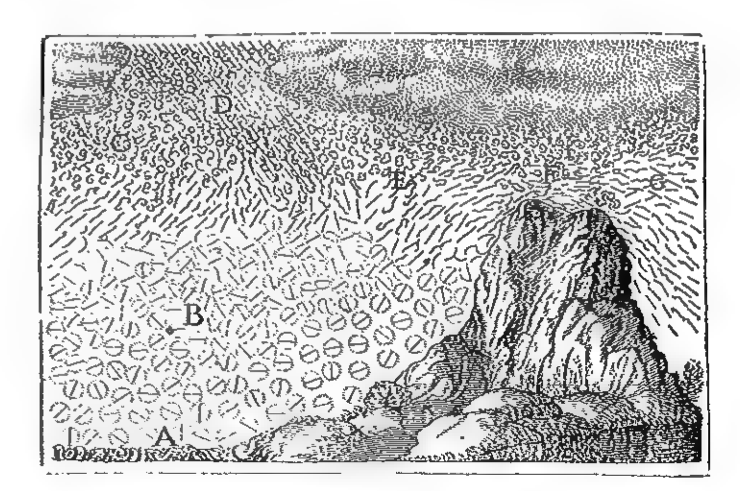
Además es preciso señalar que según circunstancias estos vapores pueden, según ocasiones, estar más o menos comprimidos o dilatados, más o menos calientes o fríos, más o menos transparentes o ennegrecidos, más o menos húmedos o secos. Pues, en primer lugar, cuando las partes que forman estos vapores no están suficientemente agitadas como para mantenerse tensas en línea recta, comienzan a plegarse y a aproximarse las unas a las otras, tal como aparecen representadas hacia *C* y *D*; o bien, cuando están comprimidas entre montañas o por la acción de diversos vientos que, siendo opuestos, impiden el que se provoque la agitación del aire o bien cuando no pueden extenderse en tanto espacio como su agitación requeriría por encontrarse debajo de algunas nubes, tal como si estuvieran hacia *E*; finalmente, cuando varias de ellas, empleando la mayor parte de su agitación en moverse hacia un mismo lado, no continúan girando con la fuerza habitual, según se ve hacia *F*, por donde, saliendo del espacio *E*, generan un viento que sopla hacia *G*[23]; es claro que los vapores a que dan lugar son más densos y están más comprimidos que cuando no concurren ninguna de estas circunstancias[24]. Es asimismo claro que, suponiendo que el vapor situado hacia *E* está tan agitado como el que lo está hacia *B*, se deba encontrar mucho más caliente, debido a que sus partículas estando más apretadas tienen más

fuerza, de la misma manera que el calor de un hierro al rojo es mucho más ardiente que el de los carbones o el A-T, VI, 244 de la llama. Por esta causa, sentimos a menudo en verano un calor más fuerte y más sofocante cuando el aire, estando calmado y siendo igualmente presionado por todos los lados, incuba una lluvia, que cuando es más claro y más sereno. Sin embargo, el vapor que está hacia *C* es más frío que el que está hacia *B*, aunque sus partículas estén un poco más apretadas, porque yo las supongo mucho menos agitadas. Por el contrario, el que está hacia *D* es más caliente, ya que sus partículas se suponen mucho más apretadas y sólo un poco menos agitadas. Y el que está hacia *F* es más frío que el que está hacia *E*, aunque sus partículas no estén ni menos A-T, VI, 245 apretadas ni menos agitadas ya que se mueven en el mismo sentido, lo que es causa de que no puedan alterar las pequeñas partículas de los otros cuerpos: así como un viento constante y de igual intensidad, aunque muy fuerte, no agita tanto las hojas y las ramas de un bosque como uno de menor intensidad que sea intermitente y variable. Y podréis conocer por experiencia que es en esta agitación de las partículas de los cuerpos terrestres en lo que consiste el calor, si soplando bastante fuerte contra vuestros dedos estando juntos, os dais cuenta de que el aliento que ha de salir de vuestra boca os producirá sensación de frío sobre la superficie de vuestra mano, por donde pasando muy deprisa y con igual fuerza, no causará casi agitación; por el contrario lo sentiréis bastante caliente entre los dedos, por donde



pasando más desigual y lentamente agitará más sus partículas; así como se siente también siempre caliente cuando se sopla teniendo la boca muy abierta, y frío cuando se sopla teniéndola casi cerrada. Y por esta misma razón es por lo que ordinariamente los vientos impetuosos se sienten fríos y por lo que casi no hay ninguno caliente que no sea lento.

Además, los vapores representados en *B*, en *E* y en *F* son transparentes y no pueden ser distinguidos mediante la vista del resto del aire ya que moviéndose muy rápidamente y con el mismo movimiento que la materia sutil que los rodea, no pueden sino padecer la acción de los cuerpos luminosos, que la reciben junto con ella. Por el contrario el vapor que se encuentra hacia *C* comienza a volverse opaco u oscuro a causa de que sus partes no A-T, VI, 246 obedecen ya tanto a esta materia sutil, como para que puedan ser movidas por ella en todas direcciones. Y respecto al vapor que está en *D* no puede ser tan oscuro como el que se encuentra hacia *C*, puesto que es más caliente; así observáis que en invierno el frío hace



aparecer el aliento y el sudor de los caballos cansados bajo la forma de una humareda muy espesa y oscura y, por el contrario, en verano es invisible ya que el aire es más caliente. Asimismo, no debemos dudar que el aire no contenga frecuentemente tantos o más vapores cuando en modo alguno pueden verse que cuando se ven. Pues, ¿cómo podría acontecer sin un milagro que en época de verano y en pleno mediodía, el sol, dando

sobre un lago o un pantano, dejara de elevar de allí muchos vapores, cuando incluso se observa que por entonces las aguas se secan y disminuyen mucho más que en tiempo frío y oscuro? Finalmente, los que están A-T, VI, 247 hacia *E* son más húmedos, es decir, están más dispuestos a convertirse en agua y a mojar o humedecer los otros cuerpos como hace el agua, que los que están en *F*. Pues, por el contrario, éstos son secos puesto que golpeando con fuerza los cuerpos húmedos que encuentran, pueden sacar y llevarse consigo las partes de agua que en ellos se encuentran y, por este medio, desecarlos. De igual modo experimentamos que los vientos impetuosos son siempre secos y que los húmedos son débiles. Y se puede decir que estos mismos vapores, que están en *E*, son más húmedos que los que están en *D*, a causa de que sus partes, estando más agitadas, pueden introducirse más fácilmente en los poros de los otros cuerpos para humedecerlos; pero también podemos decir, en otro sentido, que lo son menos a causa de que la excesiva agitación de sus partes les impide adoptar con tanta facilidad la forma del agua.

Por lo que respecta a las exhalaciones, son capaces de muchas más cualidades que los vapores, porque puede darse una mayor diferenciación entre sus partes. Pero será suficiente aquí que dejemos constancia de que las más gruesas no son casi otra cosa que tierra, como se puede comprobar si observamos el fondo de una jarra después de haber dejado reposar en la misma agua de nieve o de lluvia; las más sutiles no son otra cosa que esos espíritus o aguas-de-vida, que se elevan siempre los primeros al destilar los cuerpos; entre las medianas, unas participan de la naturaleza de las sales volátiles y A-T, VI, 248 otras de la de los aceites o, más bien, de los humos que se desprenden al realizar su combustión. Y, aunque la mayor parte de estas exhalaciones no toman altura sino mezcladas con los vapores, no dejan de ser fácilmente[25] separables de éstos, bien por sí mismas, tal como los aceites se separan del agua con la cual se destilan, bien en virtud de la agitación de los vientos que provocan su reunión en uno o varios cuerpos de la misma manera que los campesinos, batiendo su crema, separan la mantequilla de la leche, o bien tal separación se produce incluso también frecuentemente en virtud de que siendo más o menos pesadas y estando más o menos agitadas que los vapores, se detienen en una región más baja o más alta que la de los vapores. Y ordinariamente los aceites suben menos alto que las aguas-de-vida y las que

no son más que tierra[26] ascienden aún menos que los aceites. Pero no hay ninguna de ellas que alcance menor altura que aquellas partículas que componen la sal común; aunque éstas no sean propiamente exhalaciones ni vapores a causa de que nunca sobrepasan la superficie del agua, sin embargo no deseo omitir una consideración de las mismas tanto porque es en virtud de la evaporación del agua por lo que llegan a alcanzar este punto, como porque hay varias circunstancias muy destacables y que pueden ser cómodamente explicadas en este momento[27].

SOBRE LA SAL

Discurso Tercero

A-T, VI, 249 La salinidad del mar[28] no se mantiene sino en virtud de esas gruesas partículas que integran su agua y de las que anteriormente he afirmado que no pueden ser plegadas como las otras por la acción de la materia sutil, ni incluso ser agitadas sin la mediación de las más pequeñas. Pues, en primer lugar, si el agua no estuviera compuesta de algunas partículas, tal como anteriormente he supuesto, sería igualmente fácil o difícil para ella el dividirse en partes de cuantas y cualesquiera formas, de manera que no penetraría con la facilidad que lo hace en los cuerpos que tienen los poros un poco anchos como en la cal y en la arena; o bien, podría penetrar en aquellos cuyos poros son más estrechos, como el vidrio y los metales. Asimismo, si estas partículas no tuvieran la figura que les he atribuido, cuando están en los poros de otros cuerpos, no podrían ser expulsadas tan fácilmente por la agitación de vientos o por el calor, tal como ha sido experimentado suficientemente para los aceites u otros líquidos grasos cuyas partículas hemos dicho que tenían figuras distintas, pues no se las puede expulsar casi nunca de modo total de aquellos cuerpos en que han penetrado. Finalmente, ya que no encontramos cuerpos en la naturaleza que sean tan perfectamen-

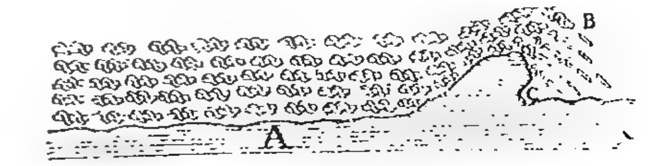


te semejantes entre sí como para que no exista casi A-T, VI, 250 siempre alguna diferencia en su grosor, tampoco debemos tener ninguna dificultad en pensar que las partículas de agua no son todas exactamente iguales y, particularmente, que en el mar, receptáculo de todas las aguas, se encuentran algunas tan gruesas que no pueden ser plegadas como las otras por la fuerza que generalmente las mueve. Y quiero intentar aquí mostrar que esto sólo es suficiente para explicar todas las cualidades propias de la sal[29]. Así, no es extraño que tenga un gusto picante y penetrante, totalmente diferente del que posee el agua dulce, pues no pudiendo ser plegadas por la materia sutil que las rodea, deben penetrar siempre de punta en los poros de la lengua y, de este modo, introducirse lo suficiente como para pincharla; por el contrario, las que componen el agua dulce, deslizándose sobre la lengua en posición plana, a causa de la facilidad que tienen para plegarse apenas pueden ser gustadas. Las partículas de la sal, penetrando de igual forma en los poros de la carne que se desea conservar, no sólo eliminan la humedad sino que también son como otros tantos bastoncillos plantados aquí y allá entre sus partículas, donde, permaneciendo firmes y sin plegarse, las sostienen e impiden que las otras más flexibles que están entre ellas, las alteren agitándolas, y de este modo no se corrompen los cuerpos que componen. Asimismo se explica que estas carnes se endurezcan con el paso del tiempo; por el contrario, las partículas de agua dulce, plegándose y deslizándose A-T, VI, 251 dentro de sus poros podrían contribuir a reblandecerlas y a corromperlas. Además, no debe producir extrañeza que el agua salada sea más pesada que la dulce, ya que está compuesta de partículas que, siendo más gruesas y macizas, pueden acoplarse en menor espacio, dependiendo de esto la pesantez[30]. Pero es necesario considerar por qué estas partículas más pesadas y macizas permanecen mezcladas con aquellas que lo son menos, cuando parece que deberían ir naturalmente a depositarse en el fondo. La razón, al menos para las de la sal común, es que son igualmente gruesas por los dos extremos y totalmente rectas como tantos otros bastoncitos[31]; si existiesen algunas en el mar que fueran más gruesas por un extremo que por el otro, por lo mismo serían más pesadas en tal extremo, habiendo tenido bastante tiempo desde que el mundo existe para depositarse en el fondo; si algunas estuviesen curvadas, han tenido igualmente tiempo para encontrar cuerpos duros

y unirse a ellos por haber penetrado en sus poros, puesto que habiendo penetrado en éstos, no hubieran podido liberarse tan fácilmente como las que son rectas e iguales en ambos extremos. Pero éstas, permaneciendo tendidas transversalmente unas sobre otras, hacen posible a las de agua dulce, permaneciendo en perpetua agitación, que se dispongan alrededor de ellas, colocándose y disponiéndose con un cierto orden que posibilita el que puedan continuar moviéndose más fácil y más rápidamente que si estuvieran solas. Pues, cuando se encuentran enroscadas alrededor de las otras, la fuerza de la materia sutil que las agita, no es empleada sino para hacer que ellas giren muy rápidamente alrededor de las que circundan y que se muevan en todas direcciones sobre las otras sin modificar por esto
A-T, VI, 252 ninguno de sus pliegues; por el contrario, estando solas como aquellas que componen el agua dulce, se entrelazan necesariamente de tal forma que es necesario que una parte de la fuerza de la materia sutil sea empleada para plegarlas y separar las unas de las otras y, por tanto, no puede hacerlas mover tan fácilmente ni con tanta velocidad. Siendo, pues, verdadero que estas partículas de agua dulce pueden moverse más fácilmente cuando están enrolladas alrededor de las de sal que cuando están solas, no es maravilla alguna que adopten tal disposición cuando están bastante próximas y que, por tanto, teniéndolas rodeadas, se impida que la desigualdad de su peso las separe. Por ello, fácilmente se licúa la sal en agua dulce o con sólo estar expuesta al aire en tiempo húmedo; y, sin embargo, no es posible disolver en una cantidad de agua sino otra cantidad determinada de sal, a saber: tanta como para que las partículas plegables de este agua puedan abrazar las de la sal al situarse alrededor de ellas. Y, sabiendo que los cuerpos transparentes, lo son tanto más cuanto menos impiden los movimientos de la materia sutil que está en el interior de sus poros, se puede comprender que el agua del mar debe ser naturalmente más transparente y causar mayores refracciones que la de los ríos. Igualmente se observa que no debe helarse tan fácilmente conociendo que el agua no se hiela sino cuando la materia sutil que está entre sus partículas no tiene fuerza para agitarlas. E incluso podemos comprender a partir de esto la explicación del extraño procedimiento que permite obtener hielo en verano y que es uno de los más bellos que conocen los observadores, aunque no
A-T, VI, 253 sea de los más raros. Disponen sal mezclada con igual

cantidad de hielo o nieve picada, rodeando un vaso lleno de agua dulce y, sin otro artificio, a medida que esta sal y esta nieve se fundan juntas, el agua contenida en el vaso se va convirtiendo en hielo. La explicación de tal fenómeno es que la materia sutil, que rodeaba las partículas de esta agua, siendo de mayor grosor o menos sutil y, en consecuencia, teniendo más fuerza que la que estaba alrededor de las partículas de esta nieve, va a ocupar su lugar a medida que las partículas de la nieve al licuarse, se dispongan alrededor de las de la sal, pues puede moverse con más facilidad a través de los poros de agua salada que de los del agua dulce, tendiendo asimismo y de modo incesante a pasar de un cuerpo a otro, para introducirse en aquéllos en los que su movimiento se vea menos dificultado. De este modo la materia más sutil que estaba en la nieve, penetra en el agua para sustituir a la que de allí sale y puesto que no tiene bastante fuerza para mantener la agitación del agua, es por lo que ésta se hiela. Una de las principales cualidades de las partículas de la sal es que estén muy fijas, es decir, que no puedan elevarse en forma de vapor como las de agua dulce. La causa no sólo es que por ser más gruesas son más pesadas, sino también que, siendo rectas y largas, apenas pueden estar suspendidas en el A-T, VI, 254
aire, bien deban ascender o descender, sin que uno de sus extremos no se incline; de esta forma pasan a ser perpendiculares a la tierra y, estando en esta posición, tanto para ascender como para descender, es más fácil cortar el aire que en ninguna otra posición. Esto no ocurre de igual forma con las partes del agua dulce, ya que siendo más fácilmente plegables, nunca permanecen totalmente rectas sino girando con gran velocidad; por el contrario, las de la sal nunca podrían girar de esta manera, pues encontrándose las unas con las otras y golpeándose sin poder plegarse estarían necesariamente forzadas a detenerse o a interrumpir su movimiento. Pero, cuando se encuentran suspendidas en el aire, teniendo uno de sus extremos hacia abajo, tal como ha sido expuesto, es evidente que deben descender más bien que ascender, puesto que la fuerza que podría empujarlas hacia arriba interviene mucho menos que si estuvieran tumbadas; e interviene tanto menos, cuanto que la cantidad de aire que opone resistencia a su extremo es menor de lo que sería aquella que resistiría a su longitud; por el contrario, siendo siempre igual su peso, intervienen tanto más cuanto que esta resistencia del aire es menor. Si añadimos a esto que el agua del

mar se endulza cuando atraviesa arena, ya que a las partículas de sal al no plegarse les es imposible fluir como lo hacen las de agua dulce a través de los pequeños y sinuosos caminos que circunvalan los granos de arena, sabremos que las fuentes y los ríos, no estando compuestos sino de aguas que han sido emanadas en forma de vapores o bien que han pasado a través de mucha arena, no deben ser salados; y también que todas estas aguas dulces llegadas al mar, no aumentan
A-T, VI, 255 sus dimensiones ni disminuyen su salinidad, puesto que constantemente salen otras tantas, elevándose en forma de vapores para volver a caer en forma de lluvia o de nieve sobre la tierra; la mayor parte de éstas penetran por conductos subterráneos hasta el interior de las montañas, donde el calor que está dentro de la tierra, elevándolas también en forma de vapor hacia sus puntos más altos, hace que surtan las fuentes de los manantiales y de los ríos. Asimismo sabremos que el agua del mar debe ser más salada bajo el ecuador que en los polos si consideramos que el sol, teniendo gran intensidad en aquel punto, da lugar a la formación de muchos vapores que no vuelven a caer posteriormente en los mismos lugares de donde han surgido, sino de ordinario en otros más próximos a los polos tal como explicaré más adelante con mayor detalle. Por lo demás, si no sucediese que no deseo detenerme en una explicación pormenorizada de la naturaleza del fuego, aún añadiría aquí por qué el agua del mar es menos adecuada para apagar los incendios que la de los ríos y por qué centellea durante la noche cuando se encuentra agitada, pues las partículas de sal siendo muy fáciles de agitar, puesto que están como suspendidas entre las del agua dulce, y teniendo mucha fuerza después de adquirir tal agitación ya que son rectas e inflexibles, pueden no sólo aumentar la llama cuando se las arroja en él, sino también causarla si salen con ímpetu del agua en que se encuentran. Como si el mar que está hacia *A*,
A-T, VI, 256 siendo empujado con fuerza hacia *C*, encuentra en tal punto un banco de arena o cualquier otro obstáculo que la haga subir hacia *B*, el movimiento que esta



agitación causa a las partículas de la sal puede provocar que las primeras que vengan por el aire se separen en tal lugar de las del agua dulce que las envolvían y que, encontrándose solas hacia *B* y a cierta distancia la una de la otra, engendren pequeñas chispas bastante semejantes a las que salen de las piedras cuando se las golpea. Es verdad que para tal efecto se requiere que estas partículas de sal sean muy rectas y deslizantes con el fin de que se puedan separar más fácilmente de las del agua dulce: por ello se explica que no lleguen a estar limpias ni la salmuera ni el agua del mar que han permanecido largo tiempo depositadas en algún vaso. También se requiere que las del agua dulce no presionen en demasía las de la sal; por ello, esas chispas aparecen con más frecuencia cuando hace calor que cuando hace frío; además, es preciso que la agitación del mar sea bastante fuerte: por ello no se producen chispas al mismo tiempo en todas sus olas; finalmente se requiere que las partículas de la sal se muevan de punta como las flechas, y no transversalmente: ésta es la causa de que todas las gotas que brotan de una misma agua no brillen del mismo modo.

A continuación, consideremos por qué la sal cuando se ha formado flota sobre el agua aunque sus partículas sean fijas y pesadas; y por qué se forman allí pequeños granos que tienen una figura cuadrada casi semejante a la de un diamante tallado en plancha, exceptuando la
más ancha de sus caras por estar un poco hueca. En A-T, VI, 257
primer lugar, es necesario para que acontezca este efecto, que el agua del mar sea retenida en fosas para evitar tanto la agitación continua de las olas como la afluencia del agua dulce, que las lluvias y los ríos vierten sin cesar al océano. Es necesario también un tiempo cálido y seco con el fin de que la acción del sol sea bastante fuerte para hacer que las partes de agua dulce, que se envuelven alrededor de las de sal, se evaporen[32]. También es preciso señalar que la superficie del agua debe estar siempre igual de unida, como también la de todos los otros líquidos; la explicación de este fenómeno reside en que sus partículas se mueven entre ellas de la misma forma y con un único vaivén y en que las partículas de aire que la tocan también se mueven entre ellas de igual modo, pero éstas no se mueven de la misma manera ni en la misma forma que aquéllas; además, es particularmente preciso que la materia sutil que está alrededor de las partículas del aire se mueva de modo totalmente distinto a la que está alrededor de las

partículas del agua. Tal es la causa de que sus superficies, frotándose la una contra la otra, se pulan de la misma manera que si fueran dos cuerpos duros, exceptuando el que es demasiado fácil y casi se realiza en un instante, porque sus partes no estando unidas de ninguna manera las unas a las otras, se acomodan todas desde el primer golpe, tal como es requerido para este fin. Y esto es también causa de que la superficie del agua sea mucho más difícil de escindir que el interior, según se ve por experiencia ya que todos los cuerpos bastante pequeños, aunque de materia muy pesada, como son las
A-T, VI, 258 pequeñas agujas de acero, pueden flotar y mantenerse
en la superficie cuando ésta aún no ha sido escindida; por el contrario, cuando lo ha llegado a ser, descienden hasta el fondo sin detenerse. A continuación de esto, es preciso considerar que cuando el calor del aire es lo bastante intenso como para formar la sal, puede no solamente hacer salir fuera del agua del mar algunas de las partículas plegables que allí se encuentran y hacerlas subir en forma de vapor, sino también hacerlas ascender con tal velocidad que antes de que hayan podido situarse alrededor de las de sal, alcancen la parte superior de la superficie del agua donde llevándolas consigo, no acaban de desplegarse antes de que el orificio practicado por ellas en esta superficie para salir se haya vuelto a cerrar; por tal razón estas partículas de sal permanecen allí solas flotando en la superficie tal como lo veis representado en *D*. Cuando esto sucede, estando acostadas todo lo largas que son, no tienen peso suficiente para hundirse al igual que tampoco las agujas de acero de las que acabo de hablar. Unicamente dan lugar a que se curve un poco y se pliegue la superficie bajo ellas en virtud de su peso al igual que lo producen estas agujas. De manera que estando sembradas por aquí y por allá sobre esta superficie dan lugar a la formación de varias y pequeñas fosas o sinuosidades; a

continuación, las otras que llegan, encontrándose sobre las pendientes de estas fosas, ruedan y resbalan hacia el fondo donde van a unirse con las primeras. Y es preciso señalar aquí que de cualquier parte que provengan, deben colocarse precisamente junto con las primeras tal A-T, VI, 259
como lo veis en *E*, al menos las segundas y, a menudo, también las terceras, puesto que por este medio, descienden algo más de lo que podrían hacer si permaneciesen en alguna otra situación, como la que se ve en *F* o en *G* o en *H*. Asimismo, el movimiento del calor, que sacude siempre algo esta superficie, ayuda a colocarlas de esta forma. Después cuando hay en cada fosa dos o tres, unas junto a otras, las que allí vengan de más se pueden unir todavía a ellas en el mismo sentido si aún no se encuentran dispuestas en forma alguna determinada; pero si ocurre que cuelgan más hacia los extremos de las precedentes que hacia los lados, entonces se van a disponer en dirección opuesta, en ángulo recto, tal como veis en *E*; por este medio, descienden un poco más de lo que ellas podrían hacer si se dispusieran de otra manera, como están en *L* o en *M*.

Y puesto que se dan tantas que se localizan contra los extremos de las dos o tres primeras, como las que se van a colocar contra sus lados, esto explica que, situándose del modo descrito varias centenas muy juntas, formen primeramente una tablilla que, a simple vista, parece muy cuadrada y que es como la base del grano de sal que comienza a formarse. Y es preciso señalar que habiendo solamente tres o cuatro tumbadas en el mismo sentido como en *N*, las situadas en el centro descienden un poco más que las de los extremos; mas viniendo otras que allí se unen de través, como en *O*, A-T, VI, 260
éstas ayudan a las situadas en los extremos a descender casi tanto como las del centro y en tal manera que la pequeña superficie cuadrada que servirá de base a un grano de sal, formándose ordinariamente de varias centenas unidas, no puede parecernos a simple vista

más que totalmente plana, aunque siempre esté un poco curvada. Ahora bien, a medida que las proporciones de esta superficie aumentan, desciende progresivamente, pero tan lentamente que hace plegar bajo sí la superficie del agua sin cortarla. Y cuando ha llegado a adquirir una determinada magnitud, entonces se sitúa a su vez a una profundidad tal que las partículas de sal, que se dirigen de nuevo hacia ella, en lugar de detenerse contra sus extremos pasan por encima y ruedan en el mismo sentido y de la misma forma que las precedentes rodaban sobre el agua. Por tal razón se forma allí una nueva superficie cuadrada, que desciende de la misma manera paulatinamente. Las nuevas partículas de sal que se dirigen hacia ella pueden aún sobrepasarla, formándose una tercera superficie y así sucesivamente. Pero hay que hace constar que las partículas de la sal que forman la segunda de estas superficies no ruedan tan fácilmente sobre la primera como lo hacían aquellas que dieron lugar a la formación de la primera superficie, pues no encuentran una superficie tan unida ni que las permita correr tan libremente[33]; de aquí que frecuentemente no se deslicen hasta el centro que, permaneciendo vacío por tal razón, dará lugar a que esta segunda superficie descienda con menor rapidez que la primera,
A-T, VI, 261 pero llegará a ser un poco más grande antes de que la tercera comience a formarse. Y de nuevo, el centro de ésta permaneciendo vacío llega a ser un poco más grande que la segunda y así sucesivamente hasta que el grano entero que se compone de un gran número de tales pequeñas superficies superpuestas esté acabado, es decir, hasta que no pueda aumentar de tamaño por haber llegado a tocar los bordes de los otros gránulos vecinos. En relación con el tamaño de la primera superficie que le sirve de base, depende del grado de calor que agite el agua mientras que se forma, pues cuanto más agitada está el agua, tanto más las partículas de sal que flotan hacen plegar su superficie; por ello esta base permanece más pequeña, e incluso el agua puede estar tan agitada que las partículas de sal irán al fondo antes de que se haya dado lugar a la formación de grano alguno. De los cuatro flancos de esta base surgen cuatro frentes con una cierta inclinación que, manteniéndose siempre constante el calor durante todo el tiempo en el que se forma el grano, no depende sino de las causas explicadas; pero si el calor aumenta progresivamente, esta inclinación se reducirá y, por el contrario, aumentará si el calor disminuye; de forma

que si aumenta y disminuye a intervalos, se dará lugar a la formación de pequeños escalones a lo largo de estas caras. En relación con los cuatro bordes o lados que unen estas cuatro caras no son ordinariamente muy puntiagudos ni están muy lisos pues las partículas que se unen a los lados de este grano, según hemos dicho, lo hacen extendiéndose; pero en relación con aquellas que golpean contra sus ángulos, se colocan más fácilmente en otro sentido, a saber, tal como están representadas en *P*. Por esta razón estas esquinas son más obtusas y



desiguales, los granos de sal son más frágiles allí que en A-T, VI, 262
otros lugares y, también, la cavidad que se forma en el centro posee más bien forma circular que cuadrada. Además de esto, porque las partículas que componen estos granos se van a unir confusamente y sin otro orden que el que acabo de explicar, sucede a menudo que sus extremos en lugar de tocarse, dejan entre ellos bastante espacio para colocar algunas partículas de agua dulce que allí se encierra, permaneciendo allí plegadas tal como veis en *R*, mientras tengan una



velocidad media; pero cuando un calor muy intenso las agita, tienden con mucha fuerza a extenderse y a desplegarse tal como ya explicamos que acontecía cuando el agua se dilataba en forma de vapor; esto motiva que rompan estas cavidades de repente y produciendo un estallido. Esta misma es la razón por la que los compactos granos de sal rompen, saltando y estallando cuando son arrojados al fuego y por la que no sucede tal cuando han sido pulverizados, pues en tal situación ya han sido anuladas estas cavidades. Además, el agua del mar puede no estar exclusivamente compuesta de las partículas que ya he descrito; también pueden encontrarse mezcladas con otras que, aunque

sean mucho más tenues, tengan una figura tal que puedan mantenerse y mezclarse con las de la sal cuando está formándose; de este modo pueden contribuir a que adquiera la sal blanca, cuando acaba de formarse, ese olor a violeta tan agradable o bien el color oscuro característico del negro o cualquiera de las variedades
A-T, VI, 263 que pueden señalarse en las sales y que sólo dependen de las diversas aguas en que se han formado. Finalmente no os debe producir extrañeza que la sal sea tan desmenuzable y tan fácil de romper como lo es, pensando en la forma en que se unen sus partes, ni que, estando pura, sea tan blanca y transparente, pensando en su grosor y en la naturaleza del color blanco que posteriormente explicaremos; igualmente no debe asombrar que se rompa con gran facilidad sobre el fuego cuando está entera considerando que hay varias partículas de agua dulce en el interior de las de la sal, ni que se rompa con mayor dificultad estando bien pulverizada y muy seca, de modo que no quede nada de agua dulce, señalando que no se puede fundir estando en tal circunstancia si sus partículas no se pliegan y que éstas no pueden sino plegarse difícilmente. Pues aunque podamos fingir que en otro tiempo todas las partículas del agua del mar han sido más o menos plegables según grados[34], se debe pensar que todas aquellas que han podido envolverse alrededor de algunas otras, se han ablandado poco a poco y han adquirido una gran flexibilidad; por el contrario, las que no han llegado a adoptar tal posición han permanecido enteramente rígidas, existiendo, por tanto, en esto gran diferencia entre las partículas de la sal y las del agua dulce. Ahora bien, las unas y las otras deben ser[35] redondas: a saber, las de agua dulce como cuerdas[36] y las de la sal como cilindros o bastones, puesto que todos los cuerpos que se mueven de diversas maneras y durante largo tiempo tienden a tomar forma esférica. También puede conocerse cuál es la naturaleza de este agua extremadamente agria y fuerte que puede disolver el oro y que los alquimistas nombran como el espíritu o aceite de sal, ya
A-T, VI, 264 que no se extrae sino en virtud de la violencia de un intenso fuego a partir de la sal pura o bien de sal mezclada con algún otro cuerpo muy seco y muy compacto, como un ladrillo, que no sirve sino para impedir que se funda; es evidente que sus partículas son las mismas que han compuesto con anterioridad la sal, pero que no han podido ascender por el alambique y así, de fijas, llegar a ser volátiles, sino después de chocar

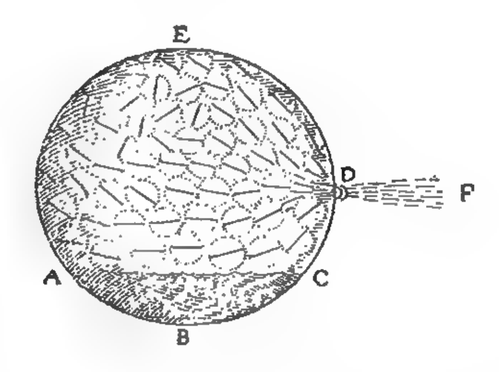
las unas contra las otras a fuerza de ser agitadas por el fuego y, de este modo, de rígidas e inflexibles como eran, han llegado a ser fácilmente plegables: y por el mismo medio, de redondas con forma de cilindros se convierten en llanas y cortantes así como las hojas del iris o del gladiolo pues sin acontecer esto no habrían podido plegarse. A continuación, también es fácil juzgar la causa del gusto que tienen, muy diferente al de la sal, pues tumbándose a lo largo sobre la lengua y apoyándose sus cortes contra las extremidades de los nervios y rodando sobre ellas, los cortan y deben agitarlos de modo muy distinto a como lo hacían anteriormente y en consecuencia causan otro gusto, a saber el que se llama gusto agrio. Podría darse igualmente explicación de todas las otras propiedades de este agua, pero el tema se prolongaría indefinidamente y será mejor que, retornando a la consideración de los vapores, comencemos a examinar cómo se mueven en el aire y cómo allí causan los vientos.

SOBRE LOS VIENTOS

Discurso Cuarto

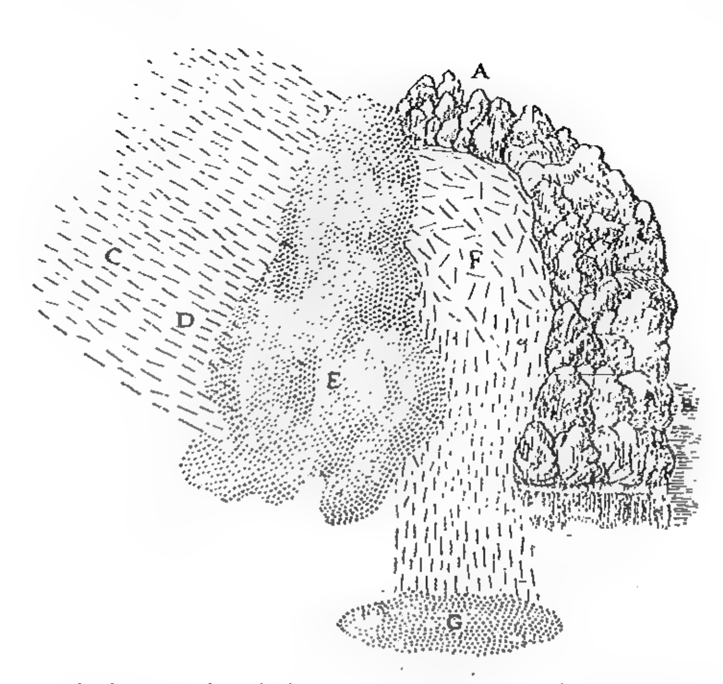
Toda agitación del aire que es sensible se denomina A-T, VI, 265
viento y todo cuerpo invisible e impalpable se denomina aire[37]. Así, cuando el agua está muy rarificada y transformada en un vapor muy sutil, se dice que se ha convertido en aire a pesar de que el gran aire que nosotros respiramos no esté en su mayor parte compuesto sino de partículas que tienen figuras muy diferentes de las del agua y que son mucho más finas. Y así el aire que es lanzado por un fuelle o empujado por un abanico se llama viento, aunque estos vientos más frecuentes que reinan sobre la faz del mar y de la tierra no sean ordinariamente otra cosa que el movimiento de los vapores que, dilatándose, pasan del lugar en el que están a algún otro donde se extienden con mayor facilidad; de igual modo se observa en estas bolas

llamadas Eolípilos, en las que un poco de agua al convertirse en vapor produce un viento bastante intenso y fuerte si consideramos la poca cantidad de materia de que surgen. Y puesto que este viento artificial nos puede facilitar en alto grado la comprensión de los que son naturales, será conveniente que lo explique. *ABCDE* es una bola de cuero o de otra materia similar, totalmente hueca o cerrada que tiene una pequeñísima abertura en el lugar señalado con *D*; la parte de esta bola, *ABC*, está
A-T, VI, 266 llena de agua y la otra, *AEC*, está vacía, es decir, no contiene sino aire. En tales circunstancias se la sitúa sobre el fuego. A continuación, el calor, agitando las



partículas de agua, da lugar a que algunas de ellas se eleven sobre la superficie *AC*, extendiéndose en ese espacio y separándose las unas de las otras de la manera descrita anteriormente a la vez que se producen remolinos. Y, puesto que no pueden separarse sino a medida que algunas salen por el orificio *D*, cuantas fuerzas motivan el choque de éstas entre sí causan el que sean expulsadas por tal orificio las que se encuentran más próximas al mismo. Pero como constantemente existen nuevas partículas de este agua que son elevadas en virtud del calor por encima de tal superficie *AC*, se extienden y separan las unas de las otras a medida que van saliendo por el orificio *D*, no cesando este viento hasta que se haya producido la evaporación de toda esta agua, o bien hasta que el calor que da lugar a tales exhalaciones haya cesado. Así, los vientos ordinarios que se registran en el aire se producen más o menos de la misma forma que éste, no existiendo sino dos aspectos en los que principalmente difieren. El primero es que los vapores integrantes de los mismos no se

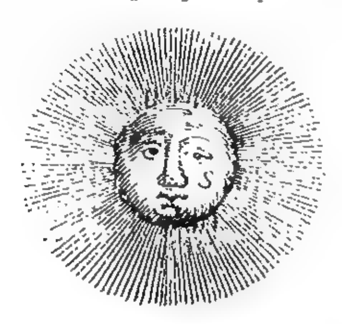
elevan solamente de la superficie del agua, como en el caso de esta bola, sino también de las tierras húmedas, de nieves y nubes, de donde ordinariamente salen en mayor abundancia que del agua pura puesto que sus partículas están en tales circunstancias casi todas desunidas y desligadas, siendo, por tanto, más fácilmente A-T, VI, 267 separables[39]. El segundo es que estos vapores, no pudiendo estar encerrados en el aire tal como en un Eolípilo, solamente ven impedida su difusión por la resistencia que ofrecen otros vapores, otras nubes, algunas montañas o, finalmente, algún viento que se dirige hacia el lugar donde se encuentran; pero, en contrapartida, existen frecuentemente en otras partes vapores que se espesan y condensan al mismo tiempo que los otros se dilatan, determinándolos de este modo a tomar su curso hacia el espacio que les dejan libre. Como, por ejemplo, si os imagináis que hay en este momento muchos vapores en el lugar del aire señalado con *F*, que se dilatan y tienden a ocupar un espacio incomparablemente mayor que el que los contiene y que, al mismo tiempo, existen otros en *G* que, estrechándose y cambiándose de agua en nieve, dejan la mayor A-T, VI, 268 parte del espacio en que se encontraban, entonces no dudaréis que los que están en *F* no se dirijan hacia *G* y que, de esta forma, no den lugar a un viento que sople hacia allá. Principalmente, si junto con esto pensáis que tienen dificultad para extenderse hacia *A* y hacia *B* en virtud de las altas montañas allí localizadas, y hacia *E*, porque el aire está presionado y condensado por otro viento que sopla de *C* hasta *D*; finalmente, debe pensarse que hay nubes sobre ellos, que les impiden ganar mayor altura. Y, tened presente, que cuando los vapores de esta forma cambian de un lugar a otro, arrastran o expulsan ante sí todo el aire que encuentran en su camino y cuantas exhalaciones están por medio, de manera que aunque ellos causen los vientos, sin embargo, no son ellos solos quienes los integran; incluso debe considerarse que la dilatación y condensación de estas exhalaciones y de este aire pueden ayudar a la producción de estos vientos[40]. Pero esto es de tan poca importancia en comparación con la dilatación y condensación de los vapores que casi no deben ser tomadas en cuenta, pues el aire, estando dilatado, no ocupa más que alrededor de dos o tres veces más espacio que cuando está medianamente condensado, mientras que los vapores ocupan un espacio dos o tres mil veces mayor que el anterior. Y las exhalaciones no se dilatan,

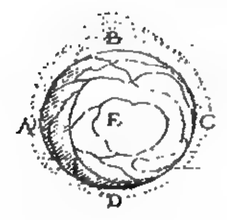


es decir, no salen de los cuerpos terrestres sino mediante un gran calor; así mismo, no pueden casi nunca en virtud del frío llegar a alcanzar la misma condensación habida anteriormente y, por el contrario, no es preciso sino un poco de calor para lograr que el agua se dilate A-T, VI, 269 en forma de vapor y, nuevamente, sólo es necesario un poco de frío para lograr que los vapores se transformen en agua.

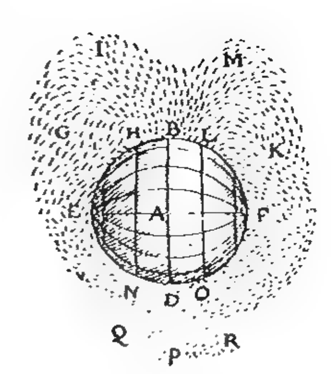
Pero analicemos seguidamente y en cada caso las propiedades y formación de los principales vientos. Primeramente se observa que todo el aire tiene su curso alrededor de la tierra desde Oriente hacia Occidente; es necesario aceptar tal suposición en este momento, pues su justificación no puede ser fácilmente referida si no explicamos toda la fábrica[40bis] del universo, lo cual no tengo intención de realizar en este lugar. Se observa que los vientos orientales son ordinariamente mucho más secos y vuelven el aire mucho más limpio y suave que los occidentales; la razón explicativa de esto es que oponiéndose al curso ordinario de los vapores los detienen y hacen que se espesen en forma de nubes; por el contrario, los otros los expulsan y los disipan. Además se observa que es principalmente durante la mañana cuando soplan los vientos de Oriente y que es durante

la tarde cuando lo hacen los de Occidente: la razón de esto os resultará clara si miráis la tierra *ABCD* y el sol, *S*, que iluminando la mitad *ABC* y, alcanzando el mediodía en *B* y la media noche en *D*, se esconde al mismo tiempo para todos los pueblos que habitan en *A* y sale para todos los que habitan en *C*. Pues, ya que los vapores que están en *B* se encuentran muy dilatados por el calor del día, se dirigen parte por *A* y parte por *C* A-T, VI, 270



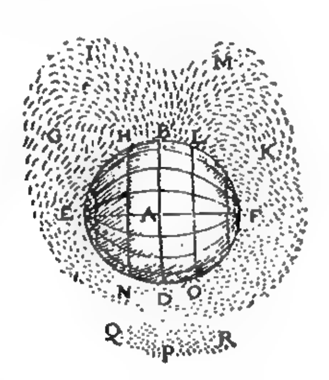


hacia *D*, donde van a ocupar el lugar que dejan los que el frescor de la noche ha condensado allí; de suerte que producen un viento de Occidente hacia *A*, lugar donde el sol se pone y otro de Oriente hacia *C*, lugar donde sale. E incluso es preciso señalar que este viento que se produce hacia *C* es ordinariamente más fuerte y más rápido que el que se produce hacia *A*, tanto porque sigue el curso de toda la masa de aire como también porque en la parte de la tierra que está entre *C* y *D*, habiendo permanecido mucho más tiempo sin ser iluminada por el sol, que la que hay entre *D* y *A*, ha debido producirse una más pronta y mayor condensación de los vapores. Se observa también que es principalmente durante el día cuando soplan los vientos del norte que vienen de arriba hacia abajo, que son muy violentos, muy fríos y muy secos[41]. Podéis comprender la razón de esto si consideráis que la tierra *EBFD* está cubierta por nubes y nieblas hacia los polos *E* y *F*,



lugares en los que apenas calienta el sol, y que en *B*, donde tiene una gran intensidad, excita gran cantidad de vapores que, estando muy agitados por la acción de su luz[42], ascienden muy rápidamente hasta que hayan alcanzado tal altura que la resistencia de su peso haga que les sea más fácil desviar y tomar su curso hacia *I* o *M* sobre las nubes *G* y *K* que continuar la ascensión en línea recta; estas nubes, *G* y *K*, siendo también al mis-
A-T, VI, 271 mo tiempo calentadas y rarificadas por el sol, se convierten en vapores que toman su curso desde *G* hacia *H* y desde *K* hacia *L* antes de hacerlo hacia *E* y hacia *F*, pues el aire espeso que hay hacia los polos, ofrece mayor resistencia que la producida por los vapores que salen de la tierra hacia su mediodía y que, estando muy agitados y preparados para moverse hacia todos lados, pueden fácilmente cederles su sitio. Así, tomando *F* por el polo Artico, el curso de estos vapores de *K* hacia *L* produce un viento del Norte que sopla durante el día en Europa: Y este viento sopla de arriba hacia abajo pues procede de las nubes, siendo ordinariamente muy violento, ya que es excitado por el calor más violento de todos, a saber, el del mediodía y consta de la materia más fácil de disolver en vapor, a saber, la de las nubes. Finalmente, este viento es muy frío y muy seco, a causa de su fuerza, según lo que anteriormente ha sido dicho en relación con que los vientos impetuosos son secos y fríos, como también es seco, a causa de que no está compuesto ordinariamente sino de las más gruesas partículas de agua dulce mezcladas con aire; por el contrario, la humedad depende principalmente de las más sutiles y éstas casi no se encuentran en las nubes en donde se engendra pues, como rápidamente veréis, participan más de la naturaleza del hielo que de la del agua; asimismo, es frío a causa de que lleva consigo

hacia el mediodía la materia muy sutil que estaba hacia el Norte y de la cual depende principalmente el frío. Se observa, por el contrario, que los vientos del mediodía[43] soplan por lo general durante la noche y se dirigen hacia lo alto, siendo lentos y húmedos. La razón de esto se puede comprender igualmente observando de nuevo A T, VI, 272
la tierra *EBFD* y considerando que su parte *D*, que está bajo el Ecuador y en la que supongo es medianoche, retiene aún bastante calor que el sol le ha comunicado durante el día como para dar origen a la formación de diversos vapores; pero el aire que está por encima hacia *P* no retiene en proporción tanto calor. Afirmo tal pues, generalmente, los cuerpos gruesos y pesados retienen siempre más largo tiempo su calor que los que son



ligeros y sutiles; y los que son duros lo retienen también más largo tiempo que los que son líquidos. Esta es la causa de que los vapores que se encuentran en *P* en lugar de proseguir su curso hacia *Q* y hacia *R*, se detengan y se espesen en forma de nubes que, impidiendo que las que salgan de la tierra *D* asciendan más alto, las obliguen a dirigirse desde ambas partes hacia *N* y hacia *O*, produciéndose en tal lugar un viento de Mediodía que sopla principalmente durante la noche y que sopla de abajo hacia arriba, a saber, desde la tierra hacia el aire; tal viento no puede ser sino muy lento no sólo porque su curso es retardado por el espesor del aire de la noche, sino también porque su materia no procediendo sino de la tierra o del agua, no puede dilatarse tan rápidamente ni en tan gran cantidad como la de otros vientos que ordinariamente proceden de las nubes. Finalmente, es cálido y húmedo, porque su marcha es lenta, como también es húmedo porque está compuesto

tanto de las partículas más sutiles de agua dulce como
A T, VI, 273 de las más gruesas, pues salen conjuntamente de la tierra; y es caliente a causa de que lleva consigo hacia el Norte la materia sutil que estaba hacia el Mediodía. Igualmente se observa que en el mes de marzo y generalmente durante toda la primavera los vientos son más secos y los cambios de aire son más súbitos y más frecuentes que en ninguna otra estación del año. La razón de esto se puede aún observar mirando la tierra *EBFD* y pensando que el sol, que supongo está enfrentado al círculo *BAD* que representa el Ecuador, habiendo estado enfrentado hace tres meses con el círculo *HN*, que presenta el Trópico de Capricornio, ha calentado mucho menos la mitad de la tierra *BFD* que está en la época de la primavera, que la otra mitad *BED* que se encuentra en el otoño. En consecuencia, esta mitad *BFD* está mucho más cubierta de nieves y todo el aire que la rodea es mucho más espeso y está más lleno de nubes que el que rodea la otra mitad *BED*; por esta razón se produce durante el día en tal lugar una dilatación mayor de los vapores y, por el contrario, durante la noche tiene lugar una condensación más rápida. Es así, pues la masa de la tierra habiendo sido sometida a menor calor y no siendo menor la fuerza del sol, debe existir una mayor diferencia entre el calor del día y el frescor de la noche; así, los vientos de Oriente, aquéllos de los que hemos dicho que soplan principalmente por la mañana, y los de Norte, que lo hacen hacia el Mediodía, siendo los unos y los otros muy secos, deben ser mucho más fuertes en tal lugar y más abundantes que en ninguna otra estación. Y porque los vientos de Occidente (que soplan durante la tarde deben tener
A-T, VI, 274 también en tal lugar bastante intensidad en virtud de la misma razón que los de Oriente, que soplan durante la mañana), por poco que el curso regular de estos vientos haya avanzado, se haya retrasado, o haya sido desviado por causas particulares que pueden dilatar o espesar el aire más o menos en cada región, se encuentran los unos a los otros, engendrándose lluvia o tempestades que cesan ordinariamente en poco tiempo, pues los vientos de Oriente y del Norte que mueven las nubes continúan siendo dominantes. Y creo que son estos vientos del Oriente y del Norte, los conocidos por los griegos como los Ornitios, pues con ellos llegan los pájaros en la primavera. Pero en relación con los vientos Etesios, que observaban después del solsticio de verano, es verosímil que procedan de vapores que el sol

eleva de las tierras y de las aguas del Septentrión después de estar ya afincado largo tiempo en el Trópico de Cáncer. Pues sabéis que se detiene más bien en los trópicos que en el espacio que media entre ambos; y es preciso pensar que, durante los meses de marzo, abril y mayo disuelve en vapores y en vientos la mayor parte de las nubes y de las nieves que están hacia nuestro polo[44]; pero no puede calentar las tierras y las aguas lo suficiente en tal punto como para producir otros vapores que causen vientos sino algunas semanas después, cuando ya se ha alcanzado un poco más de la mitad del gran día que allí se extiende por espacio de seis meses.

Por lo demás, estos vientos generales y regulares serían siempre tales como yo los acabo de explicar si la superficie de la tierra estuviera cubierta de igual modo y por todas partes por el agua o bien si estuviera descubierta de modo igual por todas partes, de modo que no se diera diversidad alguna de mares, tierras, montañas ni alguna otra causa que pudiera dilatar los A-T, VI, 275
vapores más que la presencia del sol ni ninguna otra que pudiera condensarlos sino su ausencia. Pero es preciso señalar que cuando el sol luce, generalmente produce una mayor evaporación de los mares que de las tierras a causa de que éstas, encontrándose secas en varios puntos, no le proporcionan tanta materia y, por el contrario, cuando no se produce tal circunstancia, el calor producido motiva el que surjan más de las tierras que de los mares, pues ésta lo conserva durante más tiempo. Por esto se observa frecuentemente en las orillas del mar que el viento durante el día procede del agua y durante la noche de la tierra. También por esto los fuegos, llamados Ardanos, conducen durante la noche a los viajeros hacia las aguas, pues siguen indiferentemente el curso del aire que se dirige hacia allí desde las tierras vecinas pues se condensa el que allí se da. Es preciso también señalar que el aire que toca la superficie de las aguas sigue su curso de alguna manera y, por ello, los vientos cambian con frecuencia a lo largo de las costas del mar según los flujos y reflujos; asimismo, a lo largo de los grandes ríos se sienten en tiempo calmado pequeños vientos que siguen su curso. También es preciso señalar que los vapores, procedentes de las aguas, son mucho más húmedos y espesos que los que emanan de las tierras y que éstos contienen siempre mucho más aire y exhalaciones. Por tal razón las tempestades son ordinariamente más violentas sobre el

agua que sobre la tierra, pudiendo un mismo viento ser seco en un país y húmedo en otro, tal como se dice de los vientos de Mediodía que siendo húmedos casi por
A-T, VI, 276 todas partes, sin embargo, son secos en Egipto a consecuencia de que la tierra de Africa, seca y quemada, los provee de materia. Y esto es, sin duda, causa de que casi nunca llueva, pues aunque los vientos del Norte, procedentes del mar, sean allí húmedos, sin embargo no pueden causar fácilmente la lluvia (tal como más adelante trataré de haceros comprender), pues son los más fríos que allí se encuentran. Además de esto, es preciso considerar que la luz de la luna, muy desigual según se aproxime o aleje del sol, contribuye a la dilatación de los vapores como sucede igualmente con la de los otros astros[45], pero sólo en la misma proporción con que sentimos agitan nuestros ojos, pues éstos son los jueces más seguros que podemos tener para conocer la fuerza de la luz y, en consecuencia, podemos afirmar que la de las estrellas no es casi considerable si la comparamos con la luz de la luna, ni ésta lo es en comparación con la del sol. Asimismo, se debe considerar que los vapores se elevan muy desigualmente a partir de las diversas regiones de la tierra, pues, las montañas son calentadas por los astros de otra manera que las llanuras, y los bosques de modo distinto que las praderas, y los campos cultivados lo son de modo distinto que los desiertos, e incluso ciertas tierras son más cálidas o fáciles de calentar que otras. Y al momento, formándose en el aire nubes muy desiguales y que pueden ser transportadas de una región a otra por los menores vientos, siendo mantenidas a diversas alturas de la tierra, incluso manteniéndose superpuestas algunas de ellas, debemos considerar que los astros obran de otro modo contra la más elevada que contra las más cercanas a la tierra, y contra éstas de modo distinto que
A-T, VI, 277 contra la tierra que aún está por debajo de ellas; incluso, obra de modo distinto contra los mismos lugares de la tierra según estén o no cubiertos por nubes y, también, según haya o no llovido o bien nevado. Esta es la causa de que sea casi imposible prever los vientos particulares que se darán cada día en una región de la tierra e incluso de que se den a la vez y con frecuencia vientos contrarios que sobrepasen los unos a los otros en altura. Pero se podría determinar en general qué vientos deben ser los más frecuentes y los más intensos, así como en qué lugares y estaciones deben reinar si se observan detalladamente cuantos factores han sido

señalados. Y aún se podría determinar mucho mejor en los grandes mares, principalmente en los lugares muy alejados de la tierra, ya que no habiendo desigualdades en la superficie del agua, semejantes a las que acabamos de señalar en la tierra, se engendran en tales lugares muchos menos vientos irregulares; es más, aquellos que proceden de las costas casi no pueden alcanzar tales puntos como testimonia suficientemente la experiencia de nuestros marineros quienes, por esta causa, han dado al más grande de todos los mares el nombre de Pacífico. No tengo nada más digno de ser expuesto en este lugar, sino que casi todos los súbitos cambios de aire como ese que llega a ser el más caliente, o bien el más raro o más húmedo de lo que la estación requiere, dependen de los vientos; y no solamente de los que están en las mismas regiones donde se producen los cambios, sino también de los que están próximos y de las diversas causas de las cuales proceden. Pues, por ejemplo, mientras aquí
A-T, VI, 278 sentimos un viento del Mediodía que, no procediendo sino de alguna causa particular y teniendo su origen muy cerca de aquí, no arrastra mucho calor, si a la vez hay otro procedente del Norte en los países vecinos, que viene de lejos o de gran altura, entonces la materia muy sutil, arrastrada por él, puede fácilmente llegar hasta nosotros y causar un frío extraordinario. Y este viento del Mediodía no saliendo sino del lago vecino puede ser muy húmedo, mientras que si viniera de los campos desérticos, que están más lejos, sería muy seco. Y no siendo causado más que por la dilatación de los vapores de este lago sin que contribuya a ello la condensación de otros que estén hacia el Septentrión, debe volver nuestro aire mucho más espeso y más pesado que si no estuviera causado más que por esta condensación sin que se forme alguna dilatación de vapores hacia el Mediodía. A todo esto añadimos que la materia sutil y los vapores que están en los poros de la tierra, tomando diversos caminos, dan allí lugar a la formación de vientos que arrastran consigo exhalaciones de todo tipo, según las características de las tierras por donde pasan y, además de esto, que las nubes al descender pueden causar un viento que expulsa el aire de arriba hacia abajo, tal como más tarde indicaré; entonces tendremos, según creo, todas las causas de los cambios de aire que se observan.

SOBRE LAS NUBES

Discurso Quinto

A-T, VI, 279 Después de haber considerado cómo la dilatación de los vapores causa los vientos, es preciso indicar cómo su condensación y compresión dan lugar a la formación de las nubes y de las nieblas. A saber, tan pronto como alcanzan una transparencia menor que el aire puro si llegan a descender hasta la superficie de la tierra, estamos ante lo que llamamos nieblas; pero si permanecen suspendidos a una mayor altura, entonces hablamos de nubes. Asimismo, debe señalarse que llegan a ser menos transparentes que el aire puro porque, cuando su movimiento se suaviza y sus partículas están lo bastante próximas como para entretocarse, se reúnen y se juntan en diversos montoncitos que son otras tantas gotas de agua o bien partículas de hielo. Es así, pues mientras permanecen totalmente separados y vagando en el aire casi no pueden impedir el curso de la luz; por el contrario, estando reunidos, aunque las gotas de agua o las partículas de hielo que componen sean transparentes, sin embargo a causa de que cada una de sus superficies refleja una parte de los rayos incidentes, tal como ha sido explicado en la Dióptrica en relación con todos los cuerpos transparentes, estas superficies se encuentran fácilmente en una cantidad tal como para
A-T, VI, 280 producir la reflexión de todos o casi todos los rayos. Las gotas de agua se forman cuando la materia sutil que está alrededor de las pequeñas partículas de los vapores, si bien no posee bastante fuerza como para hacer que ellas se extiendan y se alejen las unas de las otras, sin embargo, aún tiene bastante fuerza para que se plieguen, se reúnan y acumulen juntas en una masa esférica. La superficie de esta masa llega a ser inmediatamente uniforme y muy brillante, pues las partículas del aire que la tocan se mueven de forma distinta a las suyas, así como también lo hace la materia sutil que está en sus poros de modo diverso a la que está en el aire, como ya ha sido muy bien explicado hablando de la superficie del agua del mar. Y también por la misma razón llegan a ser perfectamente redondas, pues del mismo modo que habéis podido observar a menudo que el agua de los ríos gira y da lugar a la formación de círculos en aquellos lugares donde alguna cosa impide el desplazamiento de la misma en línea recta y que hace esto con tanta rapidez como su agitación lo requiere, así también

es preciso pensar que la materia sutil, discurriendo por los poros de otros cuerpos de la misma manera que un río fluye por entre las yerbas que abundan en su lecho y pasando más fácilmente de un lado del aire al otro y de un lado del agua a otro, como también del aire al agua o, recíprocamente, del agua al aire (como ha sido señalado en otro lugar), debe igualmente girar en el interior de esta gota así como también en el aire que la rodea, aunque en formas distintas; de este modo todas las partes que integran su superficie llegan a adoptar la forma esférica, pues no pueden sino acomodarse a los movimientos de la materia sutil, ya que el agua es un A-T, VI, 281
cuerpo líquido. Sin duda, esto es suficiente para hacer comprender que las gotas de agua deben ser exactamente redondas en el sentido de que todas sus secciones sean paralelas a la superficie de la tierra, pues no hay razón para que algunas partículas de su circunferencia se alejen o aproximen más o menos respecto de sus centros que las otras, ya que no están ni más ni menos presionadas por un lado que por el otro en virtud de la acción del aire que las rodea, al menos si tal y como debemos suponer aquí, existe calma. Pero, considerándolas en otro sentido[47], pudiera pensarse (cuando son tan pequeñas que su peso no tiene fuerza para hacerlas cortar el aire y, de este modo, provocar su descenso), que fueran un poco más llanas y de menor diámetro si comparamos su altura con su anchura, como sería el caso de *T* o de *V*; en tal caso, es preciso considerar que están rodeadas de aire y que si su peso no es suficiente para provocar su descenso, entonces tampoco será suficiente para provocar el desplazamiento del aire y de esta forma su ensanchamiento. Por el contrario, cabría pensar que es cuando su peso provoca su descenso, cuando pasan a ser más alargadas y más estrechas, como es el caso de *X* o *Y*; aún entonces es preciso considerar que estando totalmente rodeadas por el aire que cortan al descender y cuyo lugar pasan a ocupar, éste debe ascender al mismo tiempo que ellas descienden para pasar a ocupar el lugar dejado por ellas. Esto no lo puede hacer sino deslizándose a lo largo de toda su superficie; éste es el camino más corto y cómodo, A-T, VI, 282

cuando son redondas que cuando tienen cualquier otra figura, pues cada uno sabe que la figura redonda es la más capaz de todas, es decir, la que tiene la menor superficie en proporción al tamaño del cuerpo que contiene. Y así, cualquiera que sea la forma en que se considere, estas gotas deben siempre permanecer redondas a no ser que sea impedido por la fuerza de algún viento o alguna otra causa particular. En relación con su grosor depende de que las partículas de vapor estén más o menos próximas las unas a las otras cuando se inicia el proceso de su formación y también de que se encuentren sometidas a una mayor o menor agitación, así como, finalmente, de la cantidad de otros vapores que puedan unirse a ellas. Pues, inicialmente, cada una no se compone más que de dos o tres pequeñas partículas de vapor que se encuentran pero, también y posteriormente, si este vapor ha espesado, dos o tres gotas que se han formado al encontrarse se unen formando una sola y, de nuevo, dos o tres de éstas se unen formando otra y así sucesivamente hasta que sea imposible la unión. Y mientras que permanezcan en el aire también pueden reunirse con ellas otros vapores, aumentándose de este modo sus dimensiones hasta que, finalmente, su peso las haga caer en forma de lluvia o rocío.

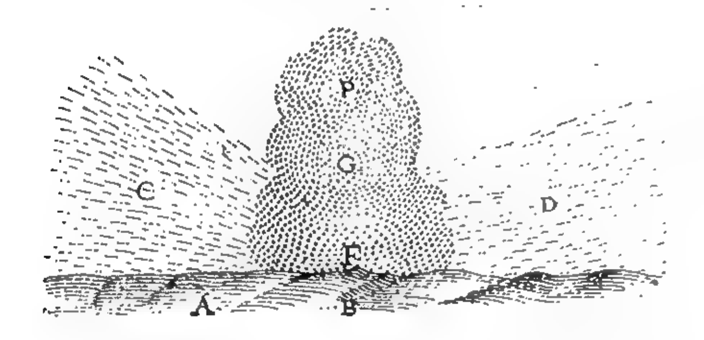
En cuanto a la formación de las pequeñas partículas de hielo, ésta se produce cuando el frío es tan grande que las partículas de vapor no pueden ser plegadas por la materia sutil que se encuentra entre ellas. Y si este frío no surge sino después de que las gotas ya estén
A-T, VI, 283 formadas, entonces las deja todas muy redondas al congelarlas si no está acompañado de un viento lo bastante fuerte como para que las haga llegar a ser un poco llanas en aquella parte de su superficie en que tal viento las alcance. Y por el contrario, si sobreviene con anterioridad a cuando ya hayan comenzado a formarse, las partículas de vapor se unen en línea recta y no componen sino pequeñas fibras de hielo muy finas. Pero si el frío surge entre estos dos momentos (lo que es más frecuente), entonces hiela las partículas de vapor a medida que se pliegan y se amontonan varias juntas sin permitir una unión perfecta como para formar gotas; y así se forman pequeños nudos o masas de hielo que son muy blancos a causa de que están compuestos de varios hilillos que no dejan de estar separados y de tener cada uno sus superficies independientes, aunque estén plegados el uno contra el otro. Y estos nudos son como

velludos o cubiertos de pelo en todo su alrededor a causa de que hay siempre varias partículas de vapor que, no pudiendo plegarse y unirse tan firmemente como las otras, se aplican contra ellos y componen una especie de vellosidad que los recubre; según este frío sobrevenga más lentamente o de modo más inmediato y que el vapor se encuentre más o menos rarificado, estos nudos se formarán más gruesos o más reducidos y los pelos o hilillos que los rodean, más fuertes y más cortos, o bien más delgados y más largos.

Podéis, pues, observar a partir de lo expuesto que siempre son requeridas dos cosas para que se conviertan los vapores en agua o en hielo: a saber, que sus partículas estén bastante próximas para ensamblarse y, en segundo lugar, que exista en derredor de ellas frío suficiente como para que al encontrarse se unan las A-T, VI, 284
unas a las otras. Pues no sería suficiente que el frío fuese muy intenso si estuvieran a tan gran distancia en el aire que no se llegaran a encontrar nunca, ni tampoco que estuviesen muy próximas las unas a las otras y fuertemente presionadas, si su calor, es decir, su agitación, fuera lo bastante intensa como para impedir la unión. Así no se observa que se formen siempre nubes en lo alto del aire a pesar de que el frío sea allí siempre muy intenso; es además requerido un viento occidental que, oponiéndose al curso ordinario de los vapores, los reúna y condense en los lugares donde opera; asimismo, también pudiera ser si dos o varios vientos procedentes de diversos lados, los presionan y acumulan entre ellos, o bien si uno de estos vientos los expulsa contra una nube ya formada; finalmente también pudiera ser que se unan y presionen contra una nube a medida que se evaporan de la tierra. Asimismo, tampoco se forman siempre neblillas alrededor de nosotros; esto no sucede ni en invierno, aunque el aire sea bastante frío, ni en verano, aunque los vapores sean muy abundantes; solamente acontece cuando concurren el frío del aire y la abundancia de vapores, como frecuentemente sucede durante la tarde o la noche cuando ha precedido un día bastante caluroso, principalmente en primavera con preferencia sobre otras estaciones, incluso al otoño, ya que existe mayor diferencia entre el calor del día y el frío de la noche. Y también se dan más en los lugares pantanosos o marítimos que sobre los terrestres que están distantes de las aguas o sobre las aguas que están a distancia de las tierras a causa de que el agua, perdiendo con mayor rapi-

A-T, VI, 285 dez su calor que la tierra, enfría en tal lugar el aire, en el cual se condensan los vapores que las tierras húmedas y calientes producen en abundancia. Pero las nieblas más intensas se forman, al igual que las nubes, en los lugares donde confluye el curso de dos o varios vientos, pues éstos expulsan hacia tales lugares los vapores que allí se espesan, bien en forma de nieblas si el aire próximo a la tierra es frío, bien en forma de nubes si no es lo suficiente sino para condensarlos a mayor altura. Obsérvese que las gotas de agua o las partículas de hielo, de las que están compuestas las nieblas, no pueden ser sino muy pequeñas pues, aunque sólo tuviesen un pequeño grosor, su peso provocaría un descenso muy rápido de las mismas y, entonces, no diríamos que se trataba de una niebla, sino de lluvia o nieve; además, no podría darse ningún viento en el lugar en que se produjeran sin que las disipase rápidamente, sobre todo cuando están compuestas de gotas de agua, pues la menor agitación del aire hace que estas gotas, uniéndose varias de ellas se abulten y caigan en forma de lluvia o de rocío. Nótese, asimismo, en lo tocante a las nubes que pueden formarse a diversas distancias de la tierra según que los vapores asciendan más o menos, antes de alcanzar la condensación suficiente para formarlas. Por ello se observa, a menudo, varias nubes superpuestas e, incluso, que son agitadas por diversos vientos. Esto sucede principalmente en los países de montaña, puesto que el calor que produce la elevación de los vapores en tales puntos, actúa de modo más desigual que en otros lugares. Es preciso señalar además de esto que las más altas de estas nubes no pueden casi
A-T, VI, 286 nunca estar compuestas de gotas de agua, sino solamente de partículas de hielo pues es cierto que el aire que las circunda es más frío o, al menos, tan frío como el que reina en las cimas de las altas montañas, que es suficiente, incluso en época de verano, para impedir que las nieves se fundan. Y puesto que cuanto más se elevan los vapores tanto más frío encuentran que los congele y menos pueden ser presionados por los vientos, es explicable que ordinariamente las más altas partículas de las nubes no se compongan sino de fibras de hielo muy finas así como que estén dispersas en el aire a grandes distancias. Asimismo, un poco por debajo de éstas se forman nudos o masas de hielo de reducido tamaño y cubiertas de hilos y, gradualmente, aún se forman otras de tamaño un poco más reducido y, finalmente, en la parte más baja y cercana a la tierra se

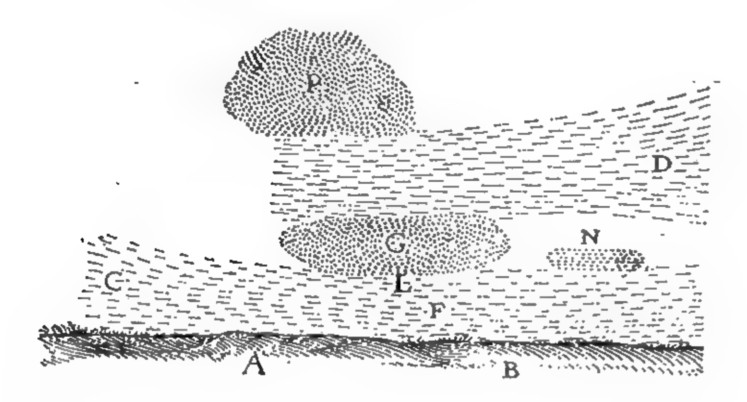
forman las gotas de agua. Y cuando el aire que las contiene está totalmente suave y tranquilo o bien es igualmente arrastrado por algún viento, tanto las gotas como las partículas de hielo pueden permanecer allí dispersas, guardando bastante distancia y sin ningún orden, de suerte que la forma de las nubes no difiere en nada de la de las nieblas. Pero, porque frecuentemente son empujadas por los vientos que no actúan de modo igual en todo el aire que las rodea y que, consecuentemente, no las pueden hacer mover de la misma forma que este aire, discurren por la parte superior e inferior, presionándolas y obligándolas a tomar las figuras que pueden impedir menos su movimiento, llegando a ser la forma de las superficies contra las cuales rozan estos vientos totalmente planas y a estar unidas. Y lo que yo
deseo señalar particularmente en este lugar es que todos A-T, VI, 287
los pequeños nudos o masas de nieve que se encuentran en estas superficies se disponen exactamente de forma tal que cada una de ellas tiene alrededor de sí otras seis que o bien son tangentes a ella o, al menos, no están alejadas entre sí. Supongamos, por ejemplo, que por



encima de la tierra *AB* llega un viento de la parte occidental *D* que se opone al curso ordinario del aire o, si se prefiere, a otro viento que procede de la parte oriental *C*; supongamos, asimismo, que estos vientos se han detenido al encontrarse, rodeando el espacio *FGP*, donde han condensado algunos vapores, haciendo de los mismos una masa confusa, mientras que sus fuerzas, balanceándose y siendo equivalentes en este lugar, han dejado el aire suave y tranquilo. Sucede a menudo que dos vientos se opongan de este modo a causa de que hay varios diferentes alrededor de la tierra al mismo tiempo y que cada uno de ellos sigue allí de ordinario su

curso sin desviarse hasta alcanzar el lugar en que se encuentra con un contrario opuesto. Pero sus fuerzas no pueden permanecer largo tiempo equilibrándose de este modo y como su materia afluye allí cada vez más si no cesan a la vez, lo cual es poco frecuente, el más intenso
A-T, VI, 288 sigue su curso bien sobre la nube, bien a través del centro de la misma o bien todo alrededor, según como pueda ajustarse; por este medio si bien no amortigua al otro de modo total, le obliga al menos a desviarse. Como aquí, yo supongo que el viento occidental, habiendo tomado su curso entre *G* y *P*, ha obligado al oriental a pasar por debajo hacia *F*, donde produce la caída en forma de rocío de la niebla allí existente, habiendo retenido asimismo y por encima de sí la nube *G* que encontrándose presionada por los dos vientos, llega a ser llana y alargada. Y los pequeños pelotones de hielo que han permanecido en su superficie tanto superior como inferior, así como en la parte inferior de la nube *P*, han debido disponerse allí de tal manera que cada uno tenga otros seis rodeándole, pues no se puede imaginar razón alguna que lo impida y todos los cuerpos redondos e iguales que se mueven en un mismo plano en virtud de una fuerza muy semejante, se disponen naturalmente de esta manera, tal como podréis comprobar mediante la experiencia, al lanzar una fila o dos de perlas muy deslizantes sobre un plato si sopláis solamente un poco en sentido contrario con el fin de que se aproximen las unas a las otras. Pero debéis observar que me refiero aquí solamente a las superficies superior e inferior y no a las laterales, pues la desigual
A-T, VI, 289 cantidad de materia que los vientos pueden aportar en cada momento o bien separar, da lugar a que la figura de su circuito sea muy irregular y desigual. Tampoco añado que los pequeños nudos de hielo que componen el interior de la nube *G* se deben acomodar de la misma manera que los de la superficie, pues es algo del todo manifiesto. Pero deseo que penséis aún en los que pueden detenerse por debajo de ella después de estar formada, pues si, mientras permanece suspendida en el espacio *G*, salen algunos vapores de los lugares de la tierra situados hacia *A* que, enfriándose en el aire poco a poco, se convierten en pequeños nudos de hielo que el viento empuja hacia *L*, no existe ninguna duda de que estos nudos deban colocarse allí de tal forma que cada uno de ellos esté rodeado de otros seis que le presionan de igual modo y están en un mismo plano, componiendo así, primeramente, como una hoja que se extiende

bajo la superficie de esta nube, después una segunda que se extiende bajo la primera y así sucesivamente en tanto que exista materia. Además, es preciso señalar que el viento que pasa entre la tierra y esta nube, agitándose con más fuerza contra la más baja de estas hojas que contra la que está inmediatamente sobre ella, y con más fuerza contra ésta que contra la que es su inmediata superior y así sucesivamente, puede arrastrarlas y hacer que se muevan independientemente la una respecto de la otra, puliéndose por este medio sus superficies y haciendo caer de los lados los como pequeños hilos que es- A-T, VI, 290
tán alrededor de las masas de las que están compuestas. E incluso puede hacer resbalar una partícula de estas hojas fuera de esta nube *G* y transportarlas más lejos, como hacia *N*, donde se dará lugar a la formación de



otra nueva. Y aunque no haya aquí hablado más que de parcelas de hielo que están amontonadas en forma de pequeños nudos o pelotones, lo mismo se puede aplicar fácilmente a las gotas de agua con tal de que el viento no sea tan fuerte como para hacer que ellas se empujen las unas a las otras, o bien que haya alrededor de ellas algunas exhalaciones o, como sucede a menudo, algunos vapores aún no dispuestos a tomar la forma del agua que los separa, pues de otra manera, en cuanto se tocan, se unen varias en una y llegan así a ser tan gruesas y pesadas que deben caer en forma de lluvia.

Por lo demás, lo que antes he dicho, que la figura del circuito de cada nube es ordinariamente muy irregular y desigual, no debe entenderse más que de aquellas que ocupan un espacio menor en altura y anchura que los vientos que las rodean. Pues, frecuentemente, se da tal

abundancia de vapores en los lugares donde dos o varios vientos se encuentran que obligan a estos vientos a circular alrededor de ellos en vez de hacerlo por la parte superior o inferior y, de este modo, dan lugar a la formación de una nube extraordinariamente grande
A-T, VI, 291 que, estando presionada por estos vientos en todo su derredor, llega a ser muy redonda y a estar muy unida; incluso mientras estos vientos son un poco calientes o bien está expuesta a los rayos del Sol, adquiere como una capa o costra de varias partículas de hielo unidas que puede llegar a ser bastante gruesa y espesa sin que su peso la haga caer, pues el resto de la nube la sostiene.

SOBRE LA NIEVE, LA LLUVIA Y EL GRANIZO

Discurso Sexto

Varios son los factores que comúnmente impiden que las nubes desciendan inmediatamente después de haberse formado. En primer lugar, las partículas de hielo o las gotas de agua que las componen son muy pequeñas y, en consecuencia, teniendo una gran superficie en proporción con la cantidad de su materia, la resistencia del aire que deberían vencer si descendiesen, puede tener una fuerza mayor para detenerlas de la que tiene su peso para hacerlas caer. Asimismo, los vientos que ordinariamente tienen una mayor fuerza cerca de la tierra, pues es más pesada la materia de la que están formados, que en lo alto del aire donde su materia es
A-T, VI, 292 más sutil, y que, por esta causa, producen una agitación mayor hacia arriba que hacia abajo, pueden no solamente sostenerlas, sino también, frecuentemente, hacerlas remontar sobre la región del aire en que se encuentran. Igual sucede con los vapores que, saliendo de la tierra o de cualquier otro lado, distienden el aire que está bajo ellas; también el solo calor que, dilatando el aire, las empuja; finalmente, el frío reinante en las capas superiores que estrechándolo, las atrae; otros factores semejantes pueden también explicar este fenómeno. En

particular, las partículas de hielo, siendo lanzadas las unas contra las otras por los vientos, chocan entre sí sin por ello llegar a unirse completamente y dan lugar a la formación de un cuerpo tan raro, ligero y extendido que, si no surge un calor que funda alguna de sus partes y de esta forma lo condense y confiera mayor peso, casi nunca puede descender hasta la tierra. Pero, como hemos indicado anteriormente que el agua se dilata por la acción del frío cuando se congela, de igual modo es preciso hacer constar que el calor, que generalmente rarifica los otros cuerpos, ordinariamente condensa las nubes. Esto es fácilmente experimentable en la nieve, dado que es de la misma materia que las nubes, exceptuando solamente que la condensación de la nieve es mayor; afirmo tal, pues habiéndola colocado en un lugar caliente se contrae y disminuye grandemente su grosor antes de que comience a licuarse o disminuya su peso. Esto sucede porque las extremidades de las partículas de hielo de las que está compuesta, siendo más finas que el resto, se funden más fácilmente y al fundirse, es decir, al plegarse y pasar a ser como vivas y tumultuosas a causa de la agitación de la materia sutil que las rodea, resbalan y se unen a las partículas de A-T, VI, 293 hielo próximas sin por ello separarse de aquéllas a las que ya están unidas, acercándose de este modo las unas a las otras. Pero, puesto que las partículas que componen las nubes están situadas a mayor distancia entre sí de aquélla a la que están las que integran la nieve que está sobre la tierra, no pueden aproximarse a alguna de las cercanas sin alejarse por ello de otras; esto da lugar a que habiendo estado anteriormente de modo uniforme esparcidas por el aire, posteriormente se dividan en pequeñas masas o copos que llegan a ser tanto más gruesos cuanto más apretadas han estado las partículas que integraban la nube y cuanto más lentamente haya actuado el calor. Incluso, cuando actúa algún viento o se produce alguna dilatación del aire que se encuentra sobre la nube o bien actúa alguna otra causa similar, entonces se produce el descenso en primer lugar de los copos más altos, que uniéndose a otros situados a inferior altura y que encuentran en su descenso, los hacen más gruesos. Después de esto, el calor condensándolos y haciéndolos cada vez más pesados, puede provocar fácilmente su descenso hasta la tierra. Durante el descenso si no llegan a fundirse, dan lugar a la formación de la nieve; pero si el aire que en este descenso atraviesan es tan caliente que llega a fundirlos,

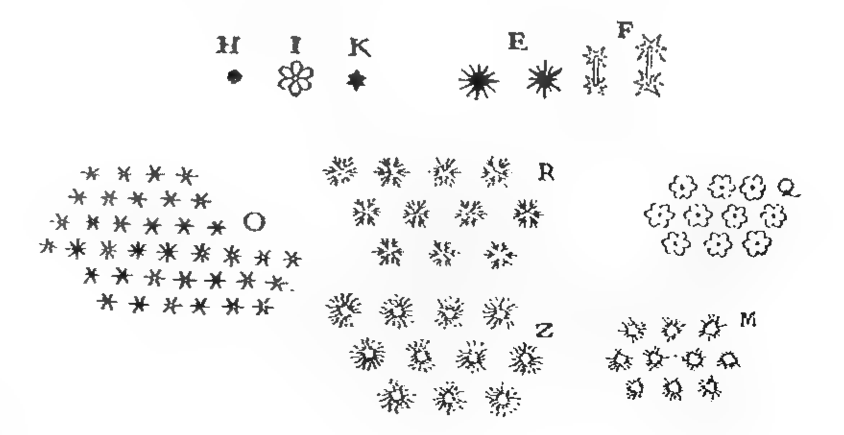
tal como sucede durante el verano y con gran frecuencia durante las otras estaciones del año en nuestro clima, se convierten en tal caso en lluvia. También sucede en algunas ocasiones que después de haber sido fundidos o casi fundidos, sobreviene un viento frío que, helando las gotas de nuevo, da lugar a la formación del granizo.

Ahora bien, este granizo puede tener varias modalidades pues, en primer lugar, si el viento frío que lo causa A-T, VI, 294 encuentra gotas de agua ya formadas, entonces forma granos de hielo muy transparentes y redondos, exceptuando el lado sobre el que presiona, que algunas veces toma forma plana. Pero si encuentra los copos de nieve casi fundidos sin que aún se hayan convertido en gotas de agua, entonces da lugar a la formación de granizo punzante y con diversas formas irregulares, cuyos granos en ocasiones son muy gruesos, pues han sido formados por un viento frío que, batiendo la nube de arriba hacia abajo, empuja varios de esos copos entre sí y los hiela todos en una masa. Debe notarse aquí que cuando ese viento se aproxima a los copos que se funden, da lugar a que el calor del aire que los rodea, es decir, la materia sutil más agitada y menos sutil que está en ese aire, se aloje dentro de sus poros, pues no puede penetrarlos inmediatamente. Acontece de la misma manera que en la tierra donde penetra algunas veces más calor en el interior de las casas cuando de repente se levanta un viento o descarga una lluvia que refresca el aire en el exterior. Sin embargo, el calor alojado en los poros de estos copos se mantiene más bien en sus superficies que en el centro de los mismos, porque la materia sutil que lo produce puede continuar sus movimientos en tal lugar con más facilidad; es aquí donde progresivamente se realiza la fusión, poco antes de que de nuevo comiencen a helarse; e incluso las más líquidas, es decir, las más agitadas de sus partículas que se encuentren en otro lugar, se dirigen hacia la parte exterior; las que no han de fundirse tan rápidamente, se mantienen en el centro. Por ello, aunque el exterior de cada grano de este granizo esté generalmente compuesto por una A-T, VI, 295 capa de hielo continua y transparente, sin embargo en el centro existe un poco de nieve, tal como podéis comprobar al partirlos. Y, por otra parte, dado que generalmente no cae sino en verano, esto servirá para aseguraros de que las nubes pueden estar formadas de partículas de hielo en esta época como también en el invierno. Pero la razón que permite comprender por qué durante el invierno casi nunca cae granizo, al menos tratán-

dose de granos gruesos, es que hasta las nubes no llega el calor suficiente para producir tal efecto sino cuando están tan bajas que la materia que las integra se encuentra fundida o casi fundida, no existiendo, por otra parte, tiempo suficiente para helarse de nuevo antes de que haya alcanzado la tierra, ya que si la nieve no está aún tan fundida, sino solamente un poco recalentada y reblandecida cuando sobreviene el viento frío, que la convierte en granizo, no llega a hacerse totalmente transparente, sino que permanece con un color blanco semejante al del azúcar. Y si los copos de esta nieve son bastante pequeños, como del tamaño de un guisante o aún menos, cada uno se convierte en un grano de granizo bastante redondo. Pero si son de mayor tamaño, entonces se dividen y rompen en varios granos muy puntiagudos, en forma de pirámides. Pues el calor que se aloja en el interior de estos poros, en el momento en que un viento frío comienza a rodearlos, condensa y estrecha todas sus partes, retrayéndolas hacia los centros, siendo ésta la razón de su forma, bastante esférica, y el frío, penetrándoles también y helándolos, les confiere una dureza mayor que la de la nieve. Y puesto que, cuando son un poco gruesos, el calor alojado aún en su interior continúa haciendo que sus partes interiores se estrechen y condensen, comprimiéndose hacia el centro, mientras las exteriores han llegado a endurecerse A-T, VI, 296 de modo tal por la acción del frío que no pueden seguirlas, es necesario que el interior de las mismas se divida, siguiendo los planos o líneas rectas que tienden hacia el centro y que, aumentándose cada vez más sus hendiduras a medida que el frío va penetrando, finalmente estallen y se dividan en varias piezas puntiagudas, que son otros tantos granos de granizo. No determino en cuántos puede dividirse cada uno; pero creo que ordinariamente, se divide en ocho por lo menos y que, quizá, también pueden dividirse en 12, 20 ó 24, pero aún mejor en 32 o incluso en un número mucho mayor según sean sus dimensiones y estén integrados por una nieve más sutil y, finalmente, según que el frío, que los ha convertido en granizo, haya sido más crudo y más repentino. He observado más de una vez un granizo tal que sus granos tenían más o menos la figura de segmentos de una bola dividida en ocho partes iguales por tres secciones que se cortan en el centro en ángulo recto. Asimismo, he conocido la existencia de otros más largos y más pequeños que parecían ser la cuarta parte de los anteriores, aunque habiéndose

gastado y redondeado sus bordes al estrecharse, tuviesen casi la forma de un pan de azúcar. Igualmente he observado que antes o después, o incluso entre estos granos de granizo, caían generalmente otros que eran redondos.

Pero las diversas formas de este granizo no tienen nada digno de mención ni que cause extrañeza si los comparamos con las de la nieve formadas de estos pequeños nódulos o pelotones de nieve arrancados por A-T, VI, 297 el viento en forma de hojas, del modo que ya he descrito. Pues cuando el calor comienza a fundir los pequeños pelos de estas hojas, abate primeramente los de arriba y los de abajo, pues son los más expuestos a su acción, haciendo que el poco líquido que aparece, se extienda sobre sus superficies y llene también todas las posibles desigualdades que allí se encuentran. De esta forma sus superficies llegan a ser tan planas y pulidas como las de los cuerpos líquidos, aunque de nuevo vuelva a helarse todo, a causa de que, si el calor no es más grande de lo que es necesario para lograr que estos pequeños pelos, estando rodeados de aire a todo su alrededor, se descongelen sin que se funda nada más, sin embargo, no es suficiente para impedir que la materia se hiele nuevamente cuando se encuentra sobre las superficies que son de hielo. Después de esto, este calor reblandeciendo y doblando también los pequeños pelos que quedan alrededor de cada nódulo dentro del circuito en el que está rodeado por otros seis semejantes a él, da lugar a que aquellos de estos hilos, que son los más distantes de los seis nódulos vecinos, plegándose indistintamente aquí y allí, vayan a unirse a aquellos



que están vis a vis de estos seis nódulos; pues éstos, siendo enfriados por la proximidad de estos nódulos no pueden fundirse, sino que, por el contrario, hacen que se hiele inmediatamente la materia de los otros tan pronto como ha sido mezclada con la suya. Por medio de esto se da lugar a la formación de seis puntas o rayos alrededor de cada nudo que pueden tener diversas figuras según que los nudos sean más o menos gruesos y apretados, sus pelos más o menos fuertes y largos y el calor que los reúne más o menos suave y moderado; A-T, VI, 298 también, según que el viento que acompaña este calor, si al menos viene acompañado de algún viento, sea más o menos fuerte. Y así la cara exterior de la nube cuya apariencia externa sería antes tal como se ve en *Z* o en *M*, llega a ser más tarde tal como se ve en *O* o en *Q*, teniendo cada una de las partículas de hielo de la cual está compuesta la figura de una pequeña rosa o estrella muy bien tallada.

Pero con el fin de que no penséis que expongo solamente una opinión, deseo relataros una observación llevada a cabo durante el invierno pasado 1635. El cuatro de febrero habiéndose dado un aire extremadamente frío, durante la tarde en Amsterdam, lugar donde me encontraba, cayó un poco de helada, es decir, de lluvia que se congelaba al llegar a tierra; después siguió un granizo muy menudo, a partir de cuyos granos juzgué en virtud del grosor de los mismos, representados en *H*, que eran gotas de la misma lluvia que se habían helado en lo alto del aire. Sin embargo, en lugar de ser exactamente redondos como, sin duda, estas gotas habían sido, tenían un lado notablemente más llano que el otro, de manera que por su figura se A-T, VI, 299 parecían a la parte de nuestro ojo llamada humor cristalino. Por ello llegué a la conclusión de que el viento, que entonces era muy grande y muy frío, había tenido fuerza para modificar de tal modo la figura de las gotas al helarlas. Pero lo que más me extrañó de todo fue que entre aquellos granos que caían los últimos, señalé algunos que tenían alrededor de sí seis pequeños dientes, tal como veis en *I*, semejantes a los de las ruedas de los relojes. Y estos dientes eran muy blancos como el azúcar (mientras que los granos, que eran de hielo transparente, parecían casi negros); semejaban estar hechos de una nieve muy sutil que se había superpuesto a su alrededor, del mismo modo que la escarcha se superpone alrededor de las plantas. Y he comprendido esto tanto más claramente desde que,

finalmente, encontré uno o dos que tenían alrededor de sí un sinnúmero de pequeños pelos, compuestos de una nieve más descolorida y más sutil que la de los pequeños dientes que estaban alrededor de los otros, de modo que pudiera establecer una comparación con la ceniza no ajada que recubre los carbones que se consumen y la que es recogida y amontonada en el fogón. Solamente tenía dificultad para imaginar qué podía haber formado y dispuesto con tanta precisión estos seis dientes alrededor de cada grano en medio del aire libre y durante la agitación de un gran viento, hasta que al fin consideré que este viento había podido fácilmente llevar a alguno de estos granos por encima o por debajo de alguna A-T, VI, 300 nube, y depositarlos allí puesto que eran bastante pequeños; asimismo pensé que en tal lugar habían debido unirse de forma que cada uno de ellos estuviese rodeado por otros seis situados en un mismo plano, siguiendo el orden ordinario de la naturaleza. Además era muy verosímil que el calor, que había debido reinar un poco antes en lo alto del aire para causar la lluvia que había observado, también había agitado algunos vapores que este mismo viento había expulsado contra estos granos, donde al helarse habían formado pequeños pelos muy delgados e incluso habían ayudado a sostenerlos; de modo que habían podido permanecer fácilmente allí suspendidos hasta que de nuevo sobrevino calor. Y era igualmente verosímil que este calor fundiese inicialmente todos los pelos que estaban situados en torno a cada grano con excepción de aquellos que estaban emplazados frente al centro de alguno de los otros seis granos que lo rodeaban pues el frío de estos granos había impedido su acción; considerando esto, pensaba que la materia de estos pelos fundidos mezclándose también y con rapidez con los seis montones de aquellos que habían permanecido y, habiéndolos fortificado de esta forma y vuelto menos penetrables al calor, se había helado entre ellos y, de este modo, se habían compuesto estos seis dientes. Por el contrario, los innumerables pelos que había visto alrededor de algunos de los últimos granos caídos, no habían sido en modo alguno alcanzados por este calor. El lunes por la mañana, sobre las ocho, observé aún otra precipitación de granizo o más bien de nieve, de la cual nunca había oído hablar. Eran pequeñas láminas de hielo muy llanas, muy pulidas, muy transparentes, cuyo espesor A-T, VI, 301 era aproximado al de una hoja gruesa de papel y del tamaño que se ven en *K*, pero tan perfectamente

talladas en exágonos, siendo sus lados tan rectos y los seis ángulos tan iguales, que es imposible que los hombres logren nada tan exacto. Inmediatamente me percaté de que estas láminas habían debido ser pequeñas masas de hielo, dispuestas como anteriormente he dicho, y prensadas por un viento muy fuerte acompañado de bastante calor de tal forma que este calor había fundido todos sus pelos y había llenado de tal manera todos sus poros de la humedad surgida, que de blancos que anteriormente habían sido, se habían transformado en transparentes; al mismo tiempo este viento las había prensado tan fuertemente unas contra otras, que no había quedado espacio alguno entre ellas[48] y, por tanto, había aplanado igualmente sus superficies pasando por arriba y por abajo; de este modo les había dado la configuración de estas láminas. Solamente quedaba un poco de dificultad para explicar que estas masas de hielo, habiendo sido así fundidas y al mismo tiempo prensadas la una contra la otra no se habían ajustado por esto, sino que habían permanecido muy separadas; pues, aunque monté guardia expresamente, no he podido encontrar nunca dos unidas entre sí. Pero me satisfizo bien pronto el considerar de qué manera el viento agita siempre y hace plegar sucesivamente todas las partículas de la superficie del agua, deslizándose sobre ellas, sin volverla por esto áspera o desigual. A partir de esto he conocido que infaliblemente el viento hace plegar y ondular de la misma manera la superficie de las nubes y que removiendo continuamente cada parcela de hielo de modo un poco distinto al de sus vecinas, no las permite encajar enteramente, aunque por esto no las desordene y no deje, sin A-T, VI, 302
embargo, de aplanar y pulir sus pequeñas superficies, de la misma manera que vemos cómo alguna vez pulimenta cada una de las partes de las ondas a que da lugar en la polvareda o arena de un campo. Después de esta nube, llegó otra de la que no se precipitaron más que pequeñas rosas o ruedas de seis dientes en forma de semicírculo, tal como se ve en *Q*, que eran muy transparentes y muy llanas y poco más o menos del mismo espesor que las láminas que habían precedido, siendo su talla y simetría la mejor que se pudiera imaginar. Incluso apercibí en el centro de alguna un punto blanco muy pequeño que parecía ser como la señal realizada por el pie del compás del cual se hubieran servido para trazarlas redondas. Pero me fue fácil juzgar que se habían formado de la misma manera

que estas láminas, exceptuando que el viento al haberlas prensado mucho menos y habiendo sido el calor también un poco menor, sus puntas no estaban fundidas enteramente, sino solamente un poco acortadas y redondeadas por el extremo en forma de dientes. Y en
A-T, VI, 303 cuanto al punto blanco que aparecía en medio de algunas, no dudé que no procedía más que del calor (que de blancas las había convertido en transparentes), pues había sido tan mediocre que no había penetrado completamente hasta su interior. Posteriormente registré la existencia de otros tipos de ruedas unidas dos a dos por un eje o, más bien, a causa de que al comienzo estos ejes eran muy gruesos, se puede decir que eran como pequeñas columnas de cristal cuyos extremos estaban adornados por una rosa de seis hojas, un poco más ancha que su base. Pero poco después cayeron en el mismo lugar otras que eran desiguales en sus extremidades; posteriormente registré la precipitación de otras más cortas y progresivamente y de modo gradual se fueron acortando hasta que al fin estas estrellas se unieron enteramente y cayeron dobles de doce puntas o radios bastante largos y perfectamente acompasados, los unos muy iguales y los otros alternativamente desiguales, como se ve en *F* y en *E*. Y todo esto me dio ocasión para considerar que los pequeños fragmentos de hielo que tienen dos planos muy diferentes u hojas superpuestas en las nubes, se pueden acomodar más fácilmente que los fragmentos formados por una sola. Pues aunque el viento, actuando de ordinario con más fuerza contra las más bajas de estas hojas que contra las más

altas, las hace mover con un poco más de rapidez, tal como ha sido señalado, pero, sin embargo, puede actuar algunas veces contra ellas con igual fuerza y hacerlas ondular de la misma manera; principalmente cuando no hay más de dos o tres superpuestas. En tal caso, filtrándose a través de los contornos de las masas que A-T, VI, 304 las componen da lugar a que aquellas masas que se corresponden en diversas hojas, se mantengan siempre como inmóviles y enfrentadas las unas a las otras, a pesar de la agitación y el ondeo de estas hojas, a causa de que por este medio su paso es más fácil. Y, sin embargo, el calor (no siendo menos impedido por la proximidad de las masas de dos hojas diferentes, para fundir aquéllos de sus pelos que no están enfrentados más que por la proximidad de los de una de estas masas) no funde más que los otros pelos de alrededor que, mezclándose inmediatamente entre los que permanecen y volviéndose a helar allí, componen los ejes o columnas que unen estas pequeñas masas al mismo tiempo que toman la forma de rosas o estrellas. Y no me asombré del tamaño que había observado al inicio en estas columnas a pesar de que conocía bien que la materia de los pequeños pelos que habían rodeado estas dos masas no había podido ser suficiente para componerlas, pues pensé que allí habían estado cuatro o cinco hojas superpuestas y que el calor, habiendo actuado con mayor fuerza contra las dos o tres que estaban situadas en el centro que contra las exteriores, puesto que estaban menos expuestas al viento, había fundido casi A-T, VI, 305 enteramente las masas que las componían y habían dado lugar a la formación de estas columnas. No me produjo tampoco una admiración mayor el ver frecuentemente dos estrellas de tamaño desigual unidas, pues advirtiendo que los radios de la más grande eran siempre más largos y más puntiagudos que los de la otra, juzgué que la causa estaba en el calor, pues habiendo sido más fuerte alrededor de la más pequeña que de la otra había fundido con anterioridad las puntas de estos radios, o bien que esta más pequeña podía también haber sido compuesta de una masa de hielo más pequeña. Finalmente tampoco me produjeron extrañeza esas dobles estrellas de doce radios que cayeron después, pues juzgué que cada una había sido compuesta por dos simples de seis radios en virtud del calor que, siendo más fuerte entre las dos hojas donde ellas estaban que por fuera, había fundido enteramente los pequeños ramilletes de hielo que las unían y así las

había ajustado unidas, al igual que también había acortado aquellos que unían las otras, que anteriormente había visto caer un momento antes. Ahora bien, entre varios millares de estas pequeñas estrellas que yo consideré ese día en aquel lugar que tanto cuidado tuve en vigilar, no he podido jamás registrar alguna que tuviera más o menos de seis radios, excepto un pequeño número de estas dobles que tenían doce y cuatro o cinco que tenían ocho. Estas no eran exactamente redondas como todas las otras, sino un poco ovaladas, tal como se las puede ver en *O*; por ello estimé que estaban formadas por la unión de las extremidades de dos láminas empujadas por el viento, la una contra la otra, y al mismo tiempo que el calor convertía sus pequeñas masas en estrellas, pues tenían exactamente la figura que esto debía causar y esta unión al producirse, siguiendo una línea recta, no puede ser más impedida por el ondulamiento que causan los vientos que las de las partículas de una misma hoja; además el calor puede A-T, VI, 306 ser mayor entre los bordes de estas hojas, cuando se aproximan la una a la otra, que en otros lugares. Y este calor habiendo fundido casi las partículas de hielo que allí estaban, el frío que a continuación sobreviene en el momento en que comienzan a tocarse entre sí, las puede unir fácilmente. Finalmente, además de las estrellas de las cuales he hablado hasta aquí, que eran transparentes, cayó una infinidad de otras este día que eran totalmente blancas, como el azúcar, y de las cuales algunas tenían poco más o menos la misma figura que las transparentes; pero la mayor parte tenían sus radios muy puntiagudos y más delgados y, frecuentemente, divididos ya en tres ramas de las cuales las dos de los lados estaban replegadas exteriormente por ambas partes y la del centro permanecía recta, de manera que representaba una flor de lis, como se puede ver en *R*; también pude ver varias, que representaban plumas u hojas de helechos o cosas semejantes. Y también cayeron entre estas estrellas otras varias de hielo en forma de hilos sin otra figura determinada. Las causas son todas fáciles de entender, pues la blancura de estas estrellas no procedía más que del calor que no había penetrado hasta el fondo de su materia, tal como era manifiesto, ya que todas aquellas que eran muy delgadas eran, a su vez, transparentes. Y si alguna vez los radios de las blancas no eran menos cortos y musgosos que los de las transparentes, esto no era porque estuviesen muy fundidos por el calor sino porque anteriormen-

te habían sido prensados por los vientos; comúnmente eran más largos y puntiagudos a causa de que habían sido menos derretidos. Y cuando estos rayos estaban A-T, VI, 307
divididos en varias ramas, era porque el calor había abandonado los pequeños pelos que los componían tan pronto como habían comenzado a aproximarse los unos a los otros para unirse. Y cuando estaban solamente divididos en tres ramas era porque el calor los había abandonado un poco más tarde y las dos ramas de los lados se replegaban de ambas partes cuando este calor se retiraba a causa de que la proximidad de la rama central los volvía inconteniblemente más fríos y menos flexibles por su lado, lo que formaba cada radio con la forma de la flor de lis. Y las paredes de hielo que no tenían alguna forma determinada me aseguraban de que todas las nubes no estaban compuestas de pequeños nudos o masas, sino que también existían algunas de las que no constaban sino de ramilletes confusamente entremezclados. En cuanto a la causa que hacía descender estas estrellas, se me puso de manifiesto al comprobar la violencia del viento que continuó durante todo ese día, pues juzgué que podía fácilmente desunirlas y romper las hojas de que se componían, después de haberse formado; asimismo, tan pronto como estuvieran desunidas, colgando algunos de sus extremos hacia la tierra, podían fácilmente hendir el aire a causa de que eran muy llanas y eran bastante pesadas para descender. Pero, si cae alguna de estas estrellas en tiempo suave es debido a que el aire situado en la parte inferior al estrecharse atrae hacia sí toda la nube o bien que el superior, dilatándose, las empuja hacia abajo y, por este mismo medio, las desune; por ello acontece que suelen ser seguidas de más nieve, lo que no sucedió tal día. A la mañana siguiente cayeron copos de nieve que parecían A-T, VI, 308
estar compuestos de un número infinito de muy pequeñas estrellas unidas; sin embargo, observando con mayor atención encontré que las del interior no estaban tan regularmente formadas como las de la superficie y que podían fácilmente proceder de la disolución de una nube semejante a aquella que había sido anteriormente señalada con *G*. Asimismo, habiendo cesado esta nieve, un viento súbito en forma de tormenta hizo caer un poco de granizo blanco muy alargado y menudo, teniendo cada grano la forma de un pan de azúcar; en tal momento, el aire llegando muy pronto a ser claro y sereno, juzgué que este granizo se había formado de la más alta parte de las nubes, cuya nieve

era muy sutil y estaba compuesta de ramilletes muy delgados, del modo que he descrito. En fin, tres días después viendo caer la nieve compuesta de pequeños nudos o masas rodeadas de un gran número de pelos entremezclados y que no tenían ninguna forma de estrellas, me confirmé en la creencia de todo lo que había imaginado en relación con esta materia[49].

En cuanto a las nubes que no estaban compuestas sino de gotas de agua, es fácil de entender, a partir de lo expuesto, por qué descienden en forma de lluvia: a saber, bien porque tiene lugar en virtud de su propio peso, cuando sus gotas son bastante gruesas; bien porque el aire que está por debajo al retirarse o el que está por encima al comprimirlas, les dan ocasión de descender; bien porque concurren varias de estas causas. Y es que cuando el aire situado en la parte inferior se retira, entonces se produce la lluvia más menuda que pueda darse; pues incluso es entonces alguna vez tan
A-T, VI, 309 menuda, que no se dice que esto sea lluvia, sino más bien una neblilla que desciende; como, al contrario, es muy gruesa cuando la nube desciende porque es presionada por el aire situado en la parte superior, pues las más altas de sus gotas, descendiendo las primeras, encuentran allí otras que las engrosan. Además, he visto alguna vez durante el verano, dándose un tiempo suave acompañado de un calor pesado y sofocante, que comenzaba a caer una lluvia tal antes incluso de que hubiera aparecido nube alguna; la causa de esto residía en que habiendo en el aire muchos vapores que, sin duda, eran presionados por los vientos de otros lugares tal como la calma y el peso del aire lo hacían suponer, las gotas en que estos vapores se convertían llegaban a ser muy gruesas e iniciaban su caída, aconteciendo esto a medida que se formaban.

En cuanto a las neblillas, cuando la tierra se enfría, y el aire que está en sus poros se condensa, se facilita su descenso; se convierten en rocío si están compuestas de gotas de agua y en bruma o escarcha, si están compuestas de vapores helados o, más bien, que se hielan a medida que tocan tierra. Y esto sucede principalmente por la noche o por la mañana a causa de que es el tiempo en que la tierra, alejándose del sol, se enfría. Pero el viento abate también muy a menudo las neblillas, sobreviniendo en los lugares donde están; incluso puede transportar su materia y producir el rocío o la escarcha en aquellos lugares donde no han sido apercibidos; asimismo, también se comprueba que esta

helada no se pega a las plantas más que sobre la cara que el viento golpea.

En cuanto a la humedad que nunca cae sino por la A-T, VI, 310 tarde y no se conoce sino por los reumas y los males de cabeza que causa, no consiste sino en ciertas exhalaciones sutiles y penetrantes que, estando más fijas que los vapores, no se evaporan sino en los países bastante calientes y en los hermosos días, volviendo a caer tan pronto como el calor del sol las abandona; por ello, existen diversas modalidades según los diferentes países e incluso es desconocida en otros, según las diferencias de las tierras de donde proceden esas exhalaciones. Y no digo que no esté a menudo acompañada del rocío, que comienza a caer a partir de la tarde, pero sí que no es de ningún modo la que causa los males de los cuales se las acusa. Son también exhalaciones las que componen los otros tales jugos que descienden del aire durante la noche, pues, en cuanto a los vapores no podrían cambiarse sino en agua o hielo. Tales jugos son diferentes según los diferentes países, no adhiriéndose algunos sino a determinados cuerpos, puesto que sus partículas son de tal figura que no pueden adherirse contra las otras.

Asimismo, si el rocío no cae y se ve que las neblillas emanan hacia lo alto humedeciendo la tierra, esto es signo de lluvia, pues esto no sucede sino cuando la tierra, no habiendo sido bastante enfriada durante la noche o habiendo sido extraordinariamente recalentada durante la mañana, produce cantidad de vapores que, reempujando estas neblillas hacia el cielo dan lugar a que sus gotas se reencuentren, se engrosen y se dispongan a caer en lluvia muy poco después. Es también un A-T, VI, 311 signo de lluvia el ver que, estando nuestro aire muy cargado de nubes, el sol no deja de parecer bastante brillante desde la mañana, pues esto significa que no hay otras nubes en el aire vecino al nuestro hacia el Oriente, que impidan que el calor del sol no condense aquellas que están sobre nosotros e incluso también que no se produzca la elevación de nuevos vapores de nuestra tierra que las aumenten. Pero, no dándose esta causa más que durante la mañana si no llueve antes del mediodía, nada puede inclinarnos a juzgar lo que sucederá durante la noche. Nada diré de varios otros signos de lluvia que se observan a causa de que son demasiado inciertos; si consideráis que el mismo calor que es requerido para condensar las nubes y obtener lluvia, puede también muy al contrario dilatarlas y

cambiar en vapores que algunas veces se dispersan insensiblemente en el aire y otras pueden causar vientos, según que las partículas de estas nubes se encuentren un poco más separadas o presionadas y según que el calor esté más o menos acompañado de humedad, o bien que el aire que está en los alrededores se dilate más o menos o, por el contrario, se condense, llegaréis a conocer que todas estas cosas son demasiado variables e inciertas para ser previstas con precisión por los hombres[50].

SOBRE LAS TEMPESTADES, EL RAYO Y CUANTOS FUEGOS APARECEN EN EL AIRE

Discurso Séptimo

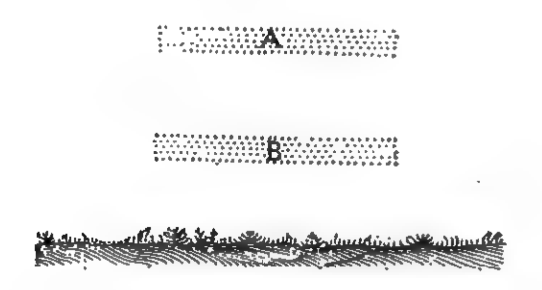
A-T, VI, 312 Las nubes no sólo dan lugar a la formación de vientos cuando se disuelven en vapores, sino también en algunas ocasiones cuando descienden tan súbitamente que expulsan con gran violencia todo el aire que se encuentra bajo ellas, dando lugar a la formación de un viento muy fuerte pero de reducida duración; es posible imitar este fenómeno extendiendo a una altura media un lienzo en el aire de forma que todas sus partes equidisten de la tierra y permitiendo su descenso en una posición totalmente plana. Las fuertes lluvias generalmente vienen precedidas por un viento de este tipo que actúa claramente de arriba hacia abajo y cuya frialdad demuestra suficientemente que proviene de las nubes donde generalmente el aire es más frío que a nuestro alrededor. Es este viento el que da lugar a que cuando las golondrinas vuelan muy bajo, nos adviertan de la lluvia, pues hace que desciendan ciertos mosquitos de los que éstas se alimentan y que generalmente durante el buen tiempo vuelan a mayor altura. Asimismo es este viento el que en algunas ocasiones (cuando la nube es hasta tal punto reducida de dimensiones o ha descendido tan poco que este viento es tan tenue como para apenas ser perceptible permaneciendo al aire libre) se introduce en las chimeneas, hace saltar las cenizas y las

brasas que se encuentran en el rescoldo del fuego, provocando pequeños torbellinos que son bastante A-T, VI, 313 admirados por quienes ignoran las causas que dan lugar a la formación de estos vientos que generalmente son seguidos por lluvia. Por el contrario, si la nube que desciende es muy pesada y de grandes dimensiones (tal como puede acontecer con mayor facilidad sobre los grandes mares que en otros lugares, pues estando dispersos los vapores con mayor regularidad, al mismo tiempo que se forma la menor nube en algún lugar se extiende inmediatamente a cuantos la rodean), causa necesariamente una tempestad que será tanto más intensa cuanto mayor y más pesada sea la nube y cuya duración, a su vez, será tanto más prolongada cuanto mayor sea la altura desde la que desciende[51]. Tal es el modo según el cual estimo que se producen esos vientos[52], tan temidos por los marineros en sus largos viajes, particularmente más allá del cabo de Buena Esperanza, donde los vapores que se elevan del mar etíope, muy ancho y muy calentado por el sol, pueden dar lugar con facilidad a un viento occidental, que, deteniendo el curso natural de los procedentes del mar de las Indias, los reúna en una sola nube que al originarse como consecuencia de la desigualdad que existe entre estos dos grandes mares y esta tierra[53], debe llegar a tener proporciones mucho mayores que las que se forman en nuestras tierras donde solamente dependen de desigualdades menores como las que se dan entre nuestras llanuras, lagos y montañas. Dado que en los lugares anteriormente mencionados no se observa la presencia de otro tipo de nubes, tan pronto como los marineros se percatan de alguna cuya formación se inicia, aunque parezca tan pequeña como para que los Flamencos la comparen con el ojo de un buey, del que han tomado nombre, aunque el tiempo parezca estar A-T, VI, 314 muy sereno y en gran calma, inmediatamente se disponen a recoger sus velas y a prevenirse contra una tempestad que nunca tarda en llegar. Es más, opino que tal tempestad será tanto más intensa cuanto de menores dimensiones haya parecido ser la nube, pues no pudiendo llegar a ser lo suficientemente espesa como para ser visible oscureciendo el aire si a la vez no llega a alcanzar una gran extensión, creo que no puede parecernos de dimensiones tan reducidas sino porque nos encontramos a una gran distancia de ella; así mismo sabéis que cuanto mayor es la altura desde la que desciende un cuerpo pesado, tanto más impetuosa es su caída. De

este modo, estando esta nube a una gran altura y alcanzando en poco tiempo grandes proporciones y un gran peso, desciende de modo que desplaza con gran violencia todo el aire que está bajo ella y, de esta forma, origina un viento tempestuoso. Así mismo debe llamarse la atención sobre que los vapores mezclados con este aire son dilatados por tal agitación y que otros muchos surgen del mar a causa de la agitación de sus olas, lo cual aumenta en alto grado la fuerza del viento y, retardando el descenso de la nube, dilata la duración de la tormenta; asimismo debe señalarse que frecuentemente tales vapores se encuentran mezclados con exhalaciones que no pudiendo ser desplazadas por la nube tan lejos como aquéllos, puesto que sus partes son menos sólidas y tienen figuras más irregulares, se ven separadas de ellos por la agitación del aire de modo igual a como anteriormente hemos dicho que al batir la crema de la leche se separa la mantequilla. De este modo tales exhalaciones se reúnen en distintos lugares dando lugar a diversos montones que, oscilando a la mayor altura posible en relación con la nube, llegan finalmente a pegarse contra las cuerdas y mástiles de los navíos A-T, VI, 315 cuando la nube ha concluido su descenso. Allí, siendo inflamadas por una violenta agitación, dan lugar a la formación de los fuegos llamados de San Elmo, que son motivo de consuelo para los marineros, pues les hacen esperar buen tiempo. Verdad es que frecuentemente tales tempestades tienen una mayor intensidad hacia el fin de las mismas que en su inicio y que pueden estar superpuestas diversas nubes, pudiendo, por tanto, originarse tales fuegos bajo cada una de ellas; tal ha podido ser la causa por la que los antiguos no viendo sino uno, llamado el astro de Helena, lo estimaban como presagio de mal augurio como si aún debiese darse el momento de mayor intensidad de la tempestad; por el contrario, cuando observaban dos, llamados Castor y Polux, los interpretaban como signo de un buen presagio. Tal era probablemente el número mayor que llegaban a observar si exceptuamos los momentos en que la tormenta cobraba una extraordinaria intensidad, pues en tal situación observaban tres, considerándolos igualmente signo de mal augurio. Sin embargo, he oído contar a nuestros marineros que llegan a observar hasta cuatro o cinco, probablemente porque sus barcos son mayores y poseen mayor número de mástiles que los de los antiguos o bien porque viajan a través de lugares en los que las exhalaciones son más frecuentes. Afirmo tal,

pues no puedo formular sino conjeturas acerca de lo que acontece en los grandes mares, que no conozco y de los que sólo tengo informaciones muy imperfectas.

En relación con las tormentas que se producen acompañadas de truenos, relámpagos, torbellinos, rayos, y que he podido observarlas en tierra, no dudo en modo alguno que hayan sido causadas porque estando superpuestas varias nubes, en ocasiones sucede que las situadas a mayor altura se precipitan repentinamente A-T, VI, 316 contra las situadas a una altura menor. Tal como si las dos nubes *A* y *B* no estando compuestas sino de nieve muy rara y muy extensa[54], sobreviene un aire más



caliente alrededor de la superior *A* que alrededor de la inferior *B*; es en tal caso evidente que el calor de este aire puede condensarla y hacerla más pesada paulatinamente, de modo que sus partes más altas siendo las primeras en iniciar el descenso, arrastrasen consigo otras muchas que caerían sobre la inferior produciendo un gran ruido. Así recuerdo haber presenciado en cierta ocasión, alrededor del mes de mayo, cuando las nieves habían sido calentadas por el sol, cómo el menor movimiento de aire era suficiente para precipitar súbitamente una gran masa de nieve que creo eran llamadas avalanchas y cuyo ruido resonaba en los valles imitando bastante bien el de las tormentas. Por ello puede comprenderse no sólo por qué truena con menor frecuencia durante el invierno que durante el verano en estos lugares, ya que no llega con tanta facilidad calor bastante hasta las más altas nubes para fundirlas, sino también por qué durante la época de los grandes calores, después de un viento septentrional de escasa duración, se percibe inmediatamente un calor húmedo y sofocante que suele ser signo de que pronto se oirán truenos; eso testimonia que tal viento septentrional,

habiéndose acercado a la tierra, ha transportado el calor recogido de la misma hacia el lugar donde se forman las más altas nubes, y que el mismo vien-
A-T, VI, 317 to ha sido posteriormente expulsado hacia el lugar en que se forman las más bajas en virtud de la dilatación del aire inferior que causan los vapores calientes que éste contiene; por ello no sólo descienden las más altas nubes al condensarse, sino que también las más bajas, permaneciendo muy rarificadas y, a la vez, agitadas y propulsadas por la dilatación del aire inferior, deben ofrecer una resistencia tal que no llega a caer parte alguna hasta la tierra. Observad igualmente que el ruido que se produce sobre nosotros, se oye más fácilmente a causa de la resonancia del aire; asimismo, debe ser más intenso en proporción a la nieve que cae, que no es la de las avalanchas. Finalmente, considérese que pueden ser fácilmente producidos todos los diferentes sonidos del trueno bien por cuanto las partes de las nubes más altas se precipiten bien a la vez o bien las unas después de las otras, con mayor o menor rapidez, según sean más o menos grandes y espesas u ofrezcan una mayor o menor resistencia. Estimo en relación con las diferencias existentes entre los relámpagos, los torbellinos y los rayos que no dependen sino de la distinta naturaleza de las exhalaciones que se encuentran en el espacio que existe entre dos nubes y del modo en el que la superior se precipita sobre la inferior. Pues si se han dado grandes calores y sequías, de modo que este espacio contenga una gran cantidad de exhalaciones muy sutiles y dispuestas a inflamarse, la nube superior no puede ser tan pequeña ni descender tan lentamente que, cortando el aire que existe entre ella y la inferior, no dé lugar a la aparición de un relámpago, es decir, de una llama ligera que se disipa en un instante.
A-T, VI, 318 De modo que—pueden verse tales relámpagos sin oír ruido alguno de truenos y, a veces, también sin que las nubes sean lo bastante espesas como para ser visibles. Por el contrario, cuando en el aire no se encuentra este tipo de exhalaciones, fácilmente inflamables, puede oírse ruido de truenos sin que lleguemos a observar la presencia de relámpago alguno. Y cuando la nube más alta no se cae sino por partes y de modo paulatino, apenas causa otra cosa que relámpagos y truenos; pero cuando, por el contrario, toda ella se precipita con bastante rapidez, puede dar lugar a los torbellinos y al rayo[55]. Pues debe hacerse notar que los extremos de esta nube, tal como *C* y *D*, deben descender con una

velocidad un poco mayor que la de la parte central, ya que el aire situado bajo ellos, debiendo cubrir una menor distancia para encontrar una salida, cede con mayor facilidad y, de este modo, llegando a alcanzar los



extremos de la nube inferior antes que su parte central, queda cerrada una gran cantidad de aire por ambas nubes como puede verse en *E*; posteriormente, este aire siendo presionado cada vez más por la parte central de la nube superior, que continúa su descenso, llega necesariamente a romper la inferior para abrir una salida como se ve en *F*, o bien a entreabrir alguna de sus extremidades, como se ve en *G*. Y cuando de este modo ha roto esta nube, desciende con una gran fuerza hacia la tierra, remontándose desde allí en forma de torbellino, porque encuentra una resistencia por todas partes que dificulta la continuación de su movimiento en línea recta a tanta velocidad como su agitación requiere, formándose de este modo un torbellino que no puede darse junto con rayos ni truenos si en esta zona del aire no existen exhalaciones que puedan inflamarse; pero cuando existen, se reúnen todas y siendo impetuosamente arrojadas junto con este aire hacia la tierra, originan el rayo. Puede ser que este rayo queme las ropas y rasure el pelo sin perjudicar al cuerpo si estas exhalaciones, que ordinariamente tienen color de azufre, son de naturaleza oleosa de forma que compongan una llama ligera que no se pega sino a las materias fáciles de arder. Por el contrario también pueden romper los huesos sin dañar la carne o fundir la espada sin modificar la vaina, si estas exhalaciones siendo muy sutiles y penetrantes no participan sino de la naturaleza de las sales volátiles o de las aguas fuertes, puesto que si bien no realizan fuerza alguna contra los cuerpos que no oponen resistencia, sin embargo rompen y disuelven cuantos les oponen resistencia, tal como vemos que el agua fuerte disuelve los metales más duros y, sin embargo, apenas altera la cera. Finalmente, el rayo

A-T, VI, 319

puede en algunas ocasiones convertirse en una piedra de gran dureza que escinde y rompe cuanto encuentra, si estas exhalaciones muy penetrantes se encuentran mezcladas con cantidad de otras que sean grasas y azufrosas, principalmente si existen otras más gruesas, seme-
A-T, VI, 320 jantes a la tierra que se encuentra al dejar reposar el agua de lluvia en un vaso; así se experimenta que puede formarse súbitamente una piedra si mezclamos cierta cantidad de esta tierra, salitre y azufre y, a la vez, aplicamos fuego a esta composición. Por otra parte, si la nube rompe por uno de los laterales, como en *G*, el rayo, siendo lanzado transversalmente, alcanza más pronto los vértices de las torres y las altas rocas que los lugares bajos, tal como se ve en *H*. Pero, tan pronto como la nube se rompe por su parte inferior, existe una razón para que el rayo alcance más rápidamente los lugares altos y sobresalientes que los otros, pues si, por ejemplo, la nube *B* no está más dispuesta a escindirse en un punto que en otro, es cierto que deberá romperse el que está marcado con *F* a causa de la resistencia del campanario que está debajo. Hay también razón para que cada golpe de trueno sea generalmente seguido por otro de lluvia y para que, cuando esta lluvia sea muy abundante, no continúen los truenos, pues si la fuerza mediante la cual la nube superior rompe la inferior, cayendo sobre ella, es suficiente para haberla hecho descender totalmente, es evidente que el trueno debe cesar y, si por el contrario, es menor, puede soltar frecuentemente copos de nieve que, fundiéndose en el aire, den lugar a la lluvia. Finalmente, no es una suposición carente de razón el que los grandes ruidos provocados por campanas o cañones puedan disminuir el efecto del rayo, pues ayuda a provocar la caída de la nube inferior al agitar la nieve de la que está compuesta, tal como conocen suficientemente aquellos que tienen costumbre de viajar a través de los valles en que son
A-T, VI, 321 temidas las avalanchas, ya que se abstienen de hablar y de toser al atravesarlos por temor a que el ruido de su voz provoque el movimiento de la nieve.

Pero ya hemos destacado que se dan relámpagos algunas veces sin que se oigan truenos, como en aquellos lugares del aire en que hay una gran cantidad de exhalaciones y pocos vapores, donde pueden formarse nubes tan poco espesas y tan ligeras que, precipitándose unas sobre otras desde bastante altura, no permiten oír trueno alguno ni excitan en el aire tormenta alguna, aunque rodeen y unan varias exhala-

ciones de las que se componen no solamente esas pequeñas llamas que se diría son las estrellas que caen del cielo u otras que lo cruzan, sino también bolas de fuego bastante gruesas y que, llegando hasta nosotros, pueden considerarse como diminutos rayos. Asimismo, en tanto que hay exhalaciones de diversa naturaleza, no juzgo que sea imposible que al ser presionadas por las nubes den lugar a la composición de una materia que, según el color y resistencia que tenga, parezca leche, sangre, carne o bien que quemándose, llegue a ser tal que se la tome por hierro o piedras o que, finalmente, al corromperse engendre algunos pequeños animales en poco tiempo; esto explicaría lo que frecuentemente se lee entre los sucesos prodigiosos al afirmar que llovió fuego, sangre, langostas o cosas semejantes. Además, sin que exista en el aire nube alguna, las exhalaciones pueden ser amontonadas e inflamadas solamente por el viento, principalmente cuando se dan dos o varios que son contrarios y llegan a oponerse. Finalmente, sin
nubes y sin vientos y sólo porque una exhalación sutil y A-T, VI, 322
penetrante, que participa de la naturaleza de las sales, se introduce en los poros de otra que es grasa y azufrosa, pueden formarse ligeras llamas tanto a gran altura como a baja; así sucede con esas estrellas que a gran altura atraviesan el aire y con los ardientes fuegos, llamados fatuos que lo hacen a baja altura, así como con los que se adhieren a ciertos cuerpos como en los cabellos de los niños, en las crines de los caballos, en las puntas de las picas que han sido frotadas con aceite para limpiarlas o cosas semejantes. Pues es cierto que no sólo una violenta agitación, sino también la sola mezcla de dos cuerpos distintos es suficiente para inflamarlas, como se observa al verter agua sobre cal, al encerrar el heno antes de que se haya secado o en una infinidad de otros casos que todos los días se suscitan en la química. Pero todos estos fuegos si los comparamos con el rayo poseen poca fuerza porque no están compuestos sino de las partículas más blandas y viscosas de los aceites aunque, por lo general, también concurren las más vivas y penetrantes de las sales para su producción. Estas no permanecen mezcladas con las otras, sino que rápidamente se apartan después de haberlas inflamado; por el contrario, el rayo está principalmente compuesto de las más vivas y penetrantes que siendo muy violentamente presionadas y lanzadas por las nubes, arrastran a las otras junto consigo hasta tierra. Y los que conocen cuanta fuerza y rapidez

tiene el fuego producido por la mezcla de salitre y azufre, cuando la parte grasa del azufre estando separada de estos espíritus tiene muy poca, no encontrarán
A-T, VI, 323 nada dudoso en todo esto. En relación con la duración de los fuegos que se detienen o circunvolucionan alrededor de nosotros, puede ser más o menos prolongada según que su llama sea más o menos lenta y su materia sea más o menos espesa y se encuentre más o menos prensada. Pero en relación con la de los fuegos que se observan en lo alto del aire no puede ser sino de corta duración, pues si su materia no fuese muy poco densa su peso los haría descender. Por ello, pienso que los filósofos han tenido razón al compararlos con la llama que vemos cubre todo el humo que sale de una antorcha que se acaba de apagar, cuando siendo aproximada a otra antorcha se prende de nuevo. Pero después de pensar así, aún me produce más extrañeza que hayan podido imaginarse que los cometas y las columnas o fuegos en forma de espiga que se observan algunas veces en el cielo estuviesen compuestas de exhalaciones, pues duran mucho más tiempo.

Y puesto que he intentado explicar de modo minucioso su formación y su naturaleza en otro tratado y no creo que sean meteoros, al igual que tampoco creo que lo sean los terremotos y los minerales que muchos introducen como meteoros[56], no hablaré sino de ciertas luces que, apareciendo durante la noche con tiempo en calma y sereno, dan ocasión a las gentes ociosas para imaginarse escuadrones de fantasmas que combaten en el aire y a los que hacen presagiar la derrota o victoria del partido al que pertenecen según que el temor o la esperanza predominen en su fantasía. También a causa de que yo nunca he presenciado uno de estos espectáculos y de que sé en qué medida los relatos que se nos
A-T, VI, 324 hacen son generalmente falsificados y desmesurados por la superstición y la ignorancia, me limitaré a exponer en breves palabras las causas que me parecen capaces de producirlos. La primera es que se dan en el aire varias nubes, lo suficientemente pequeñas como para ser tomadas por otros tantos soldados y que, cayendo unas sobre otras, rodean un número suficiente de exhalaciones como para causar cantidad de pequeños rayos y arrojar pequeños fuegos y también quizá para provocar la audición de pequeños ruidos, por medio de los cuales tales soldados parecen combatir. La segunda es que existen en el aire nubes tales que en lugar de caer las unas sobre las otras, reciben la luz de los fuegos y rayos

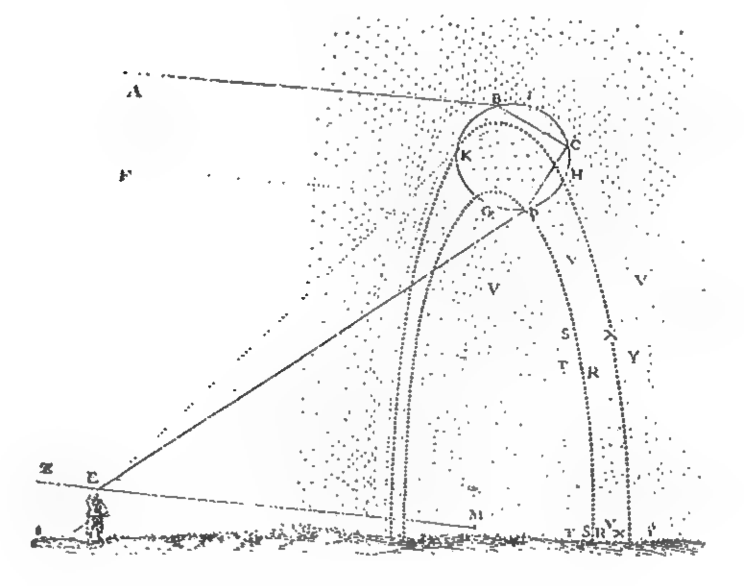
de alguna gran tempestad que se produce tan lejos de ella que no puede ser vista. La tercera es que estas nubes o algunas otras más septentrionales, de las que reciben su luz, están a tal altura que los rayos de sol llegan hasta ellas; si se atiende a las refracciones y reflexiones que dos o tres de tales nubes pueden causar, se observará que no es necesario que estén a gran altura para hacer aparecer hacia el Septentrión tales luces después de que haya pasado la luz del crepúsculo y también para motivar algunas veces que el sol aparezca aún en el momento en que ya se debe de haber puesto. Pero estas cuestiones no parecen pertenecer tanto a este discurso como a los siguientes en los que tengo el propósito de referirme a cuantas cosas pueden verse en el cielo sin que allí estén, después de haber concluido la explicación de todas las que allí están y se ven.

SOBRE EL ARCO IRIS

Discurso Octavo

El arco iris es una maravilla de la Naturaleza tan A-T, VI, 325
sorprendente y su causa ha sido investigada con tanta curiosidad en todas las épocas por los grandes ingenios[57] que, siendo su causa tan poco conocida, no podría escoger otro tema más apropiado para mostrar cómo poniendo en práctica el método que sigo[58], se puede acceder a conocimientos que no han sido alcanzados por aquéllos cuyos escritos poseemos. En primer lugar, me ha sido fácil juzgar que tal efecto se produce porque los rayos de luz inciden sobre las gotas de agua y se reflejan contra nuestros ojos, pues he observado que este arco no aparece solamente en el cielo, sino también cerca de nosotros si varias gotas de agua son iluminadas por el sol según puede comprobarse experimentalmente en algunas fuentes. En segundo lugar, conociendo ya que estas gotas son redondas[59], como anteriormente se ha demostrado, y que no modifican el aspecto de este arco aunque varíen sus dimensiones,

decidí construir una de gran tamaño con el fin de poder examinar en ella con más facilidad cuanto sucede en las otras. A tal efecto, habiendo llenado de agua una redoma de vidrio completamente redonda y muy transparente[60], observé que si el rayo de sol procedía, por ejemplo, de la parte del cielo *AFZ* y mi ojo se encontra-
A-T, VI, 326 ba situado en el punto *E*, al situar esta bola en *BCD*, entonces la parte *D* me parecía totalmente roja y mucho más brillante que el resto; asimismo, observé que aunque la aproximara o la alejara, la situara a la derecha o a la izquierda o incluso la hiciera girar alrededor de mi cabeza con tal que las líneas *DE* y *EM*

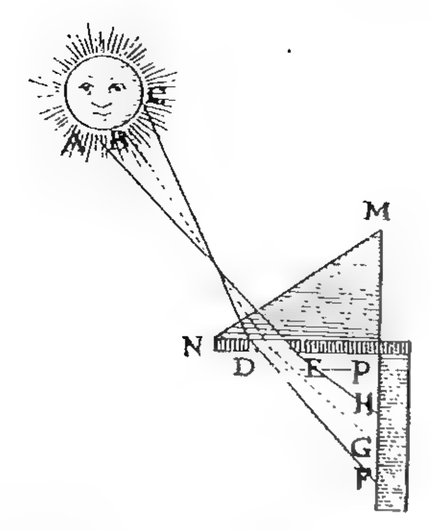


(que debemos imaginar unen el centro del ojo con el del sol) formasen un ángulo aproximado de 42 grados, la parte *D* aparecería siempre roja; pero tan pronto como este ángulo, *DEM*, aumentase un poco, tal color desaparecía; si, por el contrario, pasaba a ser un poco
A-T, VI, 327 menor, entonces no desaparecía repentinamente el color sino que con anterioridad se dividía en dos partes menos brillantes, en las que se veía el amarillo, el azul y otros colores[61]. En tercer lugar, dirigiendo la mirada hacia el lugar de esta bola llamado *K*, observé que si el ángulo *KEM* es aproximadamente de 52 grados, entonces este lugar de la bola también aparecía de color rojo,

pero siendo menor su brillo que el de *D*; si tal ángulo pasaba a ser un poco mayor, entonces aparecían otros colores más débiles, pero no era percibido color alguno si disminuía un poco o aumentaba mucho más tal ángulo. Por todo esto conocí de modo claro que, estando lleno de tales bolas o, en su caso, de gotas de agua todo el espacio que está hacia *M*, debe aparecer un punto de rojo intenso y brillante en cada una de las gotas si, trazando desde ellas una línea al ojo *E* forman con *EM* un ángulo aproximado de 42 grados, tal como supongo que sucede con las señaladas en *R*; asimismo, estos puntos, siendo vistos a la vez y no siendo observado el lugar en el que están sino bajo tal ángulo, deben aparecer como un círculo continuo de color rojo; igualmente deben darse puntos en las gotas que están situadas hacia *S* y *T*, que trazando desde ellos líneas hacia *E* forman ángulos un poco más agudos con *EM*, componiendo, por tanto, círculos de colores más débiles. En esto consiste el primer y principal arco iris. De igual modo, suponiendo posteriormente que el ángulo *MEX* sea de 52 grados, deberá aparecer un círculo rojo en las gotas señaladas con *X*, así como otros círculos de colores más débiles en las designadas con *Y*: en esto consiste el segundo y secundario arco A-T, VI, 328
iris. Finalmente en todas las gotas marcadas con *V* no debe aparecer color alguno. A continuación, examinando con mayor exactitud en la bola *BCD* porqué la parte *D* aparecía roja, averigüé que se debía a los rayos del sol que, procedentes de *A* y dirigiéndose hacia *B*, se curvaban al entrar en el agua por el punto *B* y se dirigían hacia *C* para reflejarse hacia *D* donde, curvándose de nuevo al salir del agua, se dirigían hacia *E*; obtuve tal conclusión, pues tan pronto como situaba un cuerpo opaco u oscuro en algún punto de las líneas *AB*, *BC*, *CD* o *DE*, desaparecía este color rojo. Por el contrario, aunque cubriese toda la bola, exceptuando A-T, VI, 329
los puntos *B* y *D* y colocase cuerpos oscuros en cualquier lugar que no impidiese el curso de los rayos *ABCDE*, tal color continuaba apareciendo. Prosiguiendo la investigación para explicar la causa del color rojo que aparecía hacia *K*, encontré que se debía a los rayos que procedentes de *F* y dirigiéndose a *G*, se curvaban en este punto para ir hacia *H*, donde se reflejaban hacia *I*, para de nuevo reflejarse en *I* hacia *K* y, finalmente, curvándose en el punto *K* dirigirse hacia *E*. Por tanto, el primer arco iris es causado por los rayos que llegan al ojo después de dos refracciones y una reflexión; el

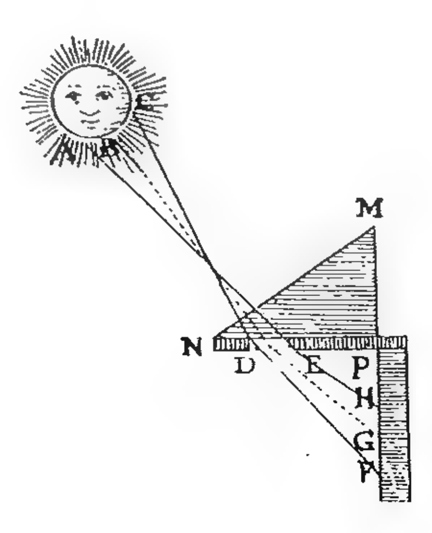
segundo, por otros rayos que no alcanzan el ojo sino después de dos refracciones y dos reflexiones, lo cual impide que tenga el mismo brillo que el primero.

Pero aún debía resolver la principal dificultad: porqué habiendo muchos otros rayos que, después de dos refracciones y una o dos reflexiones, pueden dirigirse hacia el ojo cuando esta bola está en otra situación, sin embargo, sólo aquéllos de los que he hablado dan lugar a la aparición de algún color[62]. Para resolverla traté de localizar algún otro cuerpo en el que tales colores apareciesen de igual modo con el fin de que estableciendo una comparación con la gota de agua pudiese juzgar más fácilmente cuál era su causa. Acordándome de que un prisma o triángulo de cristal produce un fenómeno semejante, seleccioné uno como *MNP*, cuyas dos superficies *MN* y *NP* fuesen completamente planas y cuya inclinación formase un ángulo aproximado de 30 ó 40 grados, de modo que si los rayos del sol *ABC* atraviesan
A-T, VI, 330 *MN* formando ángulos rectos o casi rectos no sufriesen en tal punto refracción apreciable, pero sí aconteciese una bastante grande al salir por *NP*. Al cubrir una de estas dos superficies (*NP*) con un cuerpo oscuro en el cual había una abertura bastante estrecha como *DE*, observé que los rayos, pasando por esta abertura y yendo a estrellarse contra un lienzo o papel blanco *FGH*, estampaban sobre él todos los colores del arco

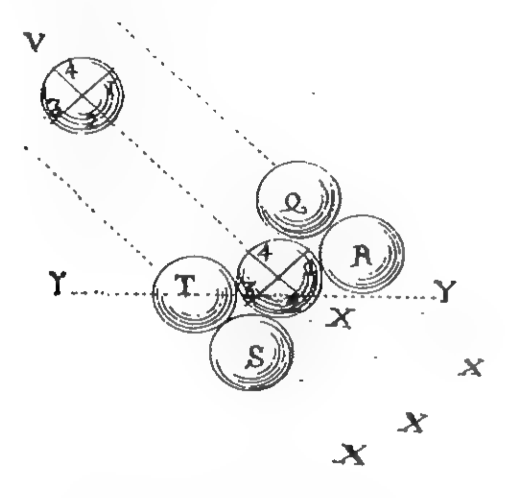


iris; asimismo, observé que el rojo aparece hacia *F* y el azul o el violeta hacia *H*. De tal experimento deduje, en primer lugar, que la curvatura de las gotas de agua no es requerida para la producción de estos colores, pues las superficies de este cristal eran totalmente planas; en segundo lugar, tampoco lo es la magnitud del ángulo bajo el que aparecen, pues puede alterarse sin que ellos cambien y aunque se puede lograr que los rayos que se dirigen hacia *F* se curven más o menos que lo hacen los que se dirigen hacia *H*, sin embargo, por ello no dejan de proyectar siempre el color rojo y los que se dirigen hacia *H* el azul; en tercer lugar, tampoco lo es la reflexión, pues en este experimento no se da ninguna; finalmente, tampoco es necesaria la pluralidad de refracciones, pues solamente una tiene lugar. Sin embargo, consideré que, al menos, una refracción era necesaria e incluso una cuyo efecto no fuese anulado por otra contraria, pues la experiencia muestra que si las superficies *MN* y *NP* fuesen paralelas, los rayos, enderezándose tanto en una como pudieran curvarse en la otra, no producirían estos colores. No he dudado que la luz I, VI, 331
también fuese necesaria, ya que sin ella nada se ve. Y, además de esto, he observado que era necesario realizar sombra o limitar esta luz, pues si se retira el cuerpo oscuro que está sobre *NP*, los colores *FGH* dejan de aparecer y si se practica la abertura *DE* bastante grande, entonces ni el rojo, ni el anaranjado ni el amarillo, situados hacia *F*, se extienden por ello más,

como tampoco lo hacen el verde, el azul y el violeta, que están hacia *H*, sino que todo el espacio que hay entre dos hacia *G* permanece blanco. A continuación de esto he intentado conocer porqué se dan colores distintos hacia *H* de los que se dan hacia *F*, aunque la refracción, la sombra y la luz concurren en ambos casos del mismo modo. Y concibiendo la naturaleza de la luz tal como lo he descrito en la Dióptrica, a saber, como la acción o el movimiento de una cierta materia muy sutil, cuyas partes debemos imaginar como pequeñas partículas redondas que ruedan en el interior de los poros de los cuerpos terrestres, he llegado a saber que estas bolas pueden rodar de diversas maneras, según las diversas causas que a ello las determinen; en particular que todas las refracciones que se producen hacia un mismo lado, las determinan a girar en el mismo sentido; pero, cuando no tienen partículas vecinas que se muevan notablemente más aprisa o menos aprisa que ellas, su giro es aproximadamente igual a su movimiento en línea recta; por el contrario, cuando por uno de los lados existen algunas que se mueven con menor velocidad y por el otro con velocidad igual o mayor como ocurre en los límites de la sombra y de la luz, si
A-T, VI, 332 encuentran las que se mueven con menor velocidad por el lado hacia el que ruedan, como sucede con las que componen el rayo *EH*, esto ocasiona el que no giren tan aprisa como si se mueven en línea recta; todo lo contrario sucede, cuando se encuentran con ellas por el



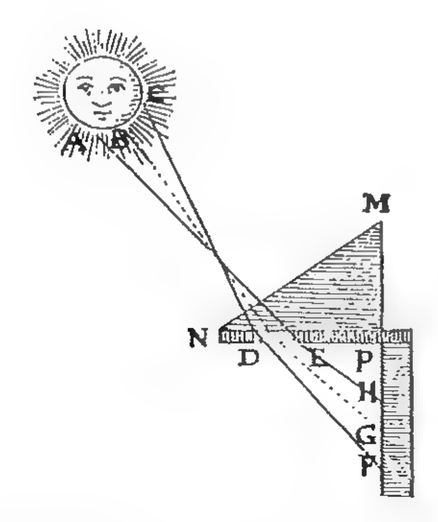
otro lado, como sucede con las bolas del rayo *DF*. Para mejor entender esto, pensad que la bola 1234 es empujada de *V* hacia *X* de tal manera que va en línea recta y que sus dos lados, 1 y 3, descienden a igual velocidad hasta la superficie del agua *YY*, donde el movimiento del lado señalado con 3, que es el primero en chocar con ella, es retardado, mientras que el del lado señalado con 1 continúa todavía, lo que ocasiona que toda la bola



comience infaliblemente a girar según el orden de las cifras 123. Posteriormente, imaginad que está rodeada de otras cuatro, *Q*, *R*, *S*, *T*, de las cuales *Q* y *R* tienden con mayor fuerza a moverse hacia *X*, y las otras dos *S* y *T* con una menor fuerza. De esto se deduce que *Q*, presionando su parte señalada con 1 y *S*, reteniendo la que está marcada con 3, aumentan su giro; asimismo, que A-T, VI, 333
R y *T* no lo obstaculizan ya que *R* está dispuesta a moverse hacia *X* más rápidamente de lo que es seguida por aquélla y *T* se mueve hacia *X* con menor velocidad que la que precede. Esto explica la acción del rayo *DF*. Por el contrario si *Q* y *R* se dirigen a menor velocidad que 1234 hacia *X*, y si *S* y *T* se dirigen al mismo punto con mayor velocidad, entonces *R* impide la rotación de la parte señalada con 1, y *T* el de la parte 3 sin que las otras dos, *Q* y *S*, produzcan modificación alguna. Esto explica la acción del rayo *EH*. Pero debe notarse que siendo esta bola 1234 muy redonda, puede fácilmente suceder que al estar fuertemente presionada por *R* y *T*,

ésta revire alrededor del eje 42 en lugar de detener su giro con tal ocasión y así que, cambiando en un momento de situación, gire posteriormente siguiendo el orden de las cifras 321; pues *R* y *T* que han sido las que han motivado su desviación, la obligan a continuar hasta que haya concluido una media vuelta en este sentido, pudiendo de este modo aumentar su giro en lugar de retardarlo. Esto me ha servido para resolver la principal dificultad que he encontrado en esta materia. En base a cuanto he dicho, creo que se demuestra con gran evidencia que la naturaleza de los colores que aparecen hacia *F* no consiste sino en que las partes de la materia sutil que transmiten la acción de la luz tienden a girar con más fuerza que a moverse en línea recta; de modo que las que tienden a girar con mucha mayor fuerza, dan lugar a la formación del rojo, y las que no tienden a girar sino un poco más fuerte, causan el
A-T, VI, 334 amarillo. Por el contrario, la naturaleza de aquellas que se ven hacia *H* no consiste sino en que estas pequeñas partes no giran con tanta rapidez como tienen costumbre, cuando no existe causa particular alguna que lo impida; por ello, el verde aparece donde no giran con mucha menos lentitud y el azul cuando giran con mucha menos lentitud. Ordinariamente en los límites de este azul se encuentra el encarnado que, dándole vivacidad y brillo, lo cambia en violeta o color de púrpura. Esto se explica en virtud de la misma causa que, generalmente, retarda el movimiento de las partículas de la materia sutil y que siendo lo suficientemente intensa como para modificar la situación de algunas, aumenta el de unas mientras disminuye el movimiento de otras. En todo esto la razón es tan acorde con la experiencia que no creo sea posible, después de haber conocido bien la una y la otra, dudar de que lo que acabo de explicar sea de otro modo. Pues si bien es verdad que el sentimiento que tenemos de la luz es causado por el movimiento o inclinación a moverse de alguna materia que toca nuestros ojos, como testimonian otros hechos, también es cierto que los diversos movimientos de esta materia deben producir en nosotros diversos sentimientos. Y como no puede darse otra diversidad en estos movimientos distinta de la expresada, tampoco localizamos otra por experiencia en nuestros sentimientos que la de los colores. Nada es posible encontrar en el cristal *MNP* que pueda producir los
A-T, VI, 335 colores, salvo el modo en que envía las partículas de la materia sutil hacia la línea *FGH* y de ahí a nuestros

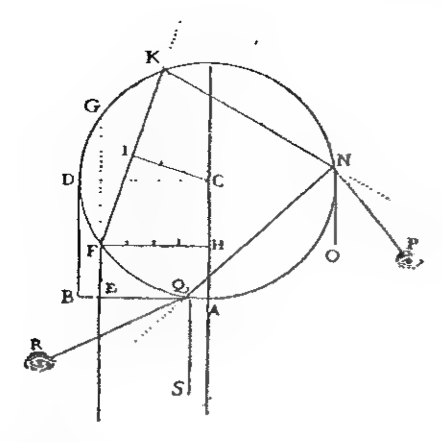
ojos; por ello me parece que es bastante evidente que no se debe buscar algo distinto en los colores que los demás objetos hacen aparecer, pues la experiencia ordinaria testimonia que la luz o el blanco, la sombra o el negro junto con los colores del iris que han sido explicados, bastan para componer todos los demás. Tampoco podría aprobar la distinción realizada por los filósofos, cuando afirman que los hay que son verdaderos mientras que otros son falsos o aparentes, ya que consistiendo su verdadera naturaleza exclusivamente en aparecer, me parece una contradicción el afirmar que son falsos y, sin embargo, aparecen. Admito, no obstante, que la sombra y la refracción no son siempre necesarios para producirlos, y que, en su lugar, el grosor, la figura, la situación y el movimiento de las partículas de los cuerpos que se llaman coloreados, pueden concurrir de modo diverso junto con la luz para aumentar o disminuir el giro de las partículas de la materia sutil. De tal modo, que en un principio llegué a dudar de que los colores se produjeran de igual modo en el arco iris que en el cristal *MNP*, ya que no observé en él ninguna sombra que limitase la luz y aún no sabía por qué aparecían solamente bajo ciertos ángulos hasta



que, habiendo tomado la pluma y habiendo calculado A-T, VI, 336
minuciosamente todos los rayos que caen sobre los diversos puntos de una gota de agua para conocer bajo qué ángulos pueden llegar a nuestros ojos después de

dos refracciones y una o dos reflexiones, he conocido que los hay en mayor número visibles bajo un ángulo de 41 a 42 grados después de una reflexión y dos refracciones, que bajo cualquier otro menor; asimismo, comprobé que no hay ninguno que pueda ser visto bajo uno mayor. Asimismo, llegué a conocer que después de dos reflexiones y dos refracciones hay muchos más que llegan hasta el ojo bajo el ángulo de 51 a 52 grados que bajo ningún otro más grande y que ninguno llega bajo un ángulo menor. Por tanto, la sombra delimita la luz por ambas partes; ésta después de haber atravesado una infinidad de gotas de lluvia iluminadas por el sol, llega a alcanzar el ojo bajo un ángulo de 42 grados o un poco menor, produciéndose de este modo el primer y principal arco iris. La hay también que delimita la que llega bajo el ángulo de 51 grados o un poco más, produciendo el arco iris exterior; pues no recibir rayos de luz en nuestros ojos o recibir muchos menos procedentes de un objeto que de otro, que es cercano, esto es ver sombra. Lo cual muestra claramente que los colores de estos arcos son producidos por la misma causa que los que aparecen con la ayuda del cristal *MNP* y que el radio del arco interior no debe ser mayor de 42 grados ni el del exterior menor de 51; asimismo, el primero debe estar mucho más delimitado en su superficie exterior que en la interior y el segundo, como la
A-T, VI, 337 experiencia permite ver, todo lo contrario. Pero, con el fin de que quienes conocen matemáticas puedan opinar si el cálculo que he realizado es exacto, creo necesario dar cuenta de él.

Sea *AFD* una gota de agua, cuyo radio *CD* o *AB* divido en tantas partes iguales como rayos deseo calcular con el fin de atribuir tanta luz a los unos como a los otros. Seguidamente examino uno de estos rayos en particular, por ejemplo, *EF* que, en lugar de pasar completamente recto hacia *G*, se desvía hacia *K*, reflejándose de *K* a *N* y se dirige posteriormente desde este último punto al ojo *P*; o bien se refleja una vez más desde *N* hacia *Q*, desviándose desde este punto hacia el ojo *R*. Y habiendo trazado *CI* perpendicular a *FK*, conozco por lo que ha sido explicado en la Dióptrica que *AE* o *HF* y *CI* guardan entre sí la proporción por medio de la cual se mide la refracción del agua. De modo que si *HF* consta de 8.000 partes y *AB* de 10.000, *CI* contendrá alrededor de 5.984, porque la refracción del agua aunque muy poco, es mayor que de tres a cuatro y, según la medición más exacta que he realiza-



do, es como de 187 a 250. Teniendo, pues, las dos líneas *HF* y *CI*, conozco fácilmente los dos arcos, *FG* que es de 73 grados y 44 minutos y *FK* que es de 106,30. Seguidamente, tomando el doble del arco *FK* del arco *FG* añadido a 180 grados, esto es, medio círculo, obtengo 40,44 como la medida del ángulo *ONP*, ya que supongo que *ON* es paralelo a *EF*. Asimismo, restando estos 40,44 de *FK* obtengo 65,46 para el ángulo *SQR* pues también supongo que *SQ* es paralelo a *EF*. Calculando de igual modo todos los otros rayos paralelos a *EF*, que pasan por las divisiones del diámetro *AB*, compongo la siguiente tabla: A-T, VI, 338

La línea *HF*	La línea *CI*	El arco *FG*	El arco *FK*	El ángulo *ONP*	El ángulo *SQR*
1.000	748	168,30	171,25	5,40	165,45
2.000	1.496	156,55	162,48	11,19	151,29
3.000	2.244	145, 4	154, 4	17,56	136, 8
4.000	2.992	132,50	145,10	22,30	122, 4
5.000	3.740	120,	136, 4	27,52	108,12
6.000	4.488	106,16	126,40	32,56	93,44
7.000	5.236	91,08	116,51	37,26	79,25
8.000	5.984	73,44	106,30	40,44	65,46
9.000	6.732	51,41	95,22	40,57	54,25
10.000	7.480	0	83,10	13,40	69,30

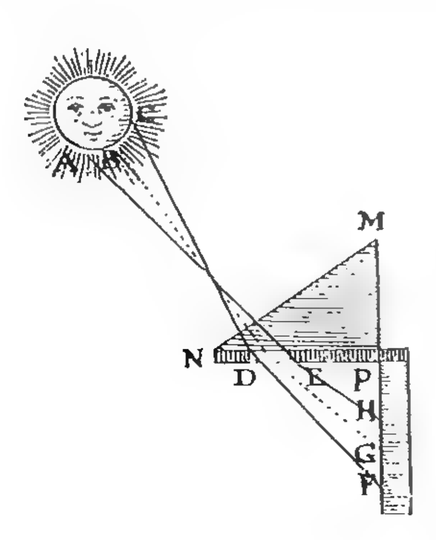
Fácil es comprobar en esta tabla que es mucho mayor el número de los rayos que forman el ángulo *ONP* aproximadamente de 40 grados, que el de los que lo forman menor; también es mayor el número de los que A-T, VI, 339 forman *SQR* aproximadamente de 54 grados, que el de los que forman mayor. Por tanto, con el fin de lograr mayor precisión confecciono la siguiente tabla:

La línea *HF*	La línea *CI*	El arco *FG*	El arco *FK*	El ángulo *ONP*	El ángulo *SQR*
8.000	5.984	73,44	106,30	40,44	65,46
8.100	6.058	71,48	105,25	40,58	64,37
8.200	6.133	69,50	104,20	41,10	63,10
8.300	6.208	67,48	103,14	41,20	62,54
8.400	6.283	65,44	102, 9	41,26	61,43
8.500	6.358	63,34	101, 2	41,30	60,32
8.600	6.432	61,22	99,56	41,30	58,26
8.700	6.507	59, 4	98,48	41,28	57,20
8.800	6.582	56,42	97,40	41,22	56,18
8.900	6.657	54,16	96,32	41,12	55,20
9.000	6,732	51,41	95,22	40,57	54,25
9.100	6.806	49,00	94,12	40,36	53,36
9.200	6.881	46,08	93,02	40,04	52,58
9.300	6.956	43,08	91,51	39,26	52,25
9.400	7.031	39,54	90,38	38,38	52,00
9.500	7.106	36,24	89,26	37,32	51,54
9.600	7.180	32,30	88,12	36,06	52,06
9.700	7.255	28,08	86,58	34,12	52,46
9.800	7.330	22,57	85,43	31,31	54,12

A-T, VI, 340 Vemos aquí que el mayor ángulo *ONP* puede ser de 41 grados 30 minutos y el más pequeño *SQR* de 51,54; sumando o restando a esto aproximadamente 17 minutos por el radio del sol, obtengo 41,47 para el mayor radio del arco-iris interior y 51,37 para el más reducido del exterior.

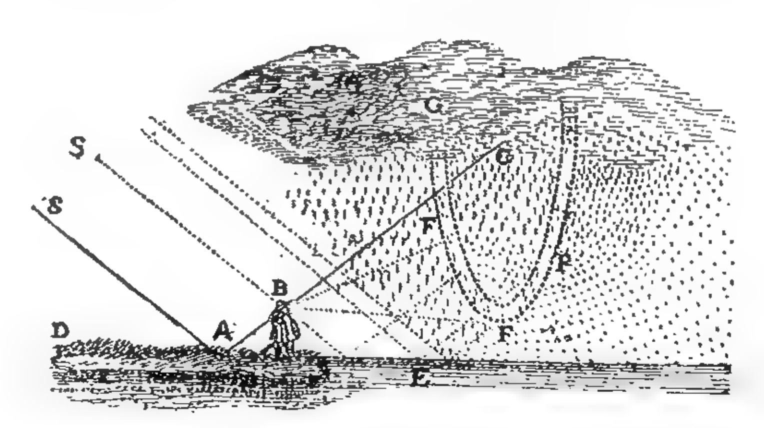
Es cierto que estando caliente el agua, su refracción es un poco menor que cuando está fría, pudiendo, por

tanto, alterarse un poco este cálculo. Sin embargo, esto no daría lugar a un aumento del radio del arco iris interior que fuese mayor de uno o dos grados como máximo; en tal caso, el del exterior será casi dos veces tanto más pequeño. Esto es digno de ser reseñado porque, por ello, se puede demostrar que la refracción del agua no puede ser menor ni mayor de lo que hemos establecido. Pues, por poco mayor que fuese, entonces el radio del arco iris interior sería menor de 41 grados, cuando generalmente se le conceden 45; si se la supone lo bastante reducida como para hacer que sea verdaderamente de 45, se encontrará que el del exterior no será tampoco más que de 45 mientras que aparece al ojo mucho mayor que el interior. Creo que Maurolico[63] ha sido el primero que ha determinado uno de 45 grados, calculando que el otro tiene aproximadamente 56. Esto muestra la poca fe que debe concederse a las observaciones que no son acompañadas de la verdadera razón. Por lo demás no me ha costado esfuerzo conocer por qué el rojo está en la parte exterior en el arco iris interior, ni por qué está situado en la parte interior en el exterior, pues la misma causa por la cual se sitúa hacia *F* más bien que hacia *H*, que aparece a través del cristal A-T, VI, 341 *MNP*, hace que si se mira este cristal teniendo el ojo en el lugar del lienzo blanco *FGH*, se vea el rojo hacia su parte más espesa *MP* y el azul hacia *N*, porque el rayo teñido de rojo que va hacia *F* viene de *C*, la parte del sol más adelantada hacia *MP*. Y esta misma causa hace



también que el centro de las gotas de agua y por consiguiente su parte más espesa, estando fuera con respecto a los puntos coloreados que forman el arco iris interior, el rojo deba aparecer por la parte exterior y que, estando dentro con respecto a los que forman el exterior, el rojo debe también aparecer por la parte interior.

Por tanto, creo que no queda ya ninguna dificultad en relación con este problema si exceptuamos las irregularidades que tienen lugar, como cuando el arco no es exactamente redondo, su centro no está en la línea recta que pasa por el ojo y el sol, lo cual puede ocurrir cuando los vientos modifican la figura de las gotas de lluvia; pues éstas no podrían perder su forma esférica sin que se registrase una notable diferencia en relación con el ángulo bajo el que deben aparecer los colores. También se ha observado en algunas ocasiones, según me han dicho, un arco iris invertido, de tal manera que sus extremos estaban orientados hacia la parte superior, como se representa aquí *FF*. Lo cual A-T, VI, 342 creo que sólo podría haber ocurrido por la reflexión de los rayos del sol que dan sobre el agua del mar o de algún lago. Como si viniendo de la parte del sol *SS*, cayeran sobre el agua *DAE* y se reflejasen hacia la lluvia *CF*, entonces el ojo *B* verá el arco *FF*, cuyo centro está



en el punto *C*, de manera que prolongando *CB* hasta *A* y pasando *AS* por el centro del sol, los ángulos *SAD* y *BAE* sean iguales y que el ángulo *CBF* sea aproximadamente de 42 grados. Sin embargo, también se requiere para que tal efecto se registre que no haya viento alguno que perturbe la superficie del agua en *E* y quizá también

que haya alguna nube, como *G*, que impida que la luz del sol, yendo en línea recta hacia la lluvia no eclipse la que este agua *E* envía; por ello se comprende que tal fenómeno se registre en escasas ocasiones. Además de esto, el ojo puede estar en tal situación, respecto del sol o de la lluvia, que vea la parte inferior que completa el círculo del arco iris sin llegar a verse la superior; entonces se le tomará por un arco invertido, a pesar de que no se le verá orientado hacia el cielo, sino hacia el agua o hacia la tierra.

Me han dicho también que se ha visto un tercer arco iris sobre los dos que generalmente aparecen, pero que A-T, VI, 343 era mucho más débil y se encontraba aproximadamente tan alejado del segundo como éste del primero. No creo que pueda darse tal fenómeno si no existe granizo muy redondo y transparente mezclado con la lluvia, pues siendo la refracción del mismo notablemente mayor que en el agua, el arco iris exterior habrá debido ser mucho mayor y de este modo aparecer sobre el otro. En relación al interior, que por la misma razón deberá ser mucho más reducido que el correspondiente producido por la lluvia, puede que no se haya hecho notar bien a causa de su gran brillo, bien porque, estando unidas sus extremidades, se las haya considerado como uno solo, pero como uno cuyos colores habrán estado dispuestos de forma distinta a la ordinaria.

Todo esto me hace recordar una invención para generar signos en el cielo que podrían causar gran admiración a quienes ignorasen sus causas. Supongo que ya sabéis el modo según el cual puede hacerse ver el arco iris mediante una fuente. Así, si el agua que sale por los agujeros *ABC*, subiendo a bastante altura, se expande en el aire por todos los lados hacia *R*, y el sol está situado hacia *Z* de manera que, siendo *ZEM* una línea recta, el ángulo *MER* pueda ser aproximadamente de 42 grados, entonces el ojo *E* habrá de ver un arco iris *R* semejante al que aparece en el cielo. A esto debemos añadir que existen aceites, aguas de vida y otros líquidos, en los cuales la refracción es notablemente mayor o menor que la del agua corriente y que, por ello, no son A-T, VI, 344 menos claros y transparentes. De modo que podrían disponerse varias fuentes ordenadas y de las que surgiesen diversos líquidos, viéndose por este medio una gran parte del cielo llena de los colores del iris: a saber, haciendo que los líquidos cuya refracción fuese mayor, surgiesen más próximos a los espectadores y que no se elevasen a una altura tal que impidiesen la visión de

cuantas se producen detrás. Asimismo, puesto que, cerrando una parte de los orificios *ABC*, puede hacerse desaparecer la parte que se quiera del arco *RR* sin llegar a suprimir las otras, es fácil comprender que, igualmente, abriendo y cerrando adecuadamente los orificios de estas diversas fuentes, podrá lograrse que lo que aparezca con colores tenga la figura de una cruz, de una columna o de cualquier otra cosa capaz de suscitar admiración. Pero admito que se necesitaría habilidad y gasto para construir tales fuentes y lograr que los líquidos llegasen a alcanzar una altura tal como para conseguir que estas figuras puedan ser contempladas por todo un pueblo a gran distancia y sin que el artificio se descubriese.

SOBRE EL COLOR DE LAS NUBES Y DE LOS CIRCULOS O CORONAS QUE EN ALGUNAS OCASIONES SON VISTAS ALREDEDOR DE LOS ASTROS

Discurso Noveno

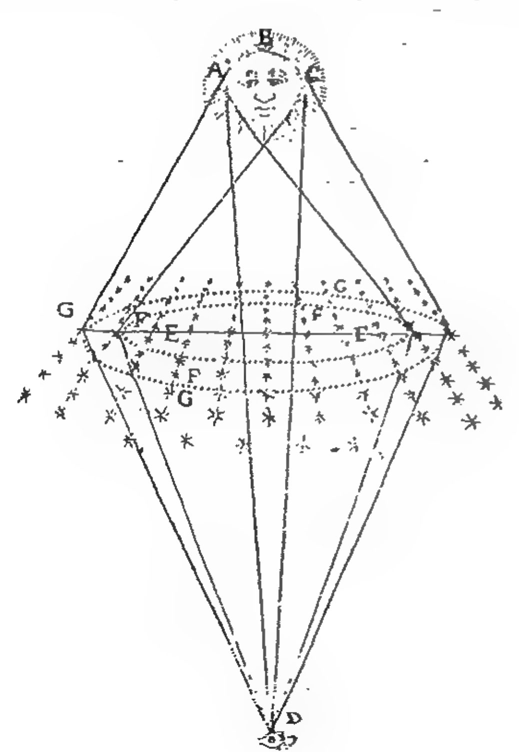
A-T, VI, 345 Después de cuanto he expuesto sobre la naturaleza de los colores, no creo tener mucho que añadir de aquellos que se ven en las nubes. En relación con su blancura, su

oscuridad o negrura, no procede sino de la mayor o menor exposición a la luz de los astros o a la sombra, tanto de sí mismas como de las próximas. Dos observaciones debemos realizar relacionadas con esto. La primera consiste en que las superficies de los cuerpos transparentes hacen reflejar una parte de los rayos que inciden sobre ellas como anteriormente lo he expuesto; por ello, la luz puede penetrar más fácilmente a través de tres lanzas de agua que a través de un poco de espuma que, sin embargo, no es sino agua, pero en la que hay varias superficies, la primera de las cuales hace reflejar una parte de esta luz, la segunda otra parte y así sucesivamente. Por ello no queda nada o casi nada de la misma para atravesarla. Tal es la razón por la que ni el vidrio triturado, ni la nieve, ni las nubes cuando son un poco espesas, pueden ser transparentes. La segunda observación que debemos realizar es que, aunque la A-T, VI, 346
acción de los cuerpos luminosos no sea sino la de impulsar en línea recta la materia sutil que toca nuestros ojos, sin embargo el movimiento ordinario de las pequeñas partículas de esta materia, al menos de las que se encuentran en el aire alrededor de nosotros, es semejante al de una pelota que rueda sobre la tierra, aunque no se la haya impulsado sino en línea recta. Son propiamente los cuerpos llamados blancos, los que las hacen rodar de esta manera; como, sin duda, son todos aquellos que no dejan de ser transparentes sino a causa de la multitud de sus superficies, tales como la espuma, el cristal triturado, la nieve y las nubes. Después de esto se puede entender el por qué el cielo parece azul cuando está muy limpio y descargado de toda nube, ya que conocemos que por sí mismo no proporciona ninguna claridad y que aparecería extremadamente negro si no hubiese alguna exhalación o vapor sobre nosotros; pero, siempre existe una mayor o menor cantidad de ellas que reflejan algunos rayos hacia nuestros ojos, es decir, que proyectan hacia nosotros las pequeñas partes de la materia sutil que el sol o los otros astros han impulsado contra ellas; cuando estos vapores son bastante numerosos, la materia sutil, siendo rechazada hacia nosotros por las primeras, encuentra después otras que hacen girar y rodar en torbellino sus pequeñas partes antes de que lleguen hasta nosotros. Esto da lugar a que en tales circunstancias el cielo parezca blanco, mientras que si no encuentra bastantes para hacer girar velozmente sus partes, debe parecer azul según lo que tantas veces se ha dicho acerca de la naturaleza del color azul. La misma

A-T, VI, 347 causa hace también que el agua del mar en los lugares muy profundos y en los que se encuentra muy limpia, parezca ser azul, pues no refleja de su superficie sino muy pocos rayos y ninguno de los que penetran llegan a salir al exterior. Además se puede entender el por qué frecuentemente el cielo adquiere un color rojo en aquel lugar donde se encuentra el sol cuando nace o se pone; esto sucede cuando no hay tantas nubes o más bien nieblas entre él y nosotros como para que su luz no pueda atravesarlas; pero no las atraviesa con tanta facilidad cerca de la tierra como un poco más arriba, ni tan fácilmente un poco más arriba como a mucha mayor altura. Es evidente que esta luz, sufriendo una refracción en esas neblinas, determina a las partes de la materia sutil que la transmiten a girar en el mismo sentido que lo haría una bola que viniera del mismo lado, rodando sobre la tierra; de manera que el giro de las más bajas es siempre aumentado por la acción de las que se encuentran a mayor altura, puesto que se ha supuesto que es más fuerte que la suya. Sabéis que esto basta para hacer aparecer el color rojo que, reflejándose después en las nubes, puede extenderse por todas las partes del cielo. Y hay que señalar que este color, apareciendo al amanecer, presagia vientos o lluvias, puesto que testimonia que habiendo pocas nubes hacia oriente, el sol podrá elevar muchos vapores antes del mediodía, y que las nieblas que lo hacen aparecer comiencen a subir; por el contrario, apareciendo durante la tarde presagian buen tiempo, puesto que no existiendo sino pocas o ninguna nube hacia poniente,
A-T, VI, 348 los vientos orientales deben reinar y las nieblas descienden durante la noche.

No me detengo hablando más particularmente de los otros colores que se ven en las nubes, porque creo que las causas están todas comprendidas en lo que he dicho. Pero aparecen algunas veces círculos alrededor de los astros, cuya explicación no deseo omitir. Son parecidos al arco iris en cuanto que son redondos o casi redondos y se encuentran siempre en torno al sol o a algún astro, lo cual explica que sean causados por alguna reflexión o refracción cuyos ángulos son todos más o menos iguales. Igualmente se parecen al arco iris en que tienen colores, lo cual demuestra que se produce refracción y sombra que delimita la luz que los produce. Pero se diferencian en que el arco iris no se ve sino cuando llueve en el lugar en el cual se le ve, aunque frecuentemente no llueva en el lugar donde está el espectador.

Estos, por el contrario, jamás son observados allí donde llueve; esto demuestra que sus colores no son causados por la refracción que se produce en las gotas de agua o en las del granizo, sino por la que tiene lugar en las pequeñas estrellas de hielo transparente, de las que ya he hablado. Afirmo tal, porque no cabría imaginar en las nubes ninguna otra causa que fuera capaz de producir tal efecto; y si bien no se han visto caer tales estrellas sino cuando hace frío, sin embargo la razón nos asegura que no dejan de formarse en cualquier estación. Incluso es verosímil que el verano sea más adecuado para ello que el invierno, ya que es necesaria una cierta cantidad de calor para lograr que de blancas, como son al inicio de su formación, lleguen a ser transparentes, tal como sería requerido para producir tal efecto. Y aunque la mayor parte de las que caen A-T, VI, 349
parecen a la vista totalmente planas y unidas, es cierto, por el contrario, que son todas ellas más gruesas en el centro que en los extremos, tal como también es apreciable a simple vista en alguna de ellas; y según sean más o menos gruesas, dan lugar a la aparición de

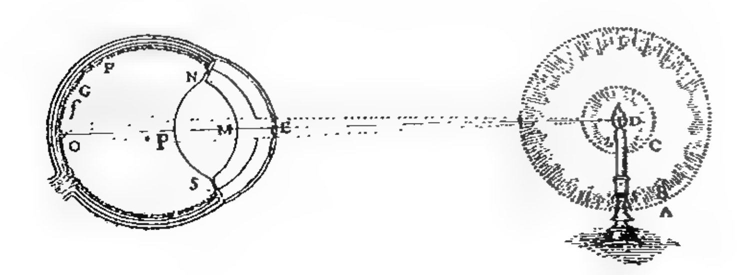


círculos más o menos grandes, pues, sin duda, los hay que son de varios tamaños. Y si aquellos que con mayor frecuencia se han observado tienen un diámetro de 45 grados, como algunos han escrito, yo pienso que las partículas de hielo que los forman de tal tamaño, tienen la convexidad que es más ordinaria, que quizá es también la mayor que generalmente llegan a adquirir sin que acaben fundiéndose. Sea, por ejemplo, *ABC* el sol, *D* el ojo humano, *E*, *F*, *G*, varias pequeñas partículas de hielo transparente, alineadas las unas junto a las otras como lo hacen al formarse y cuya convexidad es tal que el rayo procedente, por ejemplo, del punto *A*,
A-T, VI, 350 incidiendo sobre la extremidad de la que está señalada con *G*, y el procedente del punto *C* sobre la extremidad de la que está señalada con *F*, vuelva hacia *D*, y así mismo otras varias alcanzan *D*, después de haber atravesado las partes de hielo que se encuentran hacia *E*; pero no sucede tal con alguno de aquellos que atraviesan las que están fuera del círculo *GC*. Y es manifiesto que además de que los rayos *AD*, *CD* y semejantes, que pasan en línea recta, permiten aparecer al sol con su grandeza acostumbrada, y los otros, que sufren refracción hacia *EE*, deben hacer que todo el aire comprendido en el círculo *FF* aparezca bastante brillante y que su circunferencia, entre los círculos *FF* y *GG*, sea como una corona pintada con los colores del arco iris; incluso el rojo debe estar en él hacia *F* y el azul por el lado exterior hacia *G*, tal como generalmente se observa. Y si hay dos o varias hileras de parcelas de hielo las unas sobre las otras, con tal que ello no impida que los rayos del sol las atraviesen, los que las atraviesen por los bordes, curvándose casi dos veces más que los otros, producirán todavía otro círculo de color, de dimensiones mucho mayores, pero menos visible que el primero. De manera que se verán dos coronas, la una dentro de la otra, y en cuyo interior se encontrará la de color más intenso, como alguna vez ha sido observado. Además de esto comprenderéis muy bien por qué esas coronas generalmente no se forman alrededor de otros astros que aparecen a mucha menor altura en el horizonte, ya que en tal caso los rayos alcanzan muy oblicuamente las partículas de hielo que atraviesan. Igualmente conoceréis por qué sus colores no son tan vivos como los suyos, ya que son causados por refrac-
A-T, VI, 351 ciones mucho menores. Finalmente os explicaréis por qué aparecen con mucha menor frecuencia alrededor de la luna, e incluso se perciben también en algunas

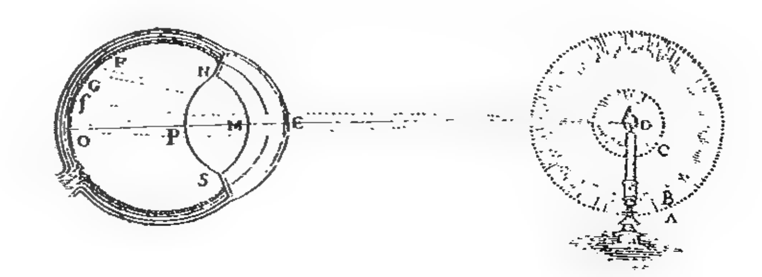
ocasiones alrededor de las estrellas, a saber, cuando las partes de hielo interpuestas, siendo poco convexas, las forman más pequeñas, ya que no dependiendo de tantas reflexiones y refracciones como el arco iris, la luz que las causa no precisa ser tan fuerte. Muy a menudo no aparecen sino de color blanco, no por falta de luz, sino porque la materia en que se forman no es enteramente transparente.

Podrán igualmente imaginarse otros colores que se formarían a imitación del arco iris en las gotas de agua, a saber, primeramente por dos refracciones sin ninguna reflexión; pero en tal caso, nada hay que determine su diámetro y la luz no está allí delimitada por la sombra, tal como es requerido para la formación de los colores. En segundo lugar, por dos refracciones y tres o cuatro reflexiones; en este caso, su luz, siendo muy débil, puede ser fácilmente borrada por la que se refleja de la superficie de las mismas gotas; esto me hace dudar que aparezcan y el cálculo muestra que su diámetro debería ser mucho más grande que el que se encuentra en los que tenemos costumbre de observar.

Finalmente en relación con los que se ven alguna vez alrededor de las lámparas y las antorchas, no debemos buscar la causa que los explique en el aire, sino en el ojo del observador. Este último verano tuve una experiencia muy clara de éstos; viajaba durante la noche en un A-T, VI, 352 navío, en el que después de haber tenido apoyada mi cabeza sobre una mano durante toda la tarde, cerré mi ojo derecho con ella mientras miraba con el otro hacia el cielo; en tal momento se trajo una vela hacia el lugar en el que me encontraba y, entonces, abriendo los dos ojos, percibí dos círculos alrededor de la llama cuyos colores eran tan vivos, que nunca los había llegado a ver en el arco iris. *AB* era la mayor, que era color rojo hacia *A* y azul hacia *B*; *CD* era la más pequeña, siendo igualmente roja hacia *C*, pero sin embargo, hacia *D* era



blanca y se extendía así desde allí hasta la llama. Después de esto, volviendo a cerrar el ojo derecho, observé que esos círculos desaparecían y que, por el contrario, al abrir el izquierdo y cerrarlo, seguían apareciendo. Esto me persuadió que no procedían sino de una disposición de mi ojo, que la había adquirido mientras lo había tenido cerrado y que era la causa de que la mayoría de los rayos de la llama que percibía se reflejasen hacia *O*, donde de nuevo se reunían, y además que algunos fueran desviados de manera tal que se extendían por el espacio *FO*, donde dibujaban el círculo *CD* y algunos otros en el espacio *FG*, donde trazaban el A-T, VI, 353 círculo *AB*. Yo no determino cuál era precisamente esta disposición, porque varias y diferentes pueden causar el mismo efecto; así, con que sólo hubiera una o dos pequeñas arrugas en alguna de las superficies *E*, *M*, *P* que, a causa de la figura del ojo, se extienden sobre ella en forma de círculo cuyo centro se encuentra en la línea recta *EO*, como hay frecuentemente en todas las líneas que se cruzan en esta línea *EO* y nos hacen ver grandes rayos esparcidos aquí y allí, alrededor de las llamas; o bien que haya algún cuerpo opaco entre *E* y *P*, e incluso al lado, con tal que se extienda circularmente; o bien que los humores o los pliegues del ojo hayan modificado en algún modo su constitución o figura. Así pienso, pues el ver tales círculos es muy común en cuantos tienen mal de ojos, no pareciendo semejantes a todos. Solamente es preciso señalar que su parte exterior, como *A* y *C*, es ordinariamente de color rojo y, por tanto, todo lo contrario de los que se ven alrededor de los astros; la razón de esto parecerá clara si se considera que en la producción de sus colores es el humor cristalino el que se encuentra en lugar del prisma de cristal del que hace poco he hablado, y el fondo del ojo *FGf* el que está en lugar del lienzo blanco que se encontraba situado detrás. Pero quizá dudéis sobre el

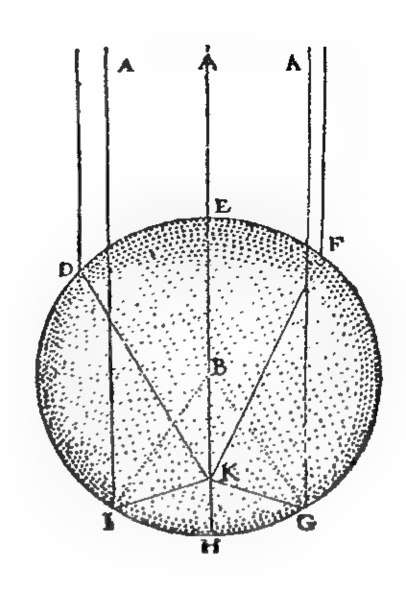


por qué el humor cristalino no colorea del mismo modo todos los objetos que vemos, si no consideráis que los rayos que vienen de cada uno de los objetos a cada punto del fondo del ojo, pasando unos por aquel lado que llamamos *N* y los otros por el lado señalado con *S*, A-T, VI, 354 tienen acciones muy contrarias y que se destruyen las unas a las otras al menos en lo que respecta a la producción de los colores; por el contrario, los rayos que van hacia *FGf* no pasan sino por *N*. Todo esto se relaciona con lo que he dicho de la naturaleza de los colores, en modo tal, que puede, tal es mi opinión, servir en alto grado para confirmar la verdad.

SOBRE LA APARICION DE VARIOS SOLES

Discurso Ultimo

Algunas veces es posible observar otros círculos en las nubes que difieren de los que ya he hablado puesto que aparecen totalmente blancos y puesto que en lugar de tener un astro en el centro, atraviesan ordinariamente el sol o la luna, apareciendo paralelos o casi paralelos al horizonte. Pero, puesto que no aparecen sino en esas A-T, VI, 355 grandes nubes totalmente redondas de las que ya se ha hablado anteriormente y puesto que también se ven varios soles o varias lunas en las mismas nubes, es preciso que explique conjuntamente lo uno y lo otro. Sea, por ejemplo, *A* el mediodía, punto en el que se encuentra el sol acompañado de un viento cálido que se dirige hacia *B* y sea *C* el Septentrión, de donde procede un viento frío que también tiende hacia *B*. Allí supongo que esos dos vientos se encuentran o rodean una nube, compuesta de partículas de nieve, que se extienden tanto en profundidad y anchura que no pueden pasar el uno por encima, el otro por debajo o entre los dos, como generalmente suele suceder, sino que son forzados a tomar su curso alrededor de ella; por esta razón, no solamente la redondean, sino que también el que llega del mediodía, siendo cálido, derrite un poco la nieve que



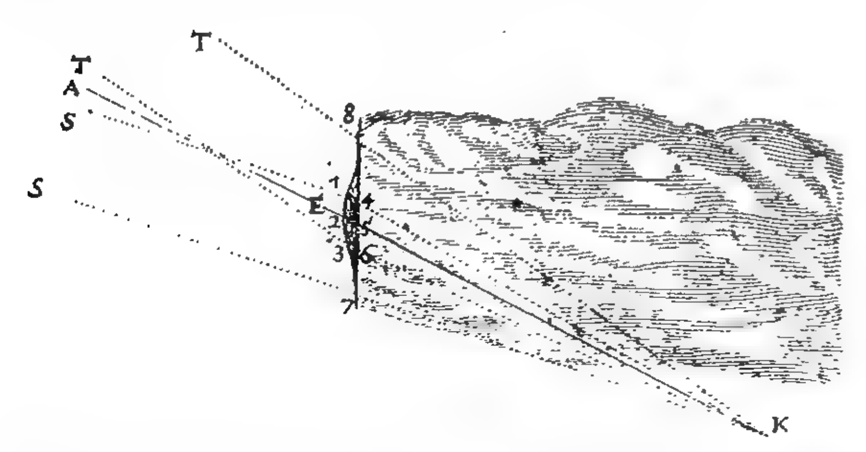
contiene, la cual siendo rápidamente helada de nuevo, tanto por el viento del Norte que es frío, como por la proximidad de la nieve interior que aún no ha llegado a derretirse, puede formar un gran anillo de hielo continuo y transparente cuya superficie será lo bastante pulida a causa de que los vientos que le dan forma esférica son muy uniformes. Además, este hielo tiene un espesor mayor por el lado *DEF*, que supongo está A-T, VI, 356 expuesto al viento cálido y al sol, que por el otro *GHI*, donde la nieve no ha podido fundirse tan fácilmente. Finalmente debe señalarse que permaneciendo esta constitución del aire y sin tormenta, no puede darse bastante calor alrededor de la nube *B* para formar hielo, sin que también la tierra esté lo bastante templada como para emitir vapores que la sostengan, elevando e impulsando hacia el cielo todo el cuerpo de la nube que rodea. A consecuencia de esto, es evidente que la claridad del sol, al que supongo que se encuentra bastante elevado hacia el mediodía, incidiendo alrededor del hielo *DEFGHI* y de ahí reflejándose sobre la blancura de la nieve vecina, debe hacer aparecer esta nieve a los que se encuentran por debajo, en forma de un círculo muy blanco; incluso, basta para este efecto que la nube sea redonda y un poco más apretada en la parte exterior que en la zona central interior sin que el

anillo de hielo deba haberse formado. Pero cuando ha llegado a estarlo, estando situados hacia el punto *K* podemos ver hasta seis soles, que parecen estar encasillados en el círculo blanco como otros tantos diamantes en una sortija. A saber, el primero hacia *E* a causa de los rayos que directamente vienen del sol, que yo supongo hacia *A*; los otros dos hacia *D* y hacia *F* a causa de las refracciones de los rayos que atraviesan el hielo en esos lugares donde, su espesor yendo en disminución, se curvan en el interior por aquí y por allá, tal como lo hacen al atravesar el prisma de cristal del que tanto ya se ha hablado. Y, por esta causa, esos dos soles tienen sus bordes de color rojo en aquel lado que mira hacia *E*, donde el hielo es más espeso, y azul en el otro, donde lo es menos. El cuarto sol aparece por reflexión en el punto *H* y los dos últimos, también aparecen por A-T, VI, 357
reflexión hacia *G* y hacia *I*, por donde yo supongo que se puede describir un círculo cuyo centro esté en el punto *K* y que pase por *B*, el centro de la nube, de modo que los ángulos *KGB* y *KBG*, o *BGA*, sean iguales; e igualmente *KIB* y *KBI* o *BIA*. Pues sabéis que la reflexión se hace siempre a ángulos iguales y que el hielo siendo un cuerpo liso, debe representar al sol en todos los lugares desde donde los rayos se puedan reflejar hacia el ojo. Pero, puesto que los rayos que inciden son siempre más vivos que aquellos que se dan después de haberse producido la refracción, y éstos más vivos que los que son reflejados, el sol debe aparecer más brillante hacia *E* que hacia *D* o *F* y aquí, todavía más brillante que hacia *G*, *H* o *I*; estos tres *G*, *H*, *I*, no deben tener ningún color alrededor de sus bordes como los dos *D* y *F*, sino solamente ser blancos. Si el observador no se encuentra hacia *K*, sino en algún punto más adelantado hacia *B*, de manera que el círculo cuyos ojos son el centro y que pasa por *B* de ningún modo corte la circunferencia de la nube, no podrán ver los dos soles *G* e *I*, sino solamente los otros cuatro. Y si, por el contrario, se encuentra muy retrasado hacia *H*, o más allá, hacia *C*, no podrán ver sino los cinco, *D*, *E*, *F*, *G* e *I*. Del mismo modo, estando bastante lejos no verán sino los tres *D*, *E*, *F*, que no se hallarán en el círculo A-T, VI, 358
blanco, sino como atravesados de una barrera blanca. Como también, cuando el sol está tan poco elevado sobre el horizonte que no puede alumbrar la parte de la nube *GHI*, o bien cuando ella no está todavía formada, es evidente que no se deben ver sino los tres soles *D*, *E*, *F*.

C

Por lo demás y hasta este momento no os he hecho considerar sino la parte frontal de esta nube, pero debemos considerar otros factores, que se verán mejor al considerar su perfil. Primeramente, aunque el sol no esté en la línea recta que va desde *E* hacia el ojo *K*, sino más alto o más bajo, no debe dejar de aparecer hacia allá, principalmente si el hielo no se extiende demasiado en altura o profundidad, porque entonces la superficie de este hielo, estará curvada y en cualquier lugar que se encuentre, siempre podrá reenviar los rayos hacia *K*. Como si ella en virtud de su espesor tuviera la figura comprendida entre las líneas 1-2-3 y 4-5-6, es evidente que no solamente cuando el sol esté en la línea
A-T, VI, 359 *A*-2, sus rayos atravesándola podrán ir hacia el ojo *K*, sino también cuando se encuentre más bajo, como en la línea *S*-1 o mucho más alto, como en la línea *T*-3, haciéndole de este modo aparecer como si estuviera hacia *E*. Porque suponiendo que el anillo de hielo no es muy espeso, la diferencia que hay entre las líneas 4-*K*, 5-*K* y 6-*K*, no es considerable. Y sabed que esto puede hacer aparecer el sol, incluso después de haberse puesto y que también puede motivar el retroceso o avance de las sombras de los relojes, marcando, por tanto, una hora que no corresponde. Sin embargo, si el sol está mucho más bajo de lo que aparece en *E*, de manera que sus rayos pasen también en línea recta por debajo del hielo hasta el ojo *K*, como *S*-7*K*, que supongo paralelo a *S*-1, entonces además de los seis

soles precedentes, se verá un séptimo debajo de ellos y que, siendo el de mayor luz, borrará la sombra que ellos podrían causar en los relojes. De igual modo, si está tan alto que sus rayos pueden pasar en línea recta hacia *K* por la parte superior del hielo, como *T-8K*, que es paralelo a *T-3*, y la nube interpuesta no es tan opaca como para impedir su paso, se podrá ver un séptimo sol por encima de los otros seis. Y si el hielo 1-2-3, 4-5-6 se extiende más arriba o más abajo como hasta los puntos 8 y 7, estando el sol hacia *A*, también se podrán ver tres soles, el uno sobre el otro y hacia *E*, a saber, en los puntos 8, 5 y 7; en tal caso también se podrán ver tres, el uno sobre el otro hacia *D*, y tres hacia *F*, de manera que aparecerán hasta doce enlazados en el círculo blanco, *DEFGHI*. Y estando el sol un poco más bajo que hacia *S* o más alto que hacia *T*, podrán de nuevo A-T, VI, 360
aparecer tres hacia *E*, a saber, dos en el círculo blanco, uno hacia la parte superior y otro hacia la inferior; entonces podrán aparecer dos hacia *D* y dos hacia *F*. Pero que yo sepa jamás han sido observados tantos a la vez; incluso, cuando se han visto tres, el uno sobre el otro, como en alguna ocasión ha acontecido, se han observado otros a sus lados; o bien cuando se han visto tres, uno junto a otro, como también en alguna ocasión se ha dado, se han observado algunos situados en la parte superior y otros en la inferior. La razón de esto, sin duda alguna, es que el espesor del hielo señalado



entre los puntos 7 y 8 no guarda, generalmente, ninguna proporción con las dimensiones de toda la nube, de manera que el ojo debe estar muy próximo del punto *E*, cuando este espesor le parece bastante grande para

distinguir allí los tres soles, el uno sobre el otro; por el contrario, debe estar muy alejado con el fin de que los rayos que se curvan hacia *D* y *F*, donde se disminuye el espesor del hielo, puedan llegar hasta él.

A T, VI, 361 Rara vez acontece que la nube esté tan entera que se vean en ella más de tres a la vez. Sin embargo, se dice que en el año 1625 el rey de Polonia vio en una de ellas hasta seis. No hace sino tres años que el matemático de Tubingen observó los cuatro indicados mediante las letras *D*, *E*, *F*, *H*; incluso en lo que escribió se da la precisión de que *D* y *F* eran rojos hacia el del centro *E*, que él llamaba el verdadero sol y azules al otro lado; y que el cuarto *H* era muy pálido, alumbrando muy poco. Esto confirma bastante lo que yo he afirmado. Pero la observación más hermosa y notable de las que conozco en relación con esta materia es la de los cinco soles que aparecieron en Roma en el año 1629, el 20 de marzo hacia las dos o tres de la tarde. Con el fin de que se vea si coincide con lo expuesto en mi discurso, deseo reproducirla en los mismos términos en que se difundió:

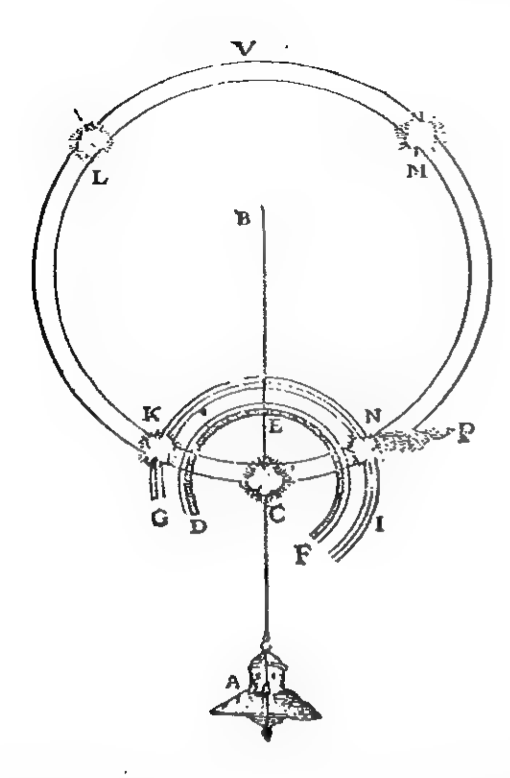
A *es el observador romano.* B *es el vértice o zenit situado sobre el observador.* C *es el sol auténtico observado.* AB *es el plano vertical, en el que se encuentran, tanto el ojo del observador como el sol que es observado, plano en el que también está el vértice del punto* B *y, por consiguiente, todos estos puntos están representados por*
A-T, VI, 362 *medio de la línea vertical* AB, *pues sobre esta línea cae todo el plano vertical. Alrededor del sol* C *aparecieron dos arco iris incompletos que con él tenían un centro común y presentaban diversos colores. El menor de ellos o sea el arco iris interior* DEF *apareció más pleno y más denso, pero mutilado o abierto desde* D *hasta* F *y se mantenía en un continuo intento–de–cerrarse y, a veces, se cerraba, para de nuevo abrirse al poco tiempo. El segundo arco iris,* GHI, *exterior y secundario, aunque siempre débil y apenas visible, sin embargo también él matizado con sus propios colores, si bien totalmente inestable. Hubo un tercer arco iris monocolor, extremadamente grande, el* KLMN, *blanco en su totalidad, tal y como a menudo suelen contemplarse en las zonas cercanas a la luna y en torno de ella: fue éste un arco iris con el centro fuera de los anteriores, completo desde un principio y pasaba por el centro del sol, pero que en su sección final, desde* M *hasta* N, *aparecía débil y desgarrado, incluso como inexistente. Además, en las intersecciones de este círculo,*

comunes con el arco iris exterior GHI, *emergieron dos parhelios, no siempre tan perfectos, el* N *y el* K, *de los cuales el segundo brillaba con menor intensidad, en tanto que el primero brillaba con más fuerza y luminosidad. El brillo que ambos despedían en su parte central anulaba el brillo solar, pero las zonas laterales se embellecían con los colores del arco iris. Sus propios entornos no se mostraban redondeados y precisos, sino desiguales y con vacíos. El parhelio* N *aparecía con figura agitada y proyectaba una espesa cola inflamada* NOP, *con una constante alternativa de flujo y reflujo. Los parhelios* L *y* M *aparecieron al otro lado del zenit* B, *eran menos vivaces que los anteriores, pero más redondeados y blancos, como aquélla su circunferencia en la que estaban insertos, e imitando en su color a la leche o a la plata pura, a pesar de que el parhelio* M *había desaparecido casi en su tercera parte central. Inmediatamente ya no presentó sino pequeños rastros de sí mismo, como quiera que incluso la circunferencia había desaparecido por aquella parte. El sol* N *desapareció antes que el sol* K, *y a medida que él*

iba desapareciendo, el sol K *se consolidaba, siendo éste el último de todos en desaparecer*, etc.

CKLMN era un círculo blanco dentro del cual se A-T, VI, 363 veían cinco soles y es preciso imaginar que, estando el espectador hacia *A*, ese círculo se encontraba suspendido en el aire sobre él, de modo que el punto *B* respondía a la cima de su cabeza y que los dos soles *L* y *M* estaban situados a sus espaldas, cuando estaba girando hacia los tres restantes *K*, *C*, *N*, de los cuales *K* y *N* estaban coloreados en sus bordes, no siendo tan redondos ni brillantes como el que estaba hacia *C*: esto demuestra que eran causados por refracción; por el contrario, los dos *L* y *M* eran bastante redondos pero menos brillantes y muy blancos, sin mezcla de ningún otro color en sus bordes. Esto demuestra que eran causados por reflexión. Varias causas han podido impedir que no apareciera un sexto sol hacia *V*, siendo la más verosímil que el ojo estaba tan próximo en proporción a la altura de la nube que todos los rayos que incidían sobre el hielo, se reflejaban más lejos que en el punto *A*. Aunque el punto *B* no esté aquí representado tan próximo a los soles *L* y *M* como el centro de la nube, esto no impide que la regla que tanto he repetido, relacionada con el punto donde debe aparecer, no fuera observada. Porque el espectador estando más cerca del A-T, VI, 364 arco *LVM* que de las otras partes del círculo, lo ha debido juzgar más grande en comparación con ellos de lo que era y, sin duda, esas nubes nunca son exactamente redondas, aunque al ojo humano le parezcan ser de tal forma.

Pero hay dos cosas muy notorias. La primera es que el sol *N* que estaba orientado hacia el poniente, teniendo una forma cambiante e incierta, arrojaba fuera de sí como una gran cola de fuego *NOP* que tan pronto aparecía larga como corta. Lo que, sin duda, no era otra cosa sino que la imagen del sol se encontraba deformada e irregular hacia *N*, como a menudo se ve cuando se desliza sobre un agua rizada o se ve a través de un vidrio cuya superficie es desigual; tal es porque el hielo estaba verosímilmente un poco agitado en ese lugar y no tenía sus superficies tan irregulares, por lo que empezaba a derretirse, como se demuestra del hecho de que el círculo blanco estaba roto y como vacío entre *M* y *N*, y que el sol *N* desapareció ante el sol *K* que parecía fortificarse a medida que el otro desaparecía.



La segunda observación que debemos señalar aquí es la existencia de dos coronas alrededor del sol *C*, pintadas de los mismos colores que el arco iris y cuyo interior *DEF* era mucho más vivo y más aparente que el exterior *GHI*, de manera que yo no dudo que hubieran sido causadas del modo tantas veces repetido en virtud de la refracción que producía no en ese hielo continuo donde se veían los soles *K* y *N*, sino en otro, dividido en varias pequeñas partículas que se encontraban por encima y por debajo. Porque es muy verosímil que la misma causa que había podido originar la formación de todo un círculo de hielo a partir de algunas partes exteriores de la nube, había dispuesto a las restantes de modo que hicieran aparecer esas coronas o círculos. De manera que si no siempre se observan sino cuando se ven varios soles, es porque el espesor de la nube no siempre se extiende más allá del círculo de hielo que le rodea; o bien que es tan opaca y oscura que no se las percibe a través. El lugar por donde se ven esas coronas, es siempre alrededor del verdadero sol y no tienen A-T, VI, 365

ninguna conexión con el lugar donde aquéllos no hacen sino aparecer. Aunque los dos *K* y *N* se encuentran en la intersección del exterior y el círculo blanco, es algo que no ha llegado a suceder sino por casualidad, y creo con seguridad que no se vio lejos de Roma, donde tal fenómeno fue observado. Pero por eso yo no juzgo que su centro esté siempre en la línea recta que une el ojo con el sol con tanta precisión como en el caso del arco iris, pues hay diferencia en que las gotas de agua siendo
A-T, VI, 366 redondas, causan siempre la misma refracción en cualquier situación que se encuentren. Por el contrario las partículas de hielo, siendo llanas, la causan tanto mayor cuanto más oblicuamente sean miradas. Y porque, cuando se forman por giro en el torbellino de un viento alrededor de la circunferencia de una nube, deben estar dispuestas de otra manera que cuando se forman por la parte superior o inferior, puede acontecer que se vean a la vez dos coronas, la una dentro de la otra, que sean aproximadamente del mismo tamaño y que no tengan precisamente el mismo centro.

Asimismo, puede acontecer que de los vientos que circundan esta nube, pase alguno por la parte superior o inferior de la misma y que formando en ella alguna superficie de hielo cause otras variedades de ese fenómeno, como puede suceder con las nubes de los alrededores o con la lluvia si ésta cae. Porque los rayos reflejándose en el hielo de una de estas nubes hacia esas gotas, representarán en ella partes del arco iris, cuyas situaciones serán de lo más diverso. Como también los espectadores no estando por encima de esas nubes, sino al lado y entre varias de ellas, pueden ver otros círculos y otros soles. No creo que sea necesario que os entretenga por más tiempo. Espero que los que hayan comprendido cuanto se ha expuesto en este tratado, nada verán en las nubes en el futuro, cuya causa no puedan comprender fácilmente ni que les produzca motivo de admiración.

FIN



LA GEOMETRIA

Advertencia:

Hasta aquí he intentado que cualquier persona pudiera entender mis escritos; sin embargo, temo que este tratado no podrá ser leído sino por aquellos que ya tienen conocimiento de lo que se expone en los estudios de Geometría, pues, considerando que incluyen verdades muy correctamente demostradas que me han sido de gran utilidad, he considerado superfluo repetirlas[1].



LA GEOMETRIA

LIBRO PRIMERO

A-T, VI, 369 ### SOBRE LOS PROBLEMAS QUE PUEDEN CONSTRUIRSE EMPLEANDO SOLAMENTE CÍRCULOS Y LÍNEAS RECTAS

Todos los problemas de la Geometría pueden ser reducidos fácilmente a términos tales que no sea necesario posteriormente para construirlos, sino conocer la longitud de algunas líneas.

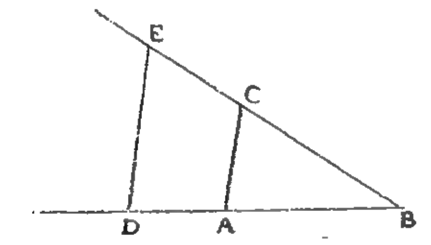
Cómo el cálculo de la aritmética se relaciona con las operaciones geométricas

Así como la Aritmética se basa en cuatro o cinco operaciones, a saber, la adición, la sustracción, la multiplicación, la división y la extracción de raíces (que puede ser considerada como una especie de división), de igual forma no es necesario en Geometría para llegar a conocer las líneas que se buscan y para disponerlas a ser conocidas, sino añadir o sustraer otras, o bien tomando una línea que consideraré como la unidad, para relacio-
A T, VI, 370 narla tanto más fácilmente con los números (pudiendo ser tomada generalmente a discreción), y teniendo otras dos líneas, encontrar una cuarta línea que sea a cada una de las líneas dadas como la otra es a la unidad (lo cual es lo mismo que la multiplicación); o, en segundo

lugar, encontrar una cuarta línea que es a una de estas dos como la unidad es a la otra (lo que equivale a la división); o, finalmente, hallar una, dos o varias medias proporcionales entre la unidad y alguna otra línea (lo cual es equivalente a la obtención de la raíz cuadrada o cúbica, etc...). No temeré introducir estos términos en la Geometría con el fin de hacerme más inteligible[2].

La multiplicación

Sea, por ejemplo, *AB* la unidad y que sea preciso multiplicar *BD* por *BC*; solamente debo unir los puntos



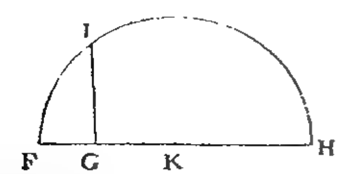
A y *C*, trazando *DE* paralela a *CA*, siendo *BE* el resultado de esta multiplicación[3].

La división

O bien, si es preciso dividir *BE* por *BD*, habiendo unido los puntos *E* y *D*, trazo *AC* paralela a *DE*, siendo, pues, *BC* el resultado de tal división[4].

La extracción de la raíz cuadrada

Si se desea calcular la raíz cuadrada de *GH*, se agrega *FG* que es la unidad y dividiendo *FH* en dos partes



iguales, tomando como centro el punto *K*, trazo el círculo *FIH*. Seguidamente trazo sobre el punto *G* hasta

el punto *I* la perpendicular a *FH*, siendo *GI* la raíz
A-T, VI, 371 buscada. No me refiero a la raíz cúbica ni a otras, puesto que las trataré más pormenorizadamente en otro lugar[5].

Sobre el uso de letras en Geometría

Pero frecuentemente no es necesario trazar de esta forma tales líneas sobre el papel, siendo suficiente designar cada una de ellas por una letra[6]. Así, para sumar la línea *BD* y *GH*, llamo a la una a y a la otra b y escribo $a+b$. Por tanto, escribiré $a-b$ para indicar la resta de b respecto de a. Y escribiré ab para indicar la multiplicación de la una por la otra. Asimismo, $\frac{a}{b}$ para dividir a por b. Y aa o a^2 para multiplicar a por sí misma. Y a^3 para multiplicar este resultado una vez más por a, y así hasta el infinito; y $\sqrt{a^2+b^2}$ para obtener la raíz cuadrada de a^2+b^2; finalmente $\sqrt{C\cdot a^3-b^3+abb}$ para obtener la raíz cúbica de a^3-b^3+abb, y de forma similar para otras[7].

Debe observarse que con a^2, b^3, y expresiones similares no concibo ordinariamente sino líneas simples, aunque las nombre cuadrados o cubos porque me sirvo de las expresiones utilizadas en el álgebra[8].

Igualmente debe tenerse en cuenta que todas las partes de cada línea deben, ordinariamente, expresarse por el mismo número de dimensiones, cuando la unidad no ha sido establecida en la formulación del problema. Así, a^3, contiene las mismas dimensiones que abb o b^3, siendo éstas las componentes de la línea que he denominado $\sqrt{C\cdot a^3-b^3+abb}$. No sucede lo mismo, sin embargo, cuando la unidad está determinada, pues ésta puede suponerse siempre cualquiera que sean las dimensiones. Así, si es preciso extraer la raíz cúbica de $aabb-b$, debemos considerar que la cantidad $aabb$ está dividida una vez por la unidad y la cantidad b
A-T, VI, 372 está multiplicada dos veces por la misma unidad.

Finalmente, con el fin de no olvidar los nombres de estas líneas, debe ser confeccionada una lista tantas veces cuantas introduzcamos variaciones. Por ejemplo, escribiremos:

$AB=1$, es decir, *AB* igual a 1
$GH=a$,
$BD=b$, etc...[9]

Sobre el procedimiento para acceder a las ecuaciones que sirven para resolver los problemas

Si, pues, deseamos resolver un problema, inicialmente debe suponerse efectuada la resolución, dando nombre a todas las líneas que se estimen necesarias para su construcción, tanto a las que son desconocidas[10] como a las que son conocidas. A continuación, sin establecer distinción entre las líneas conocidas y las desconocidas, debemos descifrar el problema siguiendo el orden que muestre de modo más natural las relaciones entre estas líneas, hasta que se indentifique un medio de expresar una misma cantidad de dos formas: esto es lo que se entiende por una ecuación, pues los términos de una de estas expresiones son iguales a los de la otra. Deben hallarse tantas ecuaciones como líneas desconocidas se han supuesto. Pero si no se logra esto y, no obstante, no se ha omitido consideración alguna de lo especificado en el problema, esto testimonia que el problema no está completamente determinado. En tal caso podemos elegir arbitrariamente líneas de longitud conocida para (A-T, VI, 373) cada línea a la que no corresponda una ecuación. Si después de esto aún existen varias, es preciso servirse por orden de cada una de las ecuaciones restantes, bien sea considerándolas aisladamente, bien cada una en comparación con las otras, para obtener un valor para cada una de las líneas desconocidas; debe procederse de este modo hasta que no exista sino una sola línea desconocida que sea igual a alguna línea conocida o cuyo cuadrado, cubo, cuadrado del cuadrado, supersólido, cuadrado del cubo, etc.., sea igual a la suma o diferencia de dos o más cantidades, una de las cuales sea conocida y las otras estén compuestas de algunas medias proporcionales entre la unidad y ese cuadrado, cubo, cuadrado del cuadrado, etc..., multiplicado por otras conocidas[11]. Esto lo expreso del modo siguiente:

$z = b$
o $z^2 = -az + bb$,
o $z^3 \quad + az^2 + bbz - c^3$,
o $z^4 \quad az^3 \quad c^3z + d^4$, etc...

Es dec.r, z, tomada como la cantidad desconocida es igual a b; o el cuadrado de z es igual al cuadrado de b menos a multiplicado por z; o el cubo de z es igual a a multiplicado por el cuadrado de z más el cuadrado de b

multiplicado por z, menos el cubo de c, y así en otros casos.

(A-T, VI, 374) De esta manera pueden reducirse todas las cantidades desconocidas a una sola, siempre que el problema pueda ser construido mediante círculos y líneas rectas o por medio de secciones cónicas, o también por medio de cualquier otra línea curva de grado no superior al tercero o cuarto. Pero no me detengo en la explicación detallada de esto, pues os privaría del placer de aprender por vosotros mismos y de la utilidad de cultivar vuestro espíritu al ejercitarse en estas cuestiones, que es, según mi opinión, el principal resultado que se puede obtener de esta ciencia. Pues no creo exista entre estas cuestiones alguna tan difícil que no puedan solucionar aquellos que sean un poco más versados en Geometría común y en el Algebra si prestan atención a cuanto se diga en este tratado.

Por esta razón me limitaré a advertiros que, si resolviendo estas ecuaciones no se descuida realizar todas las divisiones posibles, infaliblemente se alcanzarán los términos más simples a los cuales puede ser reducido el problema.

Cuáles son los problemas planos

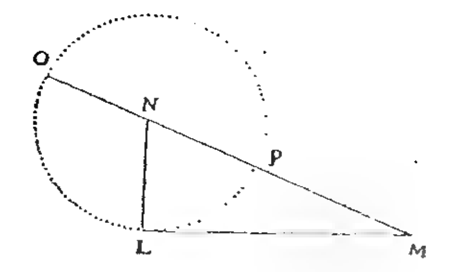
Si el problema puede ser solucionado mediante la Geometría ordinaria, esto es, mediante el uso exclusivo de líneas rectas y círculos trazados sobre una superficie plana, cuando la última ecuación haya sido resuelta no nos encontraremos sino un cuadrado desconocido igual al resultado de multiplicar su raíz por alguna cantidad conocida y sumar o restar alguna otra cantidad conocida[12].

Cómo se resuelven

Entonces esta raíz o línea desconocida es fácilmente calculable[13], pues si tengo, por ejemplo:

$$z^2 = az + bb,$$

(A-T, VI, 375) construyo el triángulo rectángulo NLM, cuyo lado LM es igual a b (raíz cuadrada de la cantidad conocida bb) y el otro lado, LN, es igual a $\frac{1}{2}a$, esto es: la mitad de la



otra cantidad conocida que estaba multiplicada por z, la cual he supuesto que es la línea desconocida[14]. Seguidamente, prolongando MN, que es la base[15] de este triángulo, hasta O, de suerte que NO sea igual a NL, la línea OM es z, la línea buscada. La cual se expresa de la siguiente forma:

$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$$

Pero si,

$$yy = -ay + bb,$$

siendo y la cantidad que deseamos calcular, entonces construyo el mismo triángulo NLM y de la hipotenusa MN resto NP que es igual a NL, obteniendo que PM es y, que era la raíz que deseaba calcular. De forma que:

$$y = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{2}aa + bb}.$$

Y de la misma forma si tuviera

$$x^4 = -ax^2 + b^2,$$

PM sería x^2, teniendo entonces que:

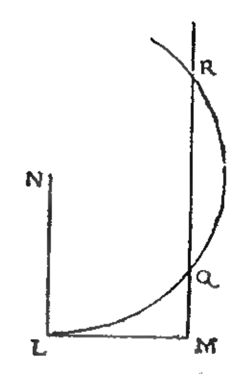
$$x = \sqrt{-\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}};$$

y así en otros casos.

Finalmente, si tengo A-T, VI, 376

$$z^2 = az - bb,$$

supongo NL igual a $\frac{1}{2}a$ y LM igual a b como en el caso anterior. Después, en lugar de unir los puntos M y N, trazo MQR paralela a LN, y tomando N como centro



trazo por L un círculo que corta a MQR en los puntos Q y R. Por tanto, la línea buscada, z, es MQ o bien MR, pues en este caso se expresa de dos formas[16], a saber:

$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb},$$

$$z = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}.$$

Y si el círculo que, teniendo su centro en el punto N y pasando por el punto L, no corta ni toca la línea recta MQR, entonces no existe raíz alguna de la ecuación. En consecuencia, puede asegurarse que es imposible la construcción del problema propuesto.

Finalmente, estas mismas raíces pueden encontrarse por una infinidad de medios. Solamente he deseado presentar éstos por ser muy simples con el fin de mostrar que pueden construirse todos los problemas de la geometría ordinaria sin hacer otra cosa que lo expuesto en las cuatro figuras explicadas. Esto no creo que haya llegado a ser conocido por los antiguos, pues en caso contrario no se hubiesen tomado la molestia de escribir tan gruesos volúmenes, ya que el solo orden de sus proposiciones nos permite concluir que no han conocido el verdadero método para calcular todas, sino que solamente han compilado lo que ocasionalmente llegaron a conocer.

Ejemplo tomado de Pappus

A-T, VI, 377 Esto mismo puede observarse con gran claridad en lo que Pappus[17] ha afirmado al inicio de su séptimo libro,

donde después de haberse detenido algún tiempo en exponer cuanto se había escrito en Geometría por quienes le habían precedido, finalmente expone una cuestión de la que afirma que ni Euclides ni Apolonio ni ningún otro habían logrado responderla. Estas son sus palabras.

Apolonio afirma en el libro III que el problema del lugar con tres o cuatro líneas no fue enteramente solucionado por Euclides, así como tampoco lo fue por él mismo ni por ningún otro; es más, tampoco se completó lo escrito por Euclides, ateniéndose a los Elementos de las cónicas que ya habían sido demostrados en tiempos de Euclides...:

Cito la versión latina y no la griega con el fin de que pueda ser entendido con más facilidad.

Un poco más adelante expone este problema del modo siguiente:

El problema del lugar relacionado con tres o cuatro líneas, el cual sirve de motivo a Apolonio para atribuirse grandes elogios por sus oposiciones sobre él mismo sin conceder mérito alguno a quien le había precedido en sus análisis es el siguiente[18]*: Si son dadas tres líneas rectas en posición, y si son trazadas otras tres líneas rectas desde un mismo punto formándose ángulos conocidos con las tres líneas dadas, y si, a su vez, es conocida la proporción del rectángulo formado por dos de las líneas trazadas con el cuadrado de la otra, entonces el punto se encuentra en un lugar sólido, dado en posición, es decir, sobre una de las tres secciones cónicas*[19]*. Y si, de nuevo, se trazan líneas sobre cuatro rectas dadas en una determinada posición, en ángulos dados, y se da la proporción del rectángulo formado por dos de las trazadas con el formado por las otras dos, entonces y de modo semejante el punto se encuentra en una sección cónica. Por otra parte, se ha demostrado que únicamente a dos líneas corresponde un lugar plano; pero, si hay más de cuatro líneas, el lugar del punto no es de los que son conocidos; es de los llamados simplemente «líneas», sin conocerse nada más sobre su naturaleza o propiedades. Una de ellas, no la primera, pero sí la más clara, ha sido examinada, siendo de utilidad. Las proposiciones relacionadas con las mismas son éstas:* A-T, VI, 378

Si desde un punto son trazadas cinco líneas rectas, dadas en posición, sobre otras rectas bajo ángulos dados, y se da la proporción entre el paralelepípedo rectángulo comprendido bajo tres de las trazadas y el paralelepípedo rectángulo comprendido bajo las otras dos y otra línea dada, el punto se encontrará sobre una cierta línea. Si las rectas dadas son seis y se da la proporción del sólido comprendido bajo tres de las trazadas con el sólido bajo las otras tres, el punto se encontrará igualmente sobre cierta línea. Pero si hay más de seis rectas, no podemos conocer si se guarda la proporción de algo comprendido por cuatro líneas con algo comprendido bajo el resto, pues nada hay que esté comprendido bajo más de tres dimensiones.

Os ruego que observéis de paso que el escrúpulo que tenían los antiguos en usar notaciones propias de Aritmética en Geometría, que no podía proceder sino de que no veían con bastante claridad su relación, era la causa de la gran oscuridad y dificultad en el modo en que se expresaban, pues Pappus sigue expresándose del modo siguiente:

Están de acuerdo en esto[20] *quienes en épocas pasadas* A-T, VI, 379 *han analizado tales cuestiones en cuanto defienden que la figura comprendida por tales líneas no es comprensible en modo alguno. Sin embargo, es posible enunciar y demostrar en general por medio de relaciones compuestas las anteriores proposiciones del modo siguiente: Si desde un punto se trazan sobre rectas dadas otras rectas que formen ángulos dados y, a la vez, se posee la relación compuesta de una de las trazadas a otra de ellas, de la segunda con la segunda, de la tercera con la tercera y, si son siete, de la última con una línea dada o, si son ocho, la de la cuarta con su correspondiente, el punto se encontrará sobre una de las líneas dadas en posición. De modo semejante, cualquiera que sea el número de rectas —par o impar—, puede afirmarse lo mismo. Pero, como he dicho, para cualquiera de los lugares que siguen al que corresponde a cuatro rectas, ninguna síntesis ha sido propuesta de modo que la línea sea conocida, etc...*

Así pues, la cuestión cuya solución había sido iniciada por Euclides y continuada por Apolonio sin haber llegado a ser solventada por nadie, es la siguiente: Teniendo tres, cuatro o un mayor número de rectas dadas en posición[21], se intenta hallar en primer lugar un punto desde el cual se pudiesen trazar tantas líneas rectas, una sobre cada una de las dadas, formando ángulos dados, de modo que el rectángulo formado por dos de las trazadas desde el mismo punto[22], guarde una proporción dada con el cuadrado de la tercera, en

el caso de que no haya sino tres; o bien con el rectángulo de las otras dos si no hay más que cuatro. O bien, si hay cinco, que el paralelepípedo formado por tres[23] guarde la proporción dada con el paralelepípedo construido sobre las dos restantes y otra línea dada; si hay seis, que el paralelepípedo construido sobre tres guarde una proporción dada con el paralelepípedo formado por otras tres; si hay siete, que el resultado A-T, VI, 380
obtenido cuando se multipliquen cuatro de ellas entre sí, guarde la proporción dada con el resultado de la multiplicación de las otras tres y también de una línea dada; si hay ocho, que el resultado obtenido de la multiplicación de cuatro guarde la proporción dada con el resultado obtenido de las otras cuatro. De este modo, tal cuestión puede hacerse extensiva a cualquier otro número de líneas[24]. A continuación y puesto que existen una infinidad de puntos que pueden cumplir lo que se trata de hallar, es necesario conocer y trazar la línea en la que se encuentran todos; Pappus afirma que, cuando no existen sino tres o cuatro líneas rectas dadas, se encuentra en una de las tres secciones cónicas, pero no intenta determinarla ni describirla, al igual que tampoco intenta explicar aquellas en que deben encontrarse todos estos puntos cuando la cuestión es planteada para un número mayor de líneas. Solamente indica que los antiguos habían imaginado una de aquellas que habían mostrado ser muy útil, que parecía la más simple, pero, sin embargo, no era la más importante. Esto me ha dado la oportunidad para intentar si puedo llegar tan lejos como lo que ellos han alcanzado mediante el método que utilizo.

Respuesta al problema de Pappus

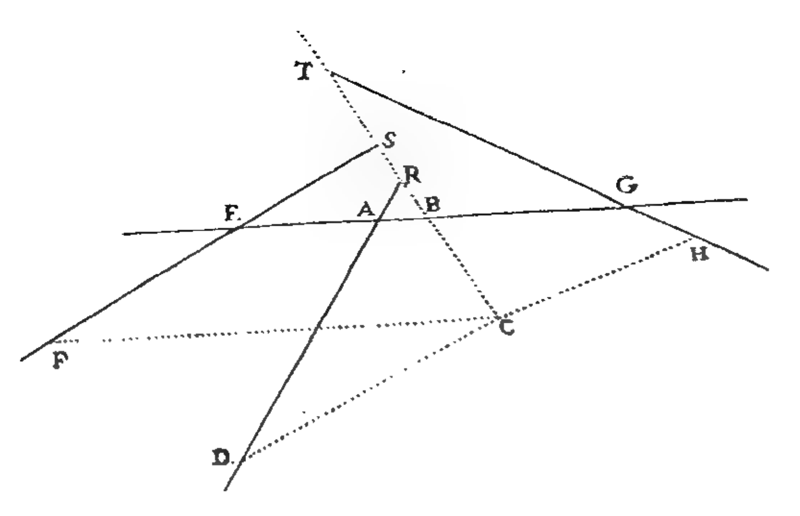
En primer lugar, he llegado a conocer que si este problema es propuesto únicamente para tres, cuatro o cinco líneas, siempre podemos conocer los puntos buscados mediante la Geometría Simple, es decir, sirviéndonos exclusivamente de la regla y el compás y no haciendo sino lo que se ha dicho; únicamente debe exceptuarse cuando hay cinco líneas dadas y todas ellas son paralelas. En este caso, al igual que cuando hay seis, A-T, VI, 381
siete, ocho o nueve líneas, pueden siempre ser hallados los puntos deseados mediante la Geometría de sólidos,

esto es, empleando alguna de las tres secciones cónicas; debemos exceptuar solamente aquel caso en el que hay nueve líneas dadas y todas ellas son paralelas. Para tal caso, como para cuando hay 10, 11, 12 ó 13 líneas, pueden hallarse los puntos buscados por medio de una línea curva que sea de un grado mayor que las secciones cónicas, exceptuando el caso en que fueren trece las líneas dadas si son todas ellas paralelas. En este caso, como cuando son dadas 14, 15, 16, 17, será preciso emplear una línea curva de un grado aún mayor que la precedente y así indefinidamente.

En segundo lugar, he hallado que cuando no hay sino tres o cuatro líneas dadas, los puntos buscados se encuentran todos no solamente en una de las tres secciones cónicas, sino también y en algunas ocasiones en la circunferencia de un círculo o en una línea recta. Igualmente, cuando hay 5, 6, 7 u 8, todos estos puntos se encuentran en alguna de las líneas que son de un grado más que las secciones cónicas, siendo imposible imaginar alguna que no sea útil para tal problema; pero también puede encontrarse excepcionalmente en una sección cónica, en un círculo o en una línea recta; si hay 9, 10, 11 ó 12, estos puntos se encuentran en una línea que no puede ser sino de un grado superior a las precedentes; pero todas las que son de un grado más pueden ser usadas para el problema y así al infinito.

Finalmente, la primera y la más simple de todas las
A-T, VI, 382 líneas después de las secciones cónicas, es la que puede describirse por la intersección de una parábola y de una línea recta en la forma que explicaremos. De suerte que yo pienso haber respondido enteramente a lo que Pappus dice haber sido investigado en relación con esto durante la antigüedad; por ello, trataré de dar la demostración en pocas palabras, pues ya me hastía extenderme de tal modo.

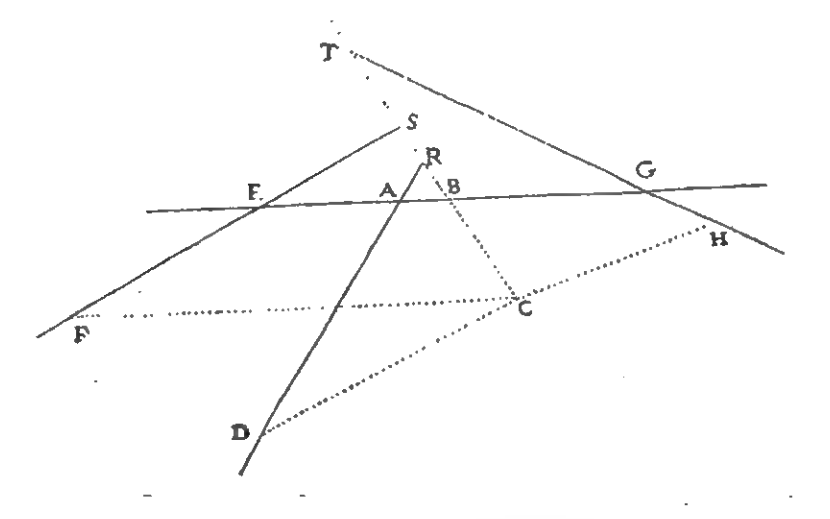
Sean *AB*, *AD*, *EF*, *GH*, etc..., varias líneas dadas, debiendo hallarse un punto como *C*, desde el que trazando varias líneas rectas sobre las líneas dadas, como *CB*, *CD*, *CF* y *CH*, de modo que los ángulos *CBA*, *CDA*, *CFE*, *CHG* sean dados, y de modo tal que el resultado de la multiplicación de una parte de estas líneas sea igual al resultado obtenido por la multiplicación de las otras, o bien que guarden alguna otra proporción dada, lo cual en nada dificulta el problema.



Cómo deben establecerse los términos para alcanzar la ecuación en este ejemplo

En primer lugar, supongo resuelto el problema y, para librarme de la confusión[25] de todas estas líneas, A-T, VI, 383 considero solamente una de las dadas y una de las que es preciso calcular, por ejemplo *AB* y *CB*, como las principales y con las que intento relacionar todas las otras. Concedamos que el segmento de la línea *AB*, que está entre los puntos *A* y *B*, sea llamado *x*, y que *BC* sea *y*; asimismo, supongamos que todas las otras líneas dadas sean prolongadas hasta que corten estas dos[26], también prolongadas, si es necesario y si no son paralelas: como veis aquí cortan la línea *AB* en los puntos *A*, *E*, *G*; asimismo cortan *BC* en los puntos *R*, *S*, *T*. Seguidamente como los ángulos del triángulo *ARB* son dados, la proporción que se da entre los lados *AB* y *BR* también es conocida, estableciéndola[27] como *z* es a *b*; de modo[28] que *AB* siendo *x*, *RB* será $\frac{bx}{z}$, pues el punto *B* se encuentra entre *C* y *R*; *CR* tenemos[29] que será $y+\frac{bx}{z}$; si *R* se encontrase entre *C* y *B*, *CR* sería $y-\frac{bx}{z}$; si *C* se encontrase entre *B* y *R*, entonces *CR* sería $-y+\frac{bx}{z}$. De igual modo los tres ángulos del triángulo *DCR* son dados y, en consecuencia, también lo es la proporción que existe entre los lados

CR y *CD*, que establezco[30] como *z* es a *c*; de modo que si *CR* es $y+\frac{bx}{z}$, entonces[31] *CD* será $\frac{cy}{z}+\frac{bcx}{zz}$. Después de esto, puesto que las líneas *AB*, *AD* y *EF* son dadas en posición, la distancia que hay entre *A* y *E* también es conocida; si tal distancia la llamo *k*, entonces[32] *EB* será igual a $k+x$; pero sería $k-x$, si el punto *B* se encontrase entre *E* y *A*, y $-k+x$, si *E*



estuviese entre *A* y *B*. Y puesto que los ángulos del triángulo *ESB* son dados, la proporción entre *BE* y *BS* también es conocida; la establezco como *z* es a *d*. Por tanto, $BS=\frac{dk+dx}{z}$ y la línea completa[33] $CS=\frac{zy+dk+dx}{z}$; pero sería $\frac{zy-dk-dx}{z}$ si el punto
A-T, VI, 384 *S* se encontrase entre *B* y *C*; y sería $\frac{-zy+dk+dx}{z}$ si *C* se encontrase entre *B* y *S*. Además los tres ángulos del triángulo *FSC* son dados y, por tanto, también lo es la proporción de *CS* con *CF*, que es la misma[34] de *z* a *e*; por tanto, la línea[35] *CF* será $\frac{ezy+dek+dex}{zz}$.

Del mismo modo siendo *AG*, a la que llamo *l*, dada, *BG* será igual a $l-x$; porque los ángulos del triángulo *BGT* son también dados, tenemos dada la proporción de *BG*

con BT, que es como $z:f$, y, por tanto, BT será $\frac{fl-fx}{z}$ y CT será igual a $\frac{zy+fl-fx}{z}$. Ahora bien, puesto que la proporción de TC con CH es dada en virtud del triángulo TCH, estableciéndola como $z:g$, se obtendrá[36] que:

$$CH = \frac{gzy+fgl-fgx}{zz}$$

De este modo podéis ver que cualquiera que sea el número de líneas dadas en posición, cuantas líneas sean trazadas desde el punto C formando ángulos dados, siguiendo el enunciado del problema, pueden siempre ser expresadas por tres términos: uno estará compuesto por una cantidad desconocida y, multiplicada o dividida por alguna otra cantidad conocida; el otro estará integrado por la cantidad desconocida x, también multiplicada o dividida por alguna otra conocida; el tercero, por una cantidad conocida. La única excepción será cuando las líneas dadas sean paralelas a la línea AB, en cuyo caso el término compuesto de la cantidad x será cero; o bien a la línea CB, en cuyo caso el compuesto de la cantidad y será cero, siendo esto muy claro y, por tanto, no siendo necesario que me detenga en su explicación. En relación con los signos «+» y «−» que se unen a estos términos pueden ser combinados de todos los modos imaginables. A-T, VI, 385

Así mismo podéis ver que multiplicando varias de estas líneas entre sí, las cantidades x e y que se encuentran en el producto pueden tener solamente tantas dimensiones como líneas haya, a cuya explicación sirven las que han sido multiplicadas. De suerte que nunca tendrán más de dos dimensiones, cuando han resultado de la multiplicación de dos líneas; ni más de tres, cuando son el resultado de una multiplicación de tres líneas y así hasta el infinito.

Modo de hallar que el problema es plano cuando no se ha propuesto para más de cinco líneas

Además, para determinar el punto C solamente es requerida una condición: que el producto de la multiplicación de un cierto número de líneas sea igual al

obtenido por la de otras, o (lo que no es más difícil) que guarde una proporción dada con el resultado obtenido por la multiplicación de otras; podemos tomar a discreción una de las dos cantidades desconocidas x o y, buscando la otra por esta ecuación, en la que es evidente que, cuando el problema no es propuesto para un número superior a cinco líneas, la cantidad x que no es utilizada para la expresión de la primera de las líneas nunca puede tener más de dos dimensiones. De modo
A-T, VI, 386 que, tomando y como una cantidad conocida, tendremos:

$$x^2 = \pm ax \pm b^2.$$

Por tanto y de la forma indicada, se podrá encontrar la cantidad x mediante la regla y el compás. Asimismo, tomando sucesivamente un infinito número de diferentes valores para la línea y, podremos hallar otros tantos para x; de este modo, podremos también encontrar un número infinito de diversos puntos tales como el C, pudiendo describirse la línea curva exigida.

También puede procederse de igual modo cuando el problema está planteado para seis o más líneas, si, entre las que han sido dadas, hay algunas que son paralelas a BA o BC; en este caso, una de las dos cantidades x o y no debe tener sino dos dimensiones en la ecuación[37]; de este modo es posible encontrar el punto C mediante la utilización de la regla y el compás. Pero, por el contrario, si todas son paralelas, aunque el problema sea propuesto para cinco líneas, este punto C no podrá ser hallado de este modo, puesto que no encontrándose la cantidad x en la ecuación, no será permitido tomar una cantidad conocida para la que llamamos y, sino que el valor de ésta es el que es preciso calcular. Y, puesto que y, tendrá tres dimensiones, no se la podrá calcular sino obteniendo la raíz de una ecuación cúbica, lo que usualmente no se puede lograr sin emplear por lo menos una de las secciones cónicas. Y aunque tengamos hasta nueve líneas dadas, con tal de que no todas sean
A-T, VI, 387 paralelas, puede siempre lograrse que la ecuación no sobrepase el cuadrado del cuadrado[38]; tales ecuaciones, pueden siempre resolverse por medio de secciones cónicas, del modo que más adelante explicaré. Y aunque sean dadas 13 líneas siempre puede expresarse la ecuación de modo que no alcance sino el cuadrado del cubo[39]; consecuentemente, puede resolverse del modo que explicaré por medio de una línea que es solamente

un grado superior a las secciones cónicas. Esto constituye la primera parte de lo que aquí deseaba demostrar; pero antes de iniciar la segunda, es necesario que facilite algunas observaciones relacionadas con la naturaleza de las líneas curvas.

LIBRO SEGUNDO

SOBRE LA NATURALEZA DE LAS LÍNEAS CURVAS A-T, VI, 388

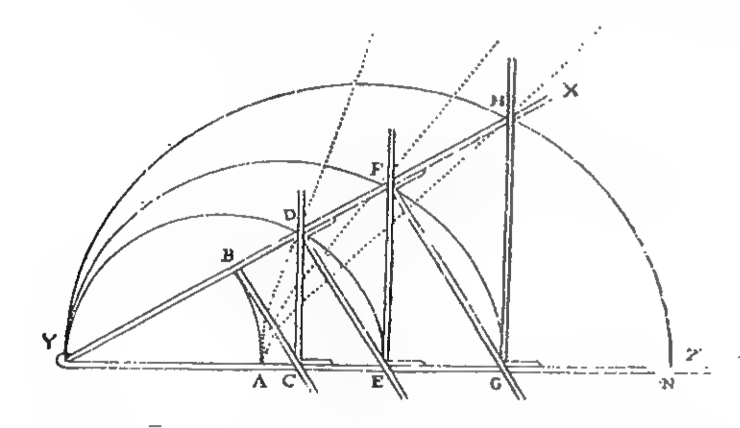
Sobre las líneas curvas que pueden admitirse en Geometría

Los antiguos distinguieron con toda perfección la existencia de tres clases de problemas en Geometría: planos, sólidos y lineales; es decir, unos pueden ser construidos con sólo trazar líneas rectas y círculos; los segundos, por el contrario, no pueden serlo sin realizar la introducción de alguna sección cónica; finalmente, los terceros requieren el empleo de una línea más compleja. Pero no logro evitar la extrañeza que me produce el que, además de esto, no llegasen a distinguir diversos grados entre estas líneas más complejas, al igual que no logro comprender por qué las han denominado Mecánicas y no Geométricas. Pues si pensamos que las han denominado de tal modo porque es necesario utilizar algún instrumento para trazarlas, entonces deberíamos rechazar por la misma razón los círculos y las líneas rectas, puesto que no se trazan sobre el papel, sino utilizando la regla y el compás que también pueden ser considerados como máquinas. Tampoco puede explicarse porqué los instrumentos utilizados para trazarlas, A-T, VI, 389
siendo más complejos que la regla y el compás, no pueden llegar a alcanzar la misma precisión; en tal caso, deberían considerarse fuera de la Mecánica, pues la precisión de las obras realizadas por la mano es aún más buscada en ella que en la Geometría, donde exclusivamente se desea lograr precisión en el razonamiento, pudiendo obtenerse tanta perfección en relación

con estas líneas como con las que son más simples[40]. No afirmaré tampoco que tal exclusión sea debida a que no desearon aumentar el número de sus postulados y se consideraron satisfechos con admitir que pueden unirse dos puntos dados por una línea recta y describir un círculo desde el centro que pasase por un punto dado, pues no dudaron en modo alguno al realizar su estudio de las secciones cónicas en que debía suponerse la posibilidad de cortar un cono dado por un plano dado. Y, no es necesario suponer nada para trazar todas las líneas curvas que pretendo introducir, sino que dos o más líneas puedan moverse entre sí y que sus intersecciones engendren otras curvas; esto en nada me parece más difícil. Verdad es que no han introducido de modo perfecto las secciones cónicas en su geometría, pero yo no deseo introducir modificación alguna en los nombres normalmente aceptados. Pero me parece totalmente claro que si entendemos, como generalmente se hace, por «geométrico» lo que es preciso y exacto y, en segundo lugar, por «mecánica» lo que no lo es; y, asimismo, si consideramos la Geometría como una ciencia que enseña en general a conocer las medidas de todos los cuerpos, no existe razón alguna para excluir de la misma el estudio de las líneas más complejas y no
A-T, VI, 390 el de las más simples, con tal de que puedan imaginarse descritas por un movimiento continuo o por varios movimientos sucesivos y en los que los últimos vienen determinados por los anteriores[41]; pues, por este medio, puede siempre tenerse conocimiento exacto de su medida. Pero lo que puede quizá haber impedido la admisión por los antiguos geómetras de aquellas curvas que eran más complejas que las secciones cónicas, es que las primeras que analizaron, por casualidad, fueron la Espiral, la Cuadratriz y semejantes[42], que no pertenecen propiamente sino a las Mecánicas y no son del número de las que pienso que deban ser incluidas aquí; pienso así, puesto que podemos imaginarlas descritas por dos movimientos independientes, no guardando el uno con el otro relación alguna que pueda ser exactamente medida; aunque posteriormente hayan examinado la Concoide, la Cisoide, y algunas otras que nosotros aceptamos, sin embargo, es posible que al no haber analizado suficientemente sus propiedades, no se hayan cuestionado su importancia más de lo que cuestionaron la de las primeras. También podría haber sucedido que pensasen que no debían iniciar el análisis de una materia más difícil, ya que no conocían sino algunas

cosas sobre las secciones cónicas e ignoraban aún mucho de cuanto puede construirse mediante la regla y el compás. Pero, puesto que tengo la esperanza de que aquellos que tengan destreza para servirse del cálculo geométrico aquí propuesto, no encontrarán tema alguno como para hacerlos vacilar en relación con los problemas planos o sólidos, creo pues oportuno invitarles a realizar otras investigaciones en las que nunca les faltará oportunidad para ejercitarse.

Considérense las líneas *AB*, *AD*, *AF* y semejantes, que A-T, VI, 391
supongo han sido descritas con la ayuda del instrumento *XYZ*, compuesto de varias reglas. Estas están unidas de tal forma que cuando la conocida como *YZ* está sobre la línea *AN*, puede abrirse y cerrarse el ángulo



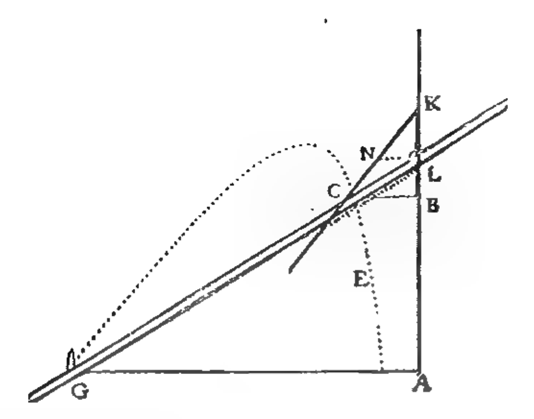
XYZ; cuando está totalmente cerrada, los puntos *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, *H*, se encuentran todos en *A*; pero a medida que se abre, la regla *BC*, unida a *XY* de modo que forma ángulos rectos en el punto *B*, empuja hacia *Z* la regla *CD*; *CD* resbala sobre *YZ* formando siempre ángulos rectos con ella y empuja a *DE*, que se desliza igualmente sobre *YX*, permaneciendo paralela a *BC*. *DE* empuja a *EF*; *EF* a *FG* y *FG* a *GH*; asimismo, podemos concebir una infinidad de otras, que se impulsan consecutivamente de igual modo: unas forman los mismos ángulos con *YX*, y los otros con *YZ*. Así
cuando se abre el ángulo *XYZ*, el punto *B* describe la A-T, VI, 392
línea *AB*, que es un círculo; los otros puntos, *D*, *F* y *H*, en donde se encuentran las intersecciones de las otras reglas, describen otras curvas, como *AD*, *AF* y *AH*, siendo cada una de ellas progresivamente más compleja que el círculo[43]. Pero no veo qué puede impedir que se

conciba tan clara y distintamente la descripción de la primera como la del círculo o, al menos, como la de las secciones cónicas; nada veo que nos impida concebir la segunda, la tercera y cuantas se puedan describir, tan adecuadamente como la primera. En consecuencia, no veo por qué todas ellas no son igualmente aceptadas con el fin de contribuir a las especulaciones de la Geometría[44].

Sobre la clasificación de todas las curvas en géneros y sobre la relación de sus puntos con los de las rectas

Podría exponer en este lugar otros medios para trazar y concebir líneas curvas que fuesen cada vez más complejas hasta el infinito. Pero, para comprender a la vez todas aquellas que se dan en la naturaleza y para clasificarlas por orden según ciertos tipos, no conozco nada más apropiado que afirmar que todos los puntos de las que pueden llamarse geométricas, es decir, de aquellas que caen bajo alguna medida precisa y exacta, tienen necesariamente alguna relación con todos los puntos de una línea recta y esta relación puede ser expresada por alguna ecuación válida para todos los puntos[45]. Así mismo la línea curva será del primero y más simple tipo, en el que no están comprendidas sino el círculo, la parábola, la hipérbola y la elipse, cuando esta ecuación no alcanza sino al rectángulo[46] de dos cantidades indeterminadas o bien al cuadrado de una misma cantidad. Pero la curva pertenece al segundo
A-T, VI, 393 tipo cuando una o ambas cantidades desconocidas de la ecuación (deben ser dos para explicar la relación entre dos puntos), alcanza el tercer o cuarto grado[47]; cuando la ecuación alcanza el quinto o sexto grado[48], la curva es del tercer tipo y así para otras hasta el infinito.

Así, supongamos que deseo saber a qué clase pertenece la línea *EC*, que imagino descrita por la intersección de la regla *GL* y del plano rectilíneo *CNKL* cuyo lado *KN* es prolongado indefinidamente hacia *C*, y que moviéndose sobre el plano en línea recta (de tal forma que su diámetro *KL* se encuentre siempre aplicado sobre algún lugar de la línea *BA*, prolongada por ambos extremos) da lugar al movimiento circular de esta regla *GL*, alrededor del punto *G*, puesto que tal regla está unida de tal modo a *CNKL* que pasa siempre por el punto *L*. En tal caso, escojo una línea recta como *AB* para relacionar con tales puntos



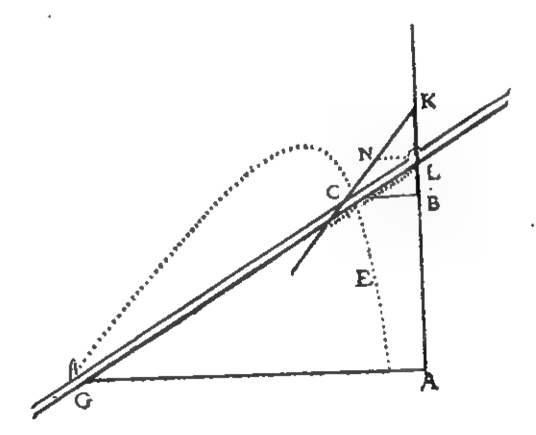
todos los de la línea curva EC; asimismo, en esta línea, AB, tomo un punto tal como A para iniciar por él el cálculo. Digo que escojo tanto uno como la otra, porque pueden tomarse los que se deseen ya que aunque existan muchas alternativas que abrevien y simplifiquen la ecuación, sin embargo, de cualquier modo que se seleccionen, la curva pertenecerá siempre a la misma clase tal como es fácilmente demostrable. Después de A-T, VI, 394
esto, tomando un punto a discreción en la curva tal como C, sobre el que supongo que aplico el instrumento que sirve para describirla, trazo desde el punto C la línea CB paralela a GA; puesto que CB y BA son dos cantidades indeterminadas y desconocidas, las denomino y e x, respectivamente. Pero con el fin de encontrar la relación de una con la otra[48bis], considero también las cantidades conocidas que determinan la descripción o trazado de esta curva: así GA (llamada a), KL (llamada b) y NL, paralela a GA (llamada c). Seguidamente afirmo: que como NL es a LK (o bien c es a b), así CB o y es a BK que es, por tanto, igual a $\frac{b}{c}y$. Por tanto, BL es igual a $\frac{b}{c}y-b$, y AL es igual a $x+\frac{b}{c}y-b$. Además, como CB es a LB, así GA es a LA, o bien como y es a $\frac{b}{c}y-b$, así a es a $x+\frac{b}{c}y-b$. Multiplicando la segunda por la tercera tenemos $\frac{ab}{c}y-ab$, que es igual a $xy+\frac{b}{c}y^2-by$, que es el resultado obtenido al multipli-

car la primera por la última. Por tanto, la ecuación buscada es:

$$y^2 = cy - \frac{c}{b}xy + ay - ac.$$

En virtud de la misma conocemos que la línea EC es de las del primer tipo; en efecto, no es sino una hipérbola.

Si en el instrumento utilizado para describir la curva sustituimos la línea recta CNK, de modo que limitemos el plano $CNKL$ mediante la hipérbola o cualquier otra línea curva de la primera clase, entonces la intersección de este línea y de la regla GL en vez de describir la hipérbola EC, describirá otra línea curva que pertenece-
A-T. VI, 395 rá al segundo tipo. Así, si CNK es un círculo, siendo L su centro, se describirá la primera concoide de los antiguos; pero si es una parábola, siendo su diámetro —eje— KB, entonces se describirá la línea curva que, como ya he dicho, era la primera y más simple de las curvas buscadas para el problema de Pappus, cuando



no son sino cinco las líneas rectas dadas en posición. Pero si en lugar de una de estas líneas curvas del primer género, es una de las del segundo género la que delimita el plano $CNKL$, entonces se describirá una del tercer tipo; mientras que si utilizamos una del tercer tipo, entonces se describirá una del cuarto tipo y así hasta el infinito. Estas afirmaciones es fácil probarlas mediante el cálculo. Y de cualquier otra forma que se imagine la descripción de una curva, siendo del número de las que son llamadas geométricas, siempre se podrá hallar una

ecuación para determinar de este modo todos sus puntos.

Así mismo, considero las líneas curvas, cuya ecuación alcanza el cuarto grado, en el mismo género que aquellas que solamente alcanzan el tercer grado; aquéllas cuyas ecuaciones alcanzan hasta el cuadrado del cubo las considero en el mismo que aquellas que no alcanzan sino al supersólido; de modo semejante para otras. La razón para establecer tal clasificación se fundamenta en que existe una regla general para reducir al cubo cuantas dificultades aparezcan en el cuadrado del cuadrado y para reducir al supersólido cualquiera A-T. VI, 396 del cuadrado del cubo, de modo tal que en cualquier caso la última no es necesario que deba ser considerada más compleja que la precedente[49].

Pero es preciso señalar que entre las líneas de cada uno de estos géneros, aunque la mayor parte de ellas tengan la misma complejidad, de modo tal que puedan servir para determinar los mismos puntos y construir los mismos problemas, sin embargo, hay siempre algunas más simples, cuya utilidad es más limitada. Así entre las del primer tipo, además de la Elipse, la Hipérbola, y la Parábola, cuya complejidad es la misma, también está incluido el círculo que obviamente es una curva más simple. Entre las de la segunda clase se encuentra la Concoide vulgar que toma su origen del círculo y algunas otras que, aunque no tengan una utilidad tan amplia como la mayor parte de las de su clase, sin embargo, no pueden ser consideradas como pertenecientes al primer tipo[49 bis].

Prosigue la explicación del problema de Pappus expuesta en el libro anterior

Ahora, después de haber clasificado todas las líneas curvas según ciertos tipos o clases, me es fácil continuar con la demostración de la respuesta que anteriormente he facilitado en relación con el problema de Pappus. En primer lugar, he mostrado que cuando no hay sino tres o cuatro líneas rectas dadas, la ecuación que permite determinar los puntos buscados es de segundo grado[50]. Se infiere de ello que la curva en que tales puntos se encuentran necesariamente ha de ser alguna de las del primer tipo, puesto que esta misma ecuación expresa la relación existente entre todos los puntos de las líneas

del primer género con los de una línea recta. Cuando no A T. VI, 397 han sido dadas más de ocho líneas rectas, esta ecuación será, a lo sumo, una bicuadrática y, en consecuencia, la curva resultante pertenecerá a la segunda clase o a la primera. Cuando no hay más de doce líneas dadas, la ecuación no excede del cuadrado del cubo y, en consecuencia, la curva buscada no pertenecerá sino a la tercera clase o a una inferior, y así sucesivamente para otros casos. Pero, puesto que la posición de las líneas dadas puede variar de todas las formas imaginables y, en consecuencia, se introducen modificaciones en los valores de las cantidades conocidas así como en los signos «+» y «−» de la ecuación, de todas las formas imaginables, es evidente que no hay alguna línea curva del primer tipo o clase que no sea útil para este problema cuando se plantea respecto de cuatro líneas rectas; ni alguna del segundo tipo que no ofrezca solución cuando el problema ha sido planteado para ocho líneas; ni una de la tercera clase, cuando se ha propuesto para doce, y así para otros casos. De modo que no hay una línea curva, cuya ecuación pueda ser obtenida y que pueda ser aceptada en Geometría, que no sea útil para algún número de líneas.

Solución de esta cuestión cuando se propone para tres o cuatro líneas

Es necesario proceder a indicar con mayor precisión el método para descubrir la línea curva buscada en cada caso, cuando no son dadas sino tres o cuatro líneas rectas; tal análisis mostrará que la clase primera no contiene otras líneas que las tres secciones cónicas y el círculo.

Considérense nuevamente las cuatro líneas AB, AD, EF y GH, anteriormente mencionadas, y que sea preciso hallar otra línea en la que se encuentren una infinidad de puntos tales como C, de tal manera que, trazando A-T. VI, 398 desde él mismo las cuatro líneas CB, CD, CF, CH, con ángulos dados sobre las líneas dadas, CB multiplicada por CF sea igual a CD multiplicada por CH. Esto sería equivalente a afirmar que si

$$CB = y,$$

$$CD = \frac{czy + bcx}{z^2},$$

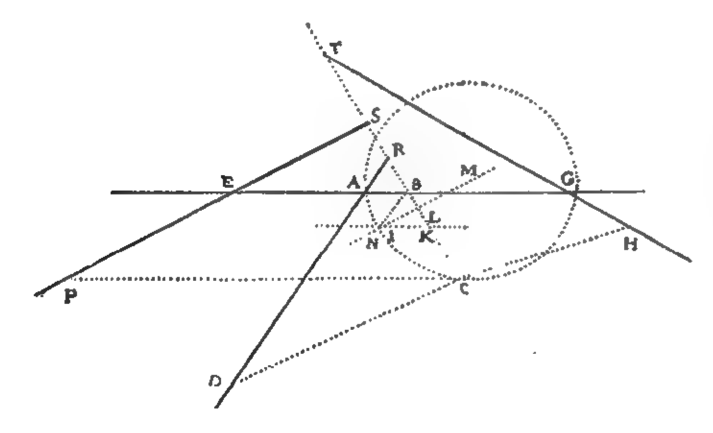
$$CF = \frac{ezy + dek + dex}{z^2},$$

$$CH = \frac{gzy + fgl - fgx}{z^2},$$

entonces la ecuación es:

$$y^2 = \frac{(cfglz - dekz^2)y - (dez^2 + cfgz - bcgz)xy + bcfglx - bcfgx^2}{ez^3 - cgz^2}$$

Se ha supuesto que *ez* es mayor que *cg*; si fuese menor sería preciso cambiar los signos «+» y «−». Si el valor de *y* fuese *cero* o menor que *cero* en esta ecuación,



habiendo supuesto que el punto *C* se encuentra en el ángulo *DAG*, será preciso suponerlo también en el ángulo *DAE*, o *EAR*, o *RAG*, debiendo ser alterados los signos «+» y «−» según sea requerido. Si para cada A-T, VI, 399
una de estas cuatro posiciones el valor de *y* fuese igual a *cero*, entonces el problema no tendría solución para el caso propuesto. Pero supongamos que es posible y, para abreviar las expresiones, en lugar de las cantidades

$$\frac{cflgz - dekz^2}{ez^3 - cgz^2},$$

escribiremos $2m$; y $\frac{2n}{z}$ en lugar de:

$$\frac{dez^2 + cfgz - bcgz}{ez^3 - cgz^2}.$$

De este modo tenemos:

$$y^2 = 2my - \frac{2n}{z}xy + \frac{bcfglx - bcfgx^2}{ez^3 - cgz^2},$$

cuya raíz es:

$$y = m - \frac{nx}{z} + \sqrt{m^2 - \frac{2mnx}{z} + \frac{n^2x^2}{z^2} + \frac{bcfglx - bcfgx^2}{ez^3 - cgz^2}}.$$

De nuevo, por razones de brevedad, en lugar de

$$-\frac{2mn}{z} + \frac{bcfgl}{ez^3 - cgz^2},$$

anotaremos *o*; y en lugar de

$$\frac{n^2}{z^2} - \frac{bcfg}{ez^3 - cgz^2},$$

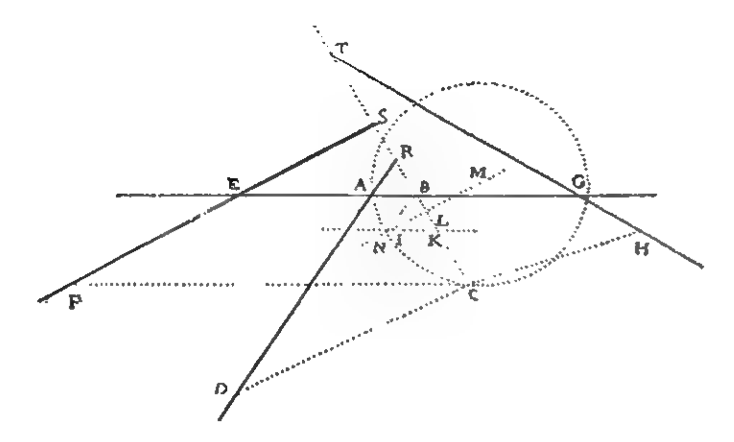
escribiremos $-\frac{p}{m}$. Hacemos esto, pues podemos designarlas como nos plazca, considerando que todas son cantidades dadas. Tendremos entonces que:

$$y = m - \frac{n}{z}x + \sqrt{m^2 + ox - \frac{p}{m}x^2}.$$

Tal debe ser la longitud de la línea *BC*, quedando *AB*, esto es *x* indeterminada[51]. También es evidente que, no siendo propuesto el problema sino para tres o cuatro líneas, es obvio que siempre tendremos tales términos, aunque alguno de ellos puedan ser nulos y los signos + y − puedan variar.

A-T, VI, 400 Después de esto, trazo *KI* igual y paralela a *BA*, de modo que de *BC* obtengamos el segmento *BK* igual a *m* (puesto que la expresión para *BC* es $+m$; si hubiese sido $-m$, esta línea *IK* debería haberla trazado del otro lado de *AB* y, finalmente, no la hubiera trazado si el valor de *m* hubiera sido *cero*). Seguidamente trazo *IL* de modo que $IK : KL = z : n$; esto es, de modo que si *IK* es igual a *x*, *KL* es igual a $\frac{n}{z}x$. De esta misma forma conozco la proporción existente entre *KL* e *IL* que puedo establecer como $n : a$, de modo que si *KL* es igual a $\frac{n}{z}x$, entonces *IL* es igual a $\frac{a}{z}x$. De este modo establezco el punto *K* entre *L* y *C*, pues la ecuación

indica $-\frac{n}{z}x$; hubiera establecido L entre K y C, en el caso de que $+\frac{n}{z}x$; en el caso de que $\frac{n}{z}x$ fuera igual a *cero*, no hubiera sido trazada esta línea, IL.



Hecho esto, obtenemos la expresión:

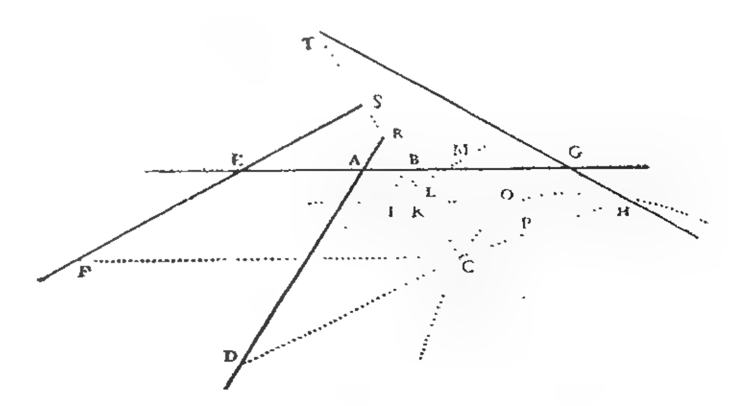
$$LC = \sqrt{m^2 + ox - \frac{p}{m}x^2}.$$

Si el valor de estos términos fuese *cero*, el punto C debería localizarse en la línea recta IL; si fuesen sus valores tales que fuese posible extraer su raíz, esto es, si m^2 y $\frac{p}{m}x^2$ tuviesen el mismo signo, bien positivo o bien negativo, y o^2 fuese igual a $4pm$, o también si m^2 y ox, o bien ox y $\frac{p}{m}x^2$ tuviesen como valor *cero*, este punto C debería localizarse en otra línea recta cuya posición podría ser tan fácilmente calculable como la de IL. Pero cuando no se da ninguna de estas posibilidades, el punto C se encuentra siempre en una de las tres secciones cónicas o en un círculo, uno de cuyos diámetros se encuentra en la línea IL, y la línea LC es una de las que se aplican por orden a este diámetro; también, por el contrario, puede ser LC paralela al diámetro al que aquélla, que está en la línea IL, se aplica por orden. A saber si el término $\frac{p}{m}x^2$ tiene valor *cero*, entonces tal sección cónica será una parábola; si tiene

A-T, VI, 401

valor positivo (+), entonces es una hipérbola y si, por el contrario, tiene valor negativo (−), entonces es una elipse. La única excepción sería cuando la cantidad a^2m es igual a pz^2, cuando ILC es un ángulo recto, en cuyo caso tenemos un círculo en vez de una elipse. Y si esta sección es una parábola, su lado recto es igual a $\frac{oz}{a}$ y su eje se encuentra siempre sobre la línea IL; para hallar el punto N, que es el vertex, es necesario construir IN igual a $\frac{am^2}{oz}$, y el punto I debe encontrarse entre L y N, si m^2 es positivo y ox también lo es[52]; también el punto L debe hallarse entre I y N si m^2 es positivo y ox tiene valor negativo[53]; igualmente debería ser necesario para N encontrarse entre I y L si m^2 tiene valor negativo y ox es positivo[54]. Pero nunca puede darse el valor $-m^2$
A-T, VI, 402 cuando los términos han sido establecidos en la forma que hemos indicado. Finalmente, el punto N debe coincidir con el punto I si m^2 es igual a *cero*. Por este medio es fácil encontrar esta parábola de acuerdo con el primer problema del primer libro de Apolonio[50bis].

Si la línea pedida es un círculo, una elipse o una hipérbola, es preciso en primer lugar hallar el punto M, que es el centro de la figura. Tal punto siempre se encuentra en la línea recta IL y puede ser hallado tomando IM igual a $\frac{aom}{2pz}$. De este modo, si o es igual a *cero*, entonces M coincidirá con I. Si la línea que deseamos hallar es un círculo o una elipse, debemos tomar el punto M en el mismo lado que el punto L respecto de I, cuando ox tiene valor positivo; pero en lado opuesto cuando su valor es negativo. Por el



contrario, en el caso de una hipérbola, si se tuviese $-ox$, el centro M debería estar hacia L; si tuviésemos $+ox$, debería ser tomado hacia la otra parte. Según todo esto, tenemos que el lado recto de la figura debe ser

A-T, VI, 403

$$\sqrt{\frac{o^2z^2}{a^2}+\frac{4mpz^2}{a^2}},$$

si m^2 es positivo y la línea es un círculo o una elipse; o si m^2 es negativo y el lugar es una hipérbola. Deberá ser:

$$\sqrt{\frac{o^2z^2}{a^2}-\frac{4mpz^2}{a^2}};$$

si la línea buscada es un círculo o una elipse y m^2 es negativo, o si es una hipérbola y o^2 es mayor que $4mp$, siendo positivo el valor de m^2. Pero si el valor de m^2 es cero, entonces el lado recto es $\frac{oz}{a}$; y si oz es igual a *cero*, entonces será:

$$\sqrt{\frac{4mpz^2}{a^2}}.$$

Así mismo, en relación con el correspondiente diámetro debe ser hallada una línea que sea al lado recto como a^2m es a pz^2; esto es, si el lado recto es

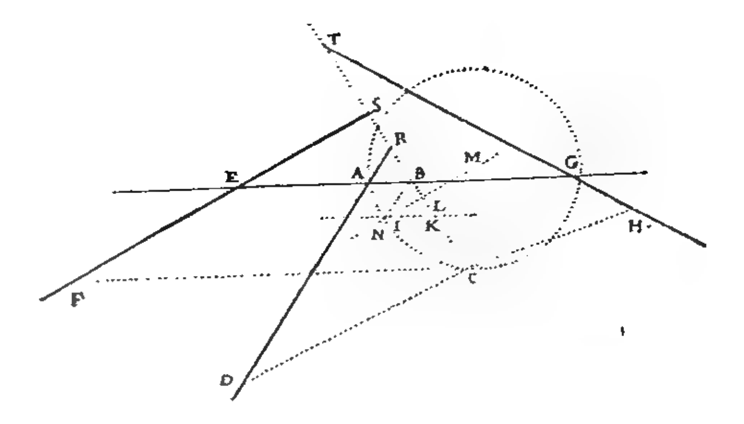
$$\sqrt{\frac{o^2z^2}{a^2}+\frac{4mpz^2}{a^2}},$$

entonces el diámetro será:

$$\sqrt{\frac{a^2o^2m^2}{p^2z^2}+\frac{4a^2m^3}{pz^2}}.$$

En cada uno de estos casos el diámetro de la sección se encuentra en la línea IM, siendo LC de las aplicadas por orden. De tal modo esto es evidente que siendo MN igual a la mitad del diámetro y tomando N y L en el mismo lado de M, el punto N será el vertex de este diámetro. Siguiendo lo expuesto es fácil hallar la sección (determinar la curva) de acuerdo con los problemas segundo y tercero del primer libro de Apolonio.

Pero, cuando esta sección es una hipérbola y tenemos que m^2 es positivo y que o^2 es igual a *cero* o menor que $4pm$, entonces debemos trazar la línea MOP por M de modo que sea paralela a LC y de modo que CP lo sea a



LM, así como tomar MO igual a $\sqrt{m^2-\frac{o^2m}{4p}}$; pero si ox es igual a *cero*, MO debe ser tomada igual a m. Seguidamente considerando O como el vértex de esta hipérbola, siendo OP el diámetro y CP la línea aplicada;

A-T, VI, 404 en tal caso, el lado recto es:

$$\sqrt{\frac{4a^4m^4}{p^2z^4}-\frac{a^4o^2m^3}{p^3z^4}}$$

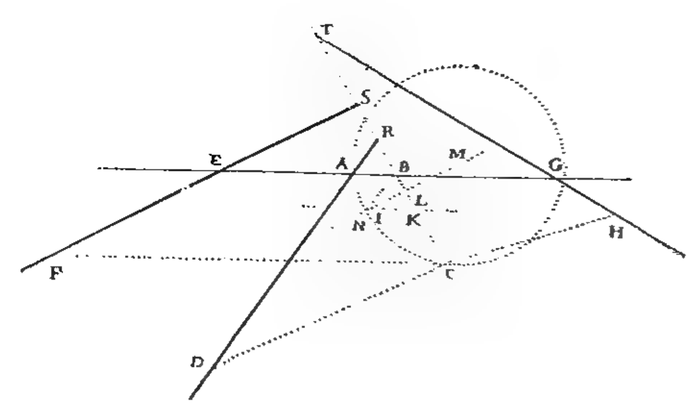
y su diámetro será:

$$\sqrt{4m^2-\frac{o^2m}{p}}.$$

No obstante, debemos considerar una excepción: cuando ox es igual a *cero*; en tal caso el lado recto es $\frac{2a^2m^2}{pz^2}$ y el valor del diámetro $2m$. A partir de estos datos la curva puede ser determinada de acuerdo con el problema tercero del primer libro de Apolonio.

Demostración de lo que ha sido explicado

Las demostraciones de las afirmaciones anteriores son evidentes, pues componiendo un espacio con las cantidades que he asignado para el lado recto, el transverso y para el segmento del diámetro, NL u OP, siguiendo los teoremas 11, 12 y 13 del primer libro de Apolonio, podremos hallar los mismos términos que componen el cuadrado de la línea CP o CL, aplicada



por orden a este diámetro. Así, en este ejemplo, tomando IM, que es $\frac{aom}{2pz}$, de NM cuyo valor es:

$$\frac{a}{2pz}\sqrt{o^2+4mp},$$

se obtiene IN; sumando a ésta IL, que es $\frac{a}{z}x$, tenemos NL que es igual a:

$$\frac{a}{z}x-\frac{aom}{2pz}+\frac{am}{2pz}\sqrt{o^2+4mp}.$$

Y siendo esto multiplicado por

$$\frac{z}{a}\sqrt{o^2+4mp},$$

que es el lado recto de la figura, obtenemos:

$$x\sqrt{o^2+4mp}-\frac{om}{2p}\sqrt{o^2+4mp}+\frac{mo^2}{2p}+2m^2$$

para el rectángulo, del cual debemos restar un espacio A-T. VI. 405
que debe ser al cuadrado de NL como el lado recto es al diámetro. Este cuadrado de NL es:

$$\frac{a^2}{z^2}x^2-\frac{a^2om}{pz^2}x+\frac{a^2m}{pz^2}x\sqrt{o^2+4mp}+$$
$$+\frac{a^2o^2m^2}{2p^2z^2}+\frac{a^2m^3}{pz^2}-\frac{a^2om^2}{2p^2z^2}\sqrt{o^2+4mp}.$$

A su vez, debe ser dividido por a^2m y debe ser multiplicado el cociente por pz^2, puesto que éstos

expresan la razón o proporción existente entre el diámetro y el lado recto. El resultado será:

$$\frac{p}{m}x^2-ox+x\sqrt{o^2+4mp}+$$
$$+\frac{o^2m}{2p}-\frac{om}{2p}\sqrt{o^2+4mp}+m^2.$$

Restando esta cantidad del rectángulo previamente obtenido, tenemos:

$$CL^2=m^2+ox-\frac{p}{m}x^2.$$

En consecuencia, CL es una línea aplicada por orden en una elipse o en un círculo al segmento del diámetro NL.

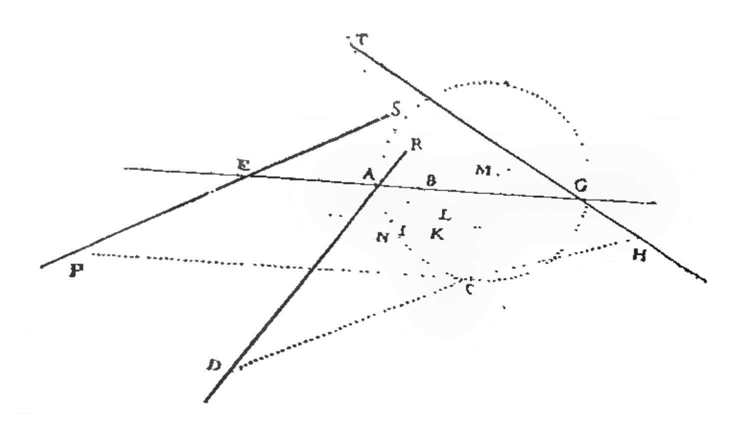
Si deseamos explicar todas las cantidades dadas mediante números, suponemos, por ejemplo, que $EA=3$, $AG=5$, $AB=BR$, $BS=\frac{1}{2}BE$, $GB=BT$, $CD=\frac{3}{2}CR$, $CF=2CS$, $CH=\frac{2}{3}CT$, el ángulo $ABR=60°$ y, finalmente, suponemos que $CB\cdot CF=CD\cdot CH$; todas estas cantidades deben ser conocidas si el problema ha de ser completamente determinado. Así mismo, suponiendo que $AB=x$ y $CB=y$, obtendremos mediante el método explicado que:

$$y^2=2y-xy+5x-x^2,$$

y que

$$y=1-\tfrac{1}{2}x+\sqrt{1+4x-\tfrac{3}{4}x^2};$$

Por consiguiente, BK debe ser igual a 1, y KL lo es a la mitad de KI; y puesto que el ángulo IKL es igual al
A-T. VI. 406 ángulo ABR, que es igual a 60° y el ángulo KIL, que es



la mitad del ángulo KIB o del IKL, es de 30°, el ángulo ILK es un ángulo recto. Así mismo, puesto que IK o $AB=x$, KL es un $\frac{1}{2}x$; IL es igual a $x\sqrt{\frac{3}{4}}$, y la cantidad representada por z es igual a 1, tenemos que $a=\sqrt{\frac{3}{4}}$, $m=1$, $o=4$, $p=\frac{3}{4}$; por consiguiente, $IM=\sqrt{\frac{16}{3}}$, $NM=\sqrt{\frac{19}{3}}$; en consecuencia puesto que a^2m (que es $\frac{3}{4}$) es igual a pz^2, y el ángulo ILC es un ángulo recto, se sigue de todo ello que la curva NC es un círculo. Un tratamiento similar de los otros casos puede realizarse con facilidad.

Cuáles son los lugares planos, sólidos y sobre el modo de hallarlos

Puesto que todas las ecuaciones que no son superiores a las de segundo grado caen bajo las explicaciones dadas, no solamente hemos solventado de modo definitivo el problema que los antiguos plantearon para tres y cuatro líneas, sino también cuanto se relaciona con lo que ha sido llamado composición de los lugares sólidos y, en consecuencia, con la de los lugares planos puesto que éstos están comprendidos en los sólidos; digo tal, pues estos lugares no son otra cosa que esto: la solución de uno de estos problemas no consiste más que A-T, VI, 407
en hallar algún punto para cuya completa determinación es necesaria una condición, siendo tales todas las otras condiciones (como en este ejemplo) que cualquier punto de una línea recta puede ser tomado por el que es pedido. Si esta línea es recta o circular decimos que se trata de un lugar plano; pero si es una parábola, una hipérbola o una elipse, entonces se dice que se trata de un lugar sólido. En cualquiera de los casos puede llegarse a una ecuación con dos cantidades desconocidas, que es semejante a alguna de las que acabo de resolver. Si la curva en la que se encuentra el punto buscado es de un grado superior al de las secciones cónicas, puede ser llamada, siguiendo el mismo procedimiento, un lugar supersólido, y así sucesivamente para otros casos. Si para la determinación del punto son necesarias dos condiciones, el lugar sobre el que se encuentra es una superficie que puede ser completamente plana, esférica o más compleja. Los antiguos llegaron a alcanzar como nivel superior de análisis la composición de los lugares sólidos y cuanto Apolonio expuso acerca de las secciones cónicas podría responder al

deseo de solventar los problemas relacionados con la composición de tales lugares.

Así mismo, se ve que lo que he considerado como el primer género de líneas curvas no puede incluir otras que el círculo, la parábola, la hipérbola y la elipse, que es cuanto había intentado probar.

Sobre la primera y más simple de todas las líneas curvas utilizable en el problema de los antiguos cuando está propuesto para cinco líneas

Si el problema de los antiguos fuese propuesto para cinco líneas, siendo todas paralelas, es evidente que el punto buscado se encontrará siempre en una línea recta.
A-T, VI, 408 Pero si es propuesto para cinco líneas de modo que cuatro de ellas sean paralelas y la quinta sea perpendicular a las otras cuatro; y si todas las líneas trazadas desde el punto buscado deben alcanzar las mencionadas líneas paralelas de modo que formen ángulos rectos; y si, finalmente, sucede que el paralelepípedo formado por tres líneas así trazadas sobre tres paralelas, debe ser igual al paralelepípedo formado por dos líneas que son trazadas, una sobre la cuarta de las que son paralelas y la otra sobre la que las corta formando ángulo recto, y por una tercera línea dada (siendo éste el caso más simple que podemos imaginar después de el precedente), entonces el punto que buscamos debe encontrarse en una línea curva descrita por el movimiento de una parábola del modo explicado anteriormente.

Sean, por ejemplo, las líneas AB, IH, ED, GF y GA, y que sea preciso hallar el punto C de modo que si CB, CF, CD, CH y CM son perpendicularmente trazadas sobre cada una de las líneas dadas, el paralelepípedo formado por las tres líneas CF, CD y CH sea igual al formado por CB, y CM y por una tercera línea, AI. Establezco que $CB=y$. $CM=x$, AI o AE o $GE=a$; por consiguiente, si C se encuentra entre AB y DE, tenemos que $CF=2a-y$, $CD=a-y$, $CH=y+a$. Multiplicando estas tres, una por otra, se obtiene $y^3-2ay^2-a^2y+2a^3$ igual al producto de las otras tres, esto es axy. Seguidamente considero la curva CEG, que imagino descrita
A-T, VI, 409 por la intersección de la parábola CKN (moviéndose de modo tal que su eje KL se encuentra sobre la línea recta AB) y de la regla GL (que gira sobre el punto G de modo que siempre pasa por el punto L). Tomamos $KL=a$, y el lado principal, es decir, aquel que corres-

ponde al eje de esta parábola, igual a a; asimismo, $GA=2a$, CB o $MA=y$, CM o $AB=x$. Puesto que los triángulos GMC y CBL son semejantes, tenemos que $GM(2a-y)$ es a $MC(x)$ como $CB(y)$ es a BL, que es igual a

$$\frac{xy}{2a-y}.$$

Y puesto que LK es a, BK es

$$a-\frac{xy}{2a-y},$$

o también

$$\frac{2a^2-ay-xy}{2a-y}.$$

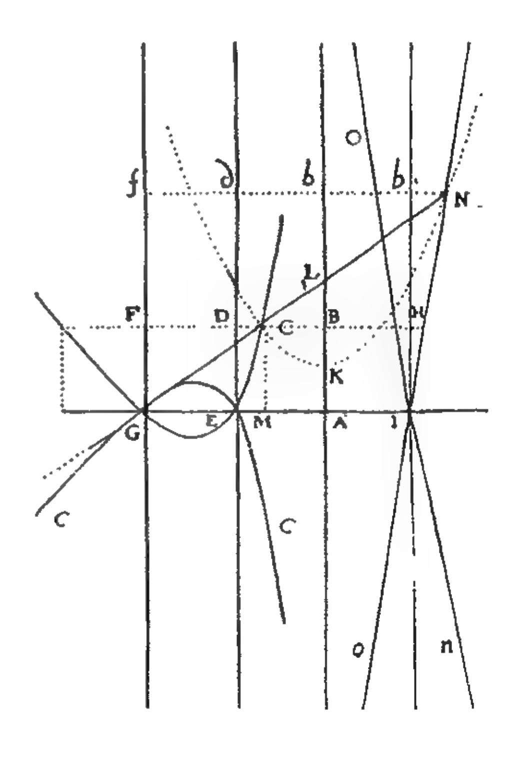
Finalmente, puesto que BK es un segmento del eje de la parábola, BK es a BC (su ordenada) como BC es a a (lado recto) y, en consecuencia, en virtud del cálculo ya podemos establecer que:

$$y^3-2ay^2-a^2y+2a^3=axy,$$



y, por tanto, que el punto C es el que era exigido. Puede ser tomado en cualquier lugar de la línea CEG o A-T, VI, 410 también en $cEGc$ que es descrita del mismo modo con excepción de que su vértex se encuentra en dirección opuesta; finalmente, C puede hallarse en NIo, nIO, descritas por la intersección que la línea GL produce en el otro lado de la parábola KN.

Aunque las líneas paralelas AB, IH, ED y GF no fuesen equidistantes y ni GA ni las líneas trazadas sobre ellas desde el punto C las cortasen formando ángulos



rectos, este punto C no dejaría de encontrarse en una línea curva que fuese de la misma naturaleza; es más, podría encontrarse aunque ninguna de las líneas dadas fuese paralela. Pero, supóngase que tenemos cuatro líneas paralelas y una quinta que las corta, y que el paralelepípedo formado por tres líneas trazadas por el punto buscado (una de ellas sobre la quinta línea y

otras dos sobre dos de las líneas paralelas) fuese igual al paralelepípedo formado por dos líneas trazadas sobre las otras dos paralelas y una tercera línea dada; el punto buscado se encuentra en tal caso en una curva de otra naturaleza, es decir, en una curva tal que todas las líneas rectas aplicadas por orden a su diámetro siendo A-T, VI, 411
iguales a las de una sección cónica, los segmentos de este diámetro que se encuentren entre el vertex y estas líneas guardan la misma proporción con una línea dada que la que ésta guarda con los segmentos del diámetro de la sección cónica a los cuales tales líneas están aplicadas por orden. No afirmo que esta línea sea menos simple que la precedente, la cual he pensado que debía considerarla en primer lugar puesto que tanto su descripción como su cálculo son en cierto modo más fáciles.

No me detendré realizando un análisis y distinción por especies de las líneas relacionadas con otros casos, pues no he deseado acometer una exposición completa y, habiendo explicado el procedimiento para hallar una infinidad de puntos por donde pasan, estimo haber facilitado el medio que nos permitirá describirlas.

Sobre las líneas que se trazan hallando varios de sus puntos y que pueden ser admitidas en Geometría

De igual modo estimo oportuno señalar que existe una gran diferencia entre la forma expuesta para llegar a conocer varios puntos que permitan trazar una curva y la que se utiliza para trazar la espiral y sus semejantes. En este último caso no se calculan indiferentemente todos los puntos de la línea buscada, sino sólo aquellos que pueden ser determinados por algún procedimiento más simple que aquel que es requerido para formarla; propiamente hablando, no hallamos uno de sus puntos, esto es, alguno de aquellos que son puntos propios de esta línea de modo tal que no pudiesen ser hallados sino por su mediación. Por el contrario, no hay un punto en estas líneas que sirven para el problema propuesto, que no pueda ser determinado mediante el procedimiento indicado. Debe considerarse que si bien tal forma de A-T, VI, 412
determinar una línea curva, hallando indiferentemente diversos puntos de la misma, no es aplicable sino a las que puedan ser también descritas por un movimiento regular y continuo, no por ello se la debe excluir de la Geometría.

Sobre las que pueden trazarse utilizando una cuerda y que son admisibles

De igual modo, no debe rechazarse el procedimiento o forma según la cual nos servimos de un hilo para determinar la igualdad o diferencia existente entre dos o más líneas rectas que pueden trazarse desde cada uno de los puntos de la curva buscada a otros, o bien sobre ciertas líneas con ciertos ángulos. Yo mismo he utilizado este procedimiento en *La Dióptrica* cuando explicaba la elipse o la hipérbola. Pues aunque no podamos aceptar en Geometría líneas que sean como cuerdas, es decir, que tanto puedan ser rectas como curvas, ya que las proporciones existentes entre las líneas rectas y curvas no son conocidas y no creo que puedan llegar a serlo y, en consecuencia, nada exacto y seguro podría concluirse; sin embargo, puesto que en tales construcciones nos servimos de cuerdas solamente para determinar las líneas rectas, cuya longitud nos es perfectamente conocida, no estimo que deba ser éste un motivo para rechazarlas[55].

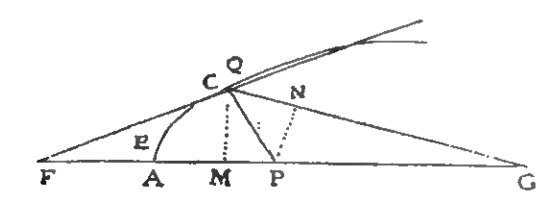
Que para hallar las propiedades de las líneas curvas, basta con conocer la relación que guardan sus puntos con los de las rectas, y la forma de trazar otras líneas formando ángulos rectos

Cuando conocemos la relación que guardan todos los puntos de una línea curva con todos los de una recta, según el modo que he explicado, también es fácil conocer la relación que guardan con todos los otros puntos y líneas dadas; en consecuencia, será fácil conocer los diámetros, ejes, centros y otras líneas o puntos con los que pueda tener cada línea curva alguna
A-T, VI, 413 relación más específica o más simple; de esta forma, podremos imaginar diversos modos para describirlas y hacer una selección. Así mismo podremos hallar cuanto se encuentre relacionado con la magnitud de sus áreas, no siendo necesario pasar a ofrecer una explicación más detallada. Finalmente, y en relación con todas las otras propiedades atribuibles a las líneas curvas, no dependen sino de los ángulos que estas curvas formen con otras líneas. Pero, cuando puedan trazarse líneas rectas que las corten formando ángulos rectos, en los puntos en que hay intersección formada por aquéllas

con las que forman ángulos que se desean medir, o, lo que estimo como lo mismo, en que cortan sus contingentes[56], la dimensión de los ángulos no es más difícil de conocer que si se formasen entre o por dos líneas rectas. Por ello estimo haber expuesto cuanto se requiere en un estudio introductorio para realizar el análisis de las curvas, cuando haya desarrollado el procedimiento para trazar líneas rectas que formen ángulos rectos sobre cualesquiera de los puntos de aquellas que se elijan. Me atrevo a afirmar que éste es el problema cuyo conocimiento es más útil y no sólo el más general que yo conozco, sino también el que más he deseado llegar a conocer.

Procedimiento general para hallar líneas rectas que corten las curvas dadas o sus tangentes, formando ángulos rectos

Sea CE la línea curva y que sea preciso trazar por el punto C una línea recta que forme ángulos rectos. Supongo solucionado el problema y que tal línea es CP, la cual prolongo hasta el punto P en el cual alcanza la línea recta GA con la que supongo que se relacionan A-T, VI, 414



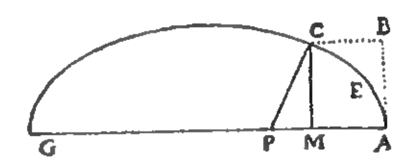
todos los puntos de la línea CE. De modo que siendo MA o $CB=y$, CM o $BA=x$, puedo establecer una ecuación que indica la relación entre x e y. Se establece que $PC=s$, $PA=v$, por lo que[57] $PM=v-y$; pero en virtud de que el triángulo PMC es un triángulo rectángulo, tenemos que s^2, el cuadrado de la hipotenusa, es igual a $x^2+v^2-2vy+y^2$, la suma de los cuadrados de los dos lados[58]. Es decir, que:

$$x-\sqrt{s^2-v^2+2vy-y^2},$$

o también que:

$$y=v+\sqrt{s^2-x^2}\ ^{59}.$$

Mediante esta ecuación puedo eliminar una de las dos cantidades indeterminadas, x o y, de la otra ecuación, de aquella que expresa la relación de los puntos de la línea curva CE con los de la recta GA. Si x debe ser eliminada puede realizarse fácilmente con sólo sustituir x por $\sqrt{s^2-v^2+2vy-y^2}$, y x^2 por el cuadrado de esta misma expresión, x^3 por el cubo de la misma expresión, etc...; pero si deseásemos eliminar y, entonces y debería sustituirse por $v+\sqrt{s^2-x^2}$, así como y^2, y^3 por el cuadrado o cubo de esta misma expresión, y así sucesivamente. El resultado que llegaremos a obtener sería el de una ecuación con una sola cantidad desconocida, bien x o bien y.



Por ejemplo, si CE es una elipse, MA el segmento de su eje, correspondiéndole CM, r su lado recto y q su eje transversal, entonces mediante el teorema 13 del libro I
A-T, VI, 415 de Apolonio tenemos que:

$$x^2=ry-\frac{r}{q}y^2.$$

Eliminando x^2 obtendríamos que:

$$s^2-v^2+2vy-y^2=ry-\frac{r}{q}y^2,$$

o bien que:

$$y^2+\frac{qry-2qvy+qv^2-qs^2}{q-r}=0,$$

Pues en este caso es preferible considerar conjuntamente la expresión que establecer una igualdad entre sus partes.

De igual modo, si CE es una curva generada por el movimiento de una parábola, tal como anteriormente expuse[60], y si a GA la llamamos b, a KL c, y el lado recto del eje KL de la parábola le llamamos d, entonces la ecuación que expresaría la relación entre x e y sería:

$$y^3-by^2-cdy+bcd+dxy=0.$$

Si eliminamos x, tenemos:

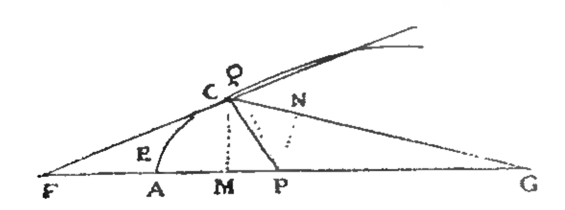
$$y^3 - by^2 - cdy + bcd + dy\sqrt{s^2 - v^2 + 2vy - y^2}.$$

Ordenando tales términos, tenemos:

$$y^6 - 2by^5 + (b^2 - 2cd + d^2)y^4 + (4bcd - 2d^2v)y^3 + \\ + (c^2d^2 - d^2s^2 + d^2v^2 - 2b^2cd)y^2 - 2bc^2d^2y + \\ + b^2c^2d^2 = 0.$$

Tal procedimiento es válido para otros casos.

Pero aún cuando los puntos de la línea curva no se relacionen en la forma indicada con los de una recta, sino con cualquiera otra imaginable, podríamos establecer una ecuación similar. Así, si CE es una línea relacionada con los puntos F, G y A de modo tal que las A-T, VI, 416



líneas rectas trazadas desde cada uno de sus puntos, tal como C, hasta el punto F, excedan el segmento FA por una cantidad que guarda una cierta proporción dada con otra cantidad por la que GA sobrepasa a las líneas trazadas desde los mismos puntos a G. En tal caso, estableciendo $GA = b$, $AF = c$ y, tomando a discreción el punto C en la curva, supongo que la cantidad en que

CF sobrepasa a FA sea a la que GA sobrepasa a GC como d es a e; de modo que si la cantidad indeterminada la llamamos z, entonces tendremos que FC es igual a $c + z$, y GC lo será a $b - \frac{e}{d}z$. Seguidamente estableciendo $MA = y$, $GM = b - y$, $FM = c + y$; puesto que CMG es un triángulo rectángulo, restando el cuadrado de GM del cuadrado de GC, obtenemos el cuadrado de CM que es:

$$\frac{e^2}{d^2}z^2 - \frac{2be}{d}z + 2by - y^2.$$

Seguidamente, restando el cuadrado de FM del cuadrado de FC, obtenemos de nuevo el cuadrado de CM, pero expresado de modo distinto, es decir:

$$z^2 + 2cz - 2cy - y^2.$$

Siendo iguales estas dos expresiones, nos permitirán conocer el valor de y o MA, que es

$$\frac{d^2z^2 + 2cd^2z - e^2z^2 + 2bdez}{2bd^2 + 2cd^2};$$

sustituyendo este valor por y en la expresión equivalente al cuadrado de CM, tenemos que:

A-T, VI, 417

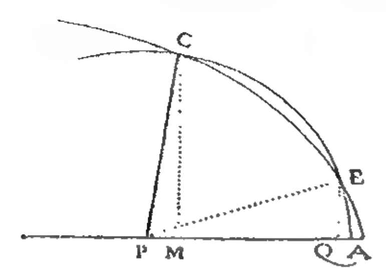
$$CM^2 = \frac{bd^2z^2 + ce^2z^2 + 2bcd^2z - 2bcdez}{bd^2 + cd^2} - y^2.$$

A continuación, si suponemos que la línea PC alcanza la curva formando ángulos rectos en C, y estableciendo $PC = s$ y $PA = v$ como anteriormente, entonces $PM = v - y$; puesto que PCM es un triángulo rectángulo, tenemos $s^2 - v^2 + 2vy - y^2$ para el cuadrado de CM. Sustituyendo y por su valor, tenemos la ecuación buscada:

$$z^2 + \frac{2bcd^2z - 2bcdez - 2cd^2vz - 2bdevz - bd^2s^2 + bd^2v^2 - cd^2s^2 + cd^2v^2}{bd^2 + ce^2 + e^2v - d^2v} = 0$$

Hallada tal ecuación no debe utilizarse para determinar x, y o z, que son dadas, puesto que el punto C ha sido dado, sino que debe utilizarse para hallar v o s, que determinan el punto exigido, P. A tal efecto, es preciso considerar que si este punto P cumple las condiciones exigidas, el círculo con centro en P y que pasa por C, tocará pero no cortará la curva CE; pero si el punto P se encuentra a mayor o menor distancia de A de lo que

debe estar, este círculo cortará la curva no sólo en *C*, sino también y necesariamente en algún otro punto[61]. Asimismo, es preciso considerar que si este círculo corta la línea curva *CE*, la ecuación por la que se halla el valor de x e y o cualquiera otra, suponiendo que conozcamos *PA* y *PC*, debe tener necesariamente dos raíces diferentes. Supóngase, por ejemplo, que el círculo A-T, VI, 418



corta la curva en los puntos *C* y *E*; trácese *EQ* paralela a *CM*; por otra parte vemos que x e y convienen por igual a *EQ* y a *QA* del mismo modo que a *CM* y *MA*, ya que *PE* es igual a *PC*, pues son dos radios. Si buscamos *EQ* y *QA*, suponiendo dadas *PE* y *PA*, tendremos la misma ecuación que si hubiésemos buscado *CM* y *MA*, suponiendo que *PC* y *PA* sean dados. Se deduce de ello que el valor de x, de y o de cualquier otra cantidad supuesta debe ser doble, es decir, la ecuación tendrá dos raíces distintas entre sí; si deseamos conocer el valor de x, una de estas raíces será *CM* y la otra *EQ*; si se desea conocer y, una raíz será *MA* y la otra *QA*. Es verdad que si *E* no se encuentra en el mismo lado de la curva que *C*, entonces solamente una de ellas será la raíz verdadera y la otra deberá ser opuesta o menor que cero; asimismo, cuanto más próximos se encuentren estos dos puntos, *C* y *E*, menor será la diferencia entre estas dos raíces; cuando ambos puntos coincidan serán iguales. Este sería el caso en que el círculo trazado por *C* toca la curva *CE* sin llegar a cortarla[62].

Además debe considerarse que cuando una ecuación tiene dos raíces iguales, necesariamente tiene la misma forma que si se multiplica, por sí misma, la cantidad que se supone desconocida menos la cantidad conocida igual a ella; si la expresión o suma resultante no es de grado semejante a la ecuación original, multiplicando ésta por otra expresión con tantas dimensiones como A-T, VI, 419
las que le faltan, se logrará que sea del mismo grado. De

este modo cada uno de los términos de las dos expresiones se corresponderán término a término.

Así, por ejemplo, establezco que la primera ecuación hallada en este análisis, a saber:

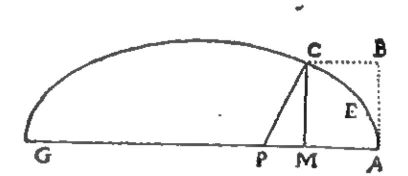
$$y^2 + \frac{qry - 2qvy + qv^2 - qs^2}{q-r},$$

debe tener la misma forma que la expresión obtenida estableciendo $e=y$, y multiplicando $y-e$ por sí misma. De este modo obtenemos $y^2-2ey+e^2$. Podemos comparar las dos expresiones término a término y afirmar que el primer término, y^2, es el mismo en cada una; el segundo término de la primera

$$\frac{qry-2qvy}{q-r},$$

es igual a $-2ey$, el segundo de la otra; a partir de esto, buscando la cantidad v, que es *PA*, tenemos:

$$v=e-\frac{r}{q}e+\frac{1}{2}r;$$



o bien, puesto que hemos supuesto que $e=y$, tenemos:

$$v=y-\frac{r}{q}y+\frac{1}{2}r.$$

Del mismo modo, podemos hallar s a partir del tercer término,

$$e^2 - \frac{qv^2 - qs^2}{q-r};$$

pero puesto que v determina completamente *P*, el único punto que tratamos de hallar, no es necesario proseguir.

A-T, VI, 420 Del mismo modo, la segunda ecuación hallada, a saber,

$$y^6-2by^5+(b^2-2cd+d^2)y^4+(4bcd-2d^2v)y^3+$$
$$+(c^2d^2-2b^2cd+d^2v^2-d^2s^2)y^2-2bc^2d^2y+b^2c^2d^2,$$

debe tener la misma forma que la expresión obtenida cuando se multiplica $y^2-2ey+e^2$ por $y^4+fy^3+g^2y^2+$ $+h^3y+k^4$, que es:

$$y^6+(f-2e)y^5+(g^2-2ef+e^2)y^4+(h^3-2eg^2+e^2f)y^3+$$
$$+(k^4-2eh^3+e^2g^2)y^2+(e^2h^3-2ek^4)y+e^2k^4$$

A partir de estas dos ecuaciones pueden obtenerse otras seis que permiten determinar f, g, h, k, v, s. A partir de esto es fácil entender que cualquiera que sea la clase a la que la línea pertenezca, este procedimiento permite establecer siempre tantas ecuaciones como cantidades desconocidas supuestas. Pero para desarrollar por orden estas ecuaciones y, finalmente, hallar v, que realmente es lo que es necesario calcular, ya que las otras pueden ser halladas mediante v, primeramente por el segundo término debe determinarse f, que es la primera de las cantidades desconocidas en la última expresión; así hallamos que $f=2e-2b$. Seguidamente debemos hallar k, la última de las cantidades desconocidas de la misma expresión; así tenemos

$$k^4=\frac{b^2c^2d^2}{e^2}:$$

a partir del tercer término es preciso hallar g, la segunda A-T, VI, 421
cantidad, obteniendo $g^2=3e^2-4be-2cd+b^2+d^2$; a partir del penúltimo término es preciso hallar h, la penúltima cantidad, que es:

$$h^3=\frac{2b^2c^2d^2}{e^3}-\frac{2bc^2d^2}{e^2}.$$

Mediante el mismo procedimiento podemos continuar siguiendo este mismo orden hasta que hayamos calculado la última cantidad.

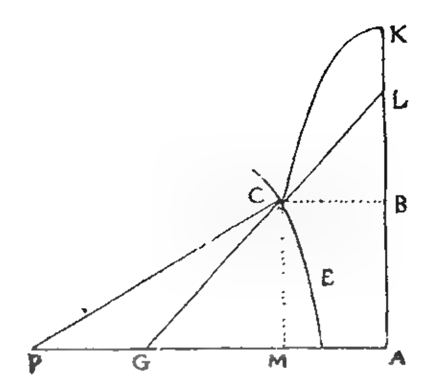
Así, a partir del término correspondiente, que en este caso es el cuarto, podemos hallar v, y tenemos que:

$$v=\frac{2e^3}{d^2}-\frac{3be^2}{d^2}+\frac{b^2e}{d^2}-\frac{2ce}{d}+e+\frac{2bc}{d}+\frac{bc^2}{e^2}-\frac{b^2c^2}{e^3};$$

pero si introducimos y en lugar de e, puesto que $y=e$, tenemos que:

$$v=\frac{2y^3}{d^2}-\frac{3by^2}{d^2}+\frac{b^2y}{d^2}-\frac{2cy}{d}+y+\frac{2bc}{d}+\frac{bc^2}{y^2}-\frac{b^2c^2}{y^3}$$

para la línea AP.



Así mismo, la tercera ecuación, es decir,

$$z^2+\frac{2bcd^2z-2bcdez-2cd^2vz-2bdevz-bd^2s^2+bd^2v^2-cd^2s^2+cd^2v^2}{bd^2+ce^2+e^2v-d^2v}$$

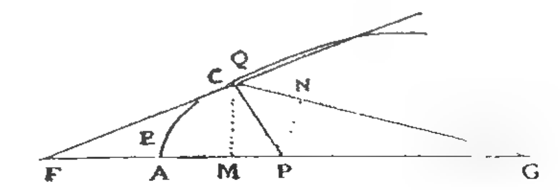
A-T, VI, 422 es de la misma forma que $z^2+2fz+f^2$, suponiendo que $f=z$, de modo que $-2f$ o $-2z$ deba ser igual a

$$\frac{2bcd^2-2bcde-2cd^2v-2bdev}{bd^2+ce^2+e^2v-d^2v};$$

a partir de esto podemos conocer que:

$$v=\frac{bcd^2-bcde+bd^2z+ce^2z}{cd^2+bde-e^2z+d^2z}.$$

Si establecemos la línea AP igual a v, cuyas cantidades son todas conocidas, y unimos el punto P con el punto C, esta línea cortará a la curva CE formando



ángulos rectos, siendo esto lo que era preciso. No veo que exista razón alguna para que esta solución no sea aplicada a cualquier curva a la que sea aplicable algún cálculo geométrico.

Así mismo, debe observarse al considerar la expresión tomada a discreción para elevar el resultado inicial al grado necesario, como antes hemos tomado:

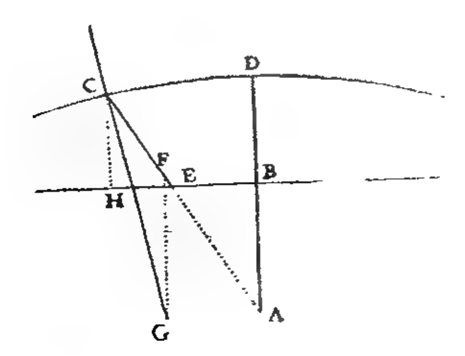
$$y^4 + fy^3 + g^2y^2 + h^3y + k^4,$$

que los signos «+» y «−» pueden introducirse como se desee sin que la línea v o AP tenga diferentes valores, tal como fácilmente se puede comprobar, pues si fuera preciso que me detuviese realizando la demostración de todos los teoremas a los que aludo me vería obligado a A-T, VI, 423 redactar un volumen cuya amplitud sería mucho mayor de lo que deseo. Más bien deseo advertiros que la invención que consiste en suponer dos ecuaciones de la misma forma con el fin de comparar todos los términos de una con los de la otra, obteniéndose de este modo una sola, según se mostró en el ejemplo anterior, puede servir para una infinidad de problemas y no es de las menos importantes que forman parte del método que utilizo.

No facilitaré las construcciones en virtud de las que pueden describirse las tangentes o las perpendiculares buscadas, siguiendo el cálculo que acabo de exponer, puesto que son fácilmente calculables, aunque frecuentemente sea necesaria una destreza significada para que se realice de modo simple y breve.

Ejemplo de la construcción de este problema en la concoide

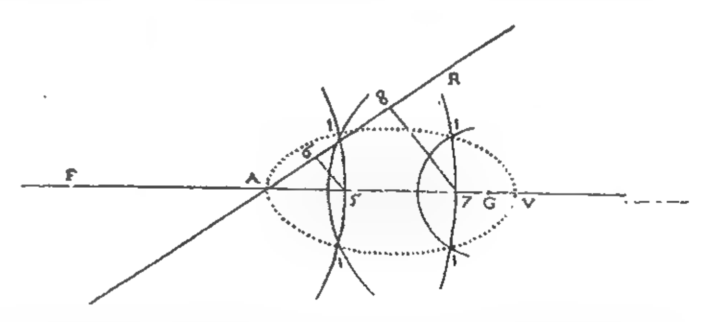
Así, por ejemplo, si DC es la primera concoide de los antiguos, A es su polo y BH la regla, de tal modo que los segmentos de todas las líneas rectas, como CE y



DB, que convergen en A y están comprendidas entre la curva CD y la línea recta BH, son iguales; pensemos que sea requerido hallar la línea CG que la corta en el punto C, formando ángulos rectos; se podría, calculando el punto por donde esta línea CD debe pasar en BH, según el método explicado, aventurarse en un cálculo tanto o
A-T, VI, 424 más extenso que ninguno de los precedentes. Sin embargo, la construcción que debe ser deducida es muy simple. Sólo es preciso tomar CF en la recta CA, siendo igual a CH, que cae perpendicular sobre HB; seguidamente, desde el punto F debe trazarse FG paralela a BA e igual a EA. Por este medio se halla el punto G, por el que debe pasar CG, la línea pedida.

Explicación de cuatro nuevos géneros de óvalos de utilidad en la Optica

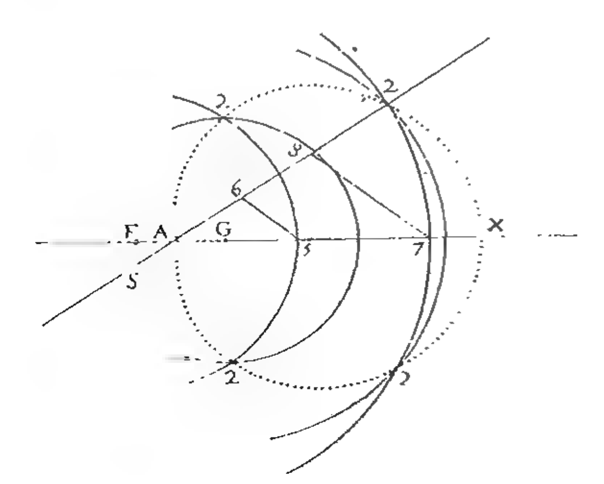
Finalmente, con el fin de que conozcáis que la consideración de las líneas curvas propuestas no carece de uso y que tienen diversas propiedades cuya importancia no es menor que las de las secciones cónicas, deseo aún realizar la explicación de algunos óvalos que, como se comprobará, son de gran utilidad tanto en la teoría de la Catóptrica como de la Dióptrica. Pueden describirse del siguiente modo.



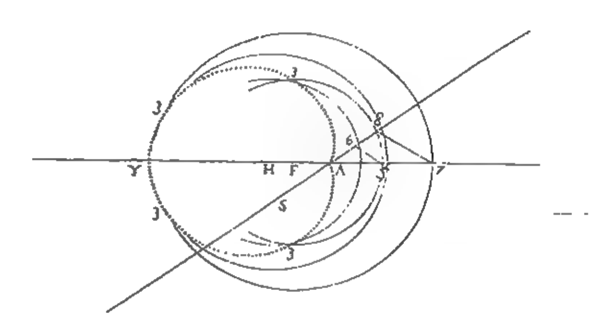
Primeramente, habiendo trazado las líneas rectas FA y AR que se cortan en el punto A, siendo indiferente los ángulos formados, tomo a discreción en una el punto F, más o menos alejado del punto A, según desee construir
A-T, VI, 425 óvalos de mayores o menores dimensiones. Tomando el punto F como centro describo un círculo que pasa un poco más allá del punto A, como por el punto que llamamos 5. En segundo lugar, desde este punto 5 trazo la línea recta 56 que corta a la anterior en el punto 6, de

modo que *A*6 sea menor que *A*5 según una proporción dada, a saber, según la que mide las refracciones, si es que deseamos tenga alguna aplicación para la Dióptrica. En tercer lugar se toma a discreción el punto *G* en la línea *FA* y del mismo lado que se encuentra el punto 5; es decir, haciendo que entre las líneas *AF* y *GA* se guarde la proporción deseada. A continuación, en la línea *A*6 establezco *RA* igual a *GA* y desde el punto *G*, describiendo un círculo cuyo radio sea igual a *R*6 corto el otro círculo de una a otra parte, punto que será uno de aquéllos por donde debe pasar uno de los óvalos deseados. Por último, desde *F* describo un círculo que corta a *FA* un poco más allá del punto 5, por ejemplo, hacia el punto 7 y, trazando la línea 78 paralela a 56, desde el punto *G* trazo otro círculo cuyo radio sea igual a la línea *R*8. Este círculo cortará al que pasa por el punto 7 en el punto 1 que es otro de los del mismo óvalo. De este modo pueden hallarse cuantos se deseen, trazando otras líneas paralelas a 78 y otros círculos desde los centros *F* y *G*. A-T, VI, 426

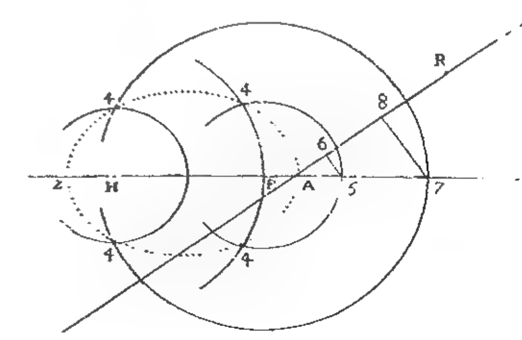
La única diferencia existente en la construcción del segundo óvalo reside en que en vez de *AR* deberemos tomar *AS* en el otro lado de *A*, igual a *AG*, y, en segundo lugar, en que el radio del círculo descrito desde el punto *G*, cortando el círculo que se describe con centro en *F* y que pasa por el punto 5, sea igual a la línea *S*6, o bien que sea igual a la línea *S*8 si ha de cortar el que pasa por el punto 7 y así sucesivamente. De este modo, tales círculos se cortan entre sí en los puntos 2, 2, que son los del segundo óvalo, *A*2*X*.



Para la construcción del tercero y cuarto en vez de tomar la línea *AG* es preciso tomar *AH* del otro lado del punto *A*, a saber, del mismo en el que está el punto *F*. Debemos observar, además, en relación con *AH* que debe ser mayor que *AF*, cuya dimensión puede ser equivalente a cero, de modo que los puntos *F* y *A* coincidan en la construcción de estos óvalos. Seguidamente, siendo iguales las líneas *AR* y *AS* a *AH*, para describir el tercer oval, *A*3*Y*, con centro en *H* trazo un círculo cuyo radio sea igual a *S*6 que corte en el punto 3 A-T, VI, 427 al trazado con centro en *F* que pasa por el punto 5; el



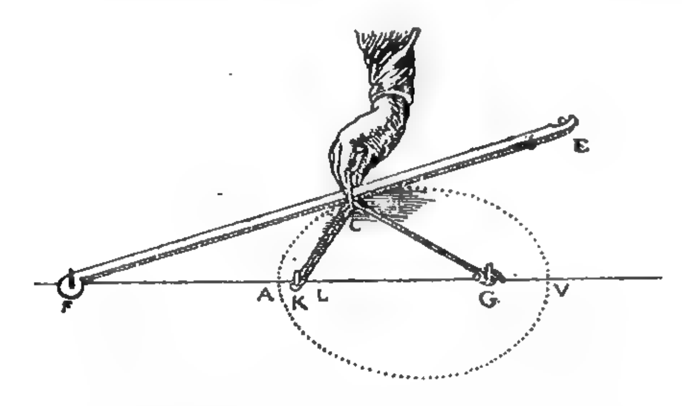
segundo, cuyo radio será igual a *S*8 que corta al que pasa por el punto 7 en el punto 3, y así sucesivamente para otros puntos. Finalmente, y en relación con el último óvalo, trazo dos círculos con centro en *H*, cuyos radios han de ser iguales a las líneas *R*6, *R*8 y semejantes que cortan los otros círculos en los puntos que llamamos 4.



Aún podríamos referirnos a una infinidad de procedimientos existentes para describir estos mismos óvalos como, por ejemplo, puede trazarse *AV* cuando se supone que las líneas *FA* y *AG* son iguales si se divide la

FG en el punto L, de modo que FL sea a LG como $A5$ es a $A6(FL:LG - A5:A6)$, es decir, según la razón que corresponde al índice de refracción. A continuación dividiendo AL en dos partes iguales, siendo K el punto equidistante, se procede a hacer girar una regla, presionando con el dedo C la cuerda EC, que estando unida al extremo de esta regla E, se repliega desde C hacia K y, seguidamente, desde K hacia C y desde C hacia G, punto en el que se une al otro extremo. De modo que la longitud de esta cuerda es igual a $GA+AL+FE-AF$. Será, pues, el movimiento del punto C el que describirá este óvalo de modo semejante al expuesto en la Dióptrica para la elipse y la hipérbola. Pero no deseo detenerme más en este tema. A T, VI, 428

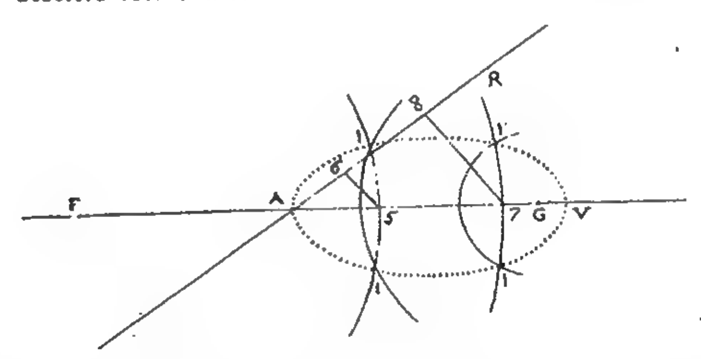
Aunque todos estos óvalos parezcan ser de la misma naturaleza, sin embargo, pertenecen a cuatro clases diferentes conteniendo cada una de ellas una infinidad de subclases, cada una de las cuales a su vez comprende tantas especies diferentes como la clase de las elipses o



las hipérbolas; las subclases dependen del valor de la razón de $A5$ respecto de $A6$, ya que según sea semejante o diferente, será diferente el género subalterno de estos óvalos. Así mismo, según que la proporción que exista entre las líneas AF y AG o AH, haya variado, los óvalos de cada subclase cambian de especie; según que la longitud de AG o AH sea mayor o menor, también variarán sus diversos tamaños. Si las líneas $A5$ y $A6$ son iguales, en vez de los óvalos del primer género o del tercero no se describirán sino líneas rectas; pero entre los de la segunda clase tenemos todas las posibles hipérbolas; y entre los de la cuarta, todas las posibles elipses. A-T, VI, 429

Propiedades de estos óvalos en relación con las reflexiones y refracciones

Además, en cada uno de estos óvalos es preciso considerar dos partes que tienen diferentes propiedades. En el óvalo primero la parte que se encuentra hacia A da lugar a que los rayos procedentes del punto F a través del aire converjan hacia G después de haber alcanzado la superficie convexa $1A1$ de una lente cuyo índice de refracción, de acuerdo con lo expuesto en la Dióptrica, sea tal que todas las refracciones puedan ser medidas considerando la proporción que existe entre las líneas $A5$ y $A6$ o semejantes, mediante las que ha sido descrito este óvalo.



A-T, VI, 430 Pero la parte que se encuentra hacia V da lugar a que todos los rayos procedentes de G converjan hacia F en caso de alcanzar una superficie cóncava de un espejo de la forma $1V1$, cuyo material fuese tal que disminuyese la fuerza de los rayos según la proporción que existe entre las líneas $A5$ respecto de $A6$. Pues, a partir de lo que ha sido demostrado en la Dióptrica es evidente que en tales circuntancias tanto los ángulos de reflexión como de refracción no serán iguales, pudiendo ser medidos de igual forma.

Considérese el segundo oval. También en este caso la parte $2A2$ sirve para las reflexiones de las que se supone que los ángulos son desiguales. Afirmo tal, pues, siendo la superficie del espejo del mismo material que lo era la del óvalo precedente, los rayos procedentes del punto G se reflejarían de tal modo que parecería que proceden del punto F. Obsérvese asimismo que habiendo trazado la línea AG de dimensiones mucho mayores que la línea AF, este espejo sería convexo en el centro, hacia A, pero cóncavo en sus extremidades, pues tal es la figura de

esta línea que más bien representa la forma del corazón que de un óvalo.

Pero la otra parte, $2X2$, es útil para las refracciones, sirviendo para que los rayos que atraviesan el aire y tienden a F, se desvíen hacia G al atravesar la superficie de un vidrio que tuviera tal figura.

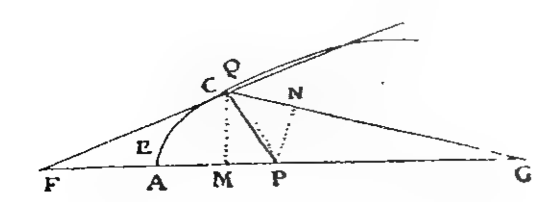
El tercer óvalo solamente es usado para la refracción y causa el que los rayos desplazándose a través del aire hacia F se dirijan a través del cristal hacia H después de haber atravesado la superficie cuya forma sería la de $A3Y3$, que en todas sus partes es convexa con excepción de A donde es un poco cóncava, teniendo al igual que A-T, VI, 431
en el caso precedente la forma de un corazón. La diferencia existente entre las dos partes de este óvalo reside en que una de ellas está más próxima a F y más alejada de H, mientras que en la otra está más próxima a H y más alejada de F.

De igual forma el último de los óvalos es útil solamente en el caso de las reflexiones. Su efecto consiste en dar lugar a que todos los rayos procedentes de H y que encuentran la superficie cóncava de un espejo cuyo material sea el mismo que en los casos precedentes, y que tenga la forma $A4Z4$, converjan hacia F después de producirse la reflexión.

Por ello, los puntos F y G pueden ser llamados focos de estos óvalos siguiendo en esto lo expuesto sobre las elipses y las hipérbolas que han sido llamados de igual modo en la Dióptrica.

Demostración de las propiedades en relación con las reflexiones y refracciones

No menciono otras diversas clases de reflexión y refracción que pueden ser producidas por estos óvalos puesto que siendo nuevos u opuestos los efectos, pueden ser fácilmente conocidos. Sin embargo, no debo silenciar la demostración de lo que he expuesto. Con tal fin,



tómese el punto C a discreción en la parte primera del primer óvalo y trácese la línea recta CP de modo que
A-T, VI, 432 corte a la curva en el punto C formando ángulos rectos. Esto puede construirse siguiendo el procedimiento expuesto anteriormente del modo siguiente:

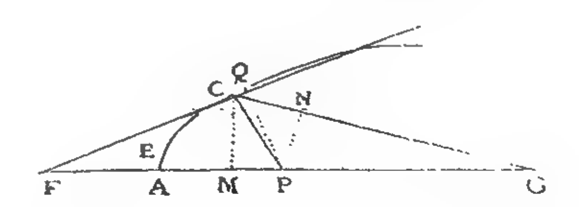
Sea $AG=b$, $AF=c$, $FC=c+z$ y supongo que la proporción existente entre d y e, que tomo como aquella que mide el poder refractor de la lente en consideración, designa la que existe también entre las líneas $A5$ y $A6$ o semejantes que han servido para trazar este óvalo. En tal caso tenemos que:

$$GC=b-\frac{e}{d}z.$$

De donde hallamos que la línea:

$$AP=\frac{bcd^2-bcde+bd^2z+ce^2z}{bde+cd^2+d^2z-e^2z}.$$

Seguidamente y desde P se traza la línea PQ perpendicular a FC, y PN perpendicular a GC. Consideramos que si PQ es a PN como d es a e, es decir, como son entre sí las líneas que miden las refracciones del vidrio convexo AC, entonces el rayo que procediendo del punto F llega a C debe curvarse de tal modo en este punto al penetrar en el vidrio que llegue a alcanzar el punto G, tal como es evidente si consideramos lo expuesto en *La Dióptrica*. Pero expongamos ahora mediante el cálculo si es verdadero que PQ sea a PN como d es a e ($PQ:PN=d:e$). Los triángulos rectángu-



los PQF y CMF son semejantes; de ello deducimos que CF es a CM como FP es a PQ. En consecuencia, si multiplicamos FP por CM y dividimos por CF, esto es igual a PQ. Así mismo, puesto que los triángulos rectángulos PNG y CMG son semejantes, se sigue que GP multiplicado por CM y dividido por CG es igual a PN. Pero puesto que las multiplicaciones y divisiones

de dos cantidades por una misma no modifica la proporción existente entre ellas, si A-T, VI, 433

$$\frac{FP\cdot CM}{CF}:\frac{GP\cdot CM}{CG}=d:e,$$

entonces, dividiendo cada término de la primera por CM y multiplicando cada uno por CF y CG, tenemos que $FP\cdot CG:GP\cdot CF=d:e$. En virtud de la construcción:

$$FP=c+\frac{bcd^2-bcde+bd^2z+ce^2z}{cd^2+bde-e^2z+d^2z}.$$

o que

$$FP=\frac{bcd^2+c^2d^2+bd^2z+cd^2z}{cd^2+bde-e^2z+d^2x}$$

y que $CG=b-\frac{e}{d}z$.

Entonces tenemos que:

$$FP\cdot CG=\frac{b^2cd^2+bc^2d^2+b^2d^2z+bcd^2z-bcdez-c^2dez-bdez^2-cdez^2}{cd^2+bde-e^2z+d^2z}\ldots$$

Tenemos también que:

$$GP=b-\frac{-bcd^2bcde-bd^2z-ce^2z^{62\,\mathrm{bis}}}{cd^2+bde-e^2z+d^2z};$$

o bien

$$GP=\frac{b^2de+bcde-be^2z-ce^2z}{cd^2+bde-e^2z+d^2z};$$

y $CF=c+z$. De modo que

$$GP\cdot CF=\frac{b^2cde+bc^2de+b^2dez+bcdez-bce^2z-c^2e^2z-be^2z^2-ce^2z^2}{cd^2+bde-e^2z+d^2z}.$$

Puesto que el primero de estos productos ($FP\cdot CG$) dividido por d es igual al segundo $GP\cdot CF$ dividido por e, se sigue que:

$$PQ:PN-FP:CG:GP\cdot CF=d:e,$$

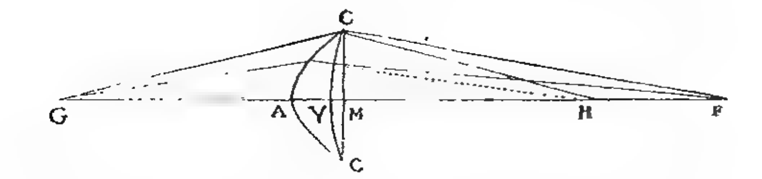
que era lo que se debía demostrar.

Tal demostración es extensiva a cuanto se ha dicho de las otras refracciones o reflexiones que se daban en
A-T, VI, 434 los óvalos propuestos sin otra modificación que las convenientes alteraciones de los signos «+» y «−». Por ello cada uno puede examinarlos por sí mismo sin que sea necesario que me detenga en ello.

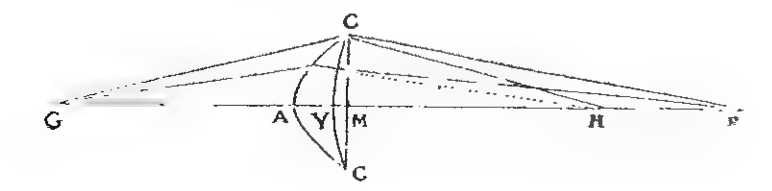
Pero sí que es necesario en este lugar que considere una cuestión silenciada en *La Dióptrica* cuando después de haber notado que pueden darse vidrios de diversas figuras que, tanto unos como otros, diesen lugar a que los rayos procedentes de un mismo punto del objeto se reúnan en otros puntos después de haberlos atravesado; que, entre éstos, los que son convexos por uno de los lados y cóncavos por el otro tienen un mayor poder para quemar que aquéllos cuya convexidad es la misma por ambas caras o lados; por el contrario, estos últimos son los más adecuados para la construcción de las lentes. Por ello he creído suficiente explicar aquellos que he estimado eran los más adecuados en razón de la práctica, puesto que supongo la dificultad que los artesanos deberán encontrar en la talla de los mismos. Considerando todo esto y con el fin de que no omitamos punto alguno que pueda estimarse necesario en relación con la teoría de esta ciencia, debo aún explicar la figura de vidrios que teniendo una de sus superficies tan convexa o cóncava como se desee, no por ello dejan de dar lugar a que todos los rayos que se dirigen hacia ellos procedentes de un mismo punto o bien paralelos se reúnan posteriormente en un mismo punto; así mismo, expondré la explicación relacionada con aquellos que dan lugar a un fenómeno semejante siendo convexos por ambos lados o bien guardando proporción la convexidad de uno de sus lados con la del otro.

Cómo se puede construir una lente, tan cóncava o convexa en una de sus caras como se deseee y que sea capaz de reunir en un punto dado los rayos procedentes de un punto dado

En primer lugar sean G, Y, C y F puntos dados tales que los rayos procedentes de G o paralelos a GA
A-T, VI, 435 converjan en F después de haber atravesado una lente cóncava que sea tal que Y sea el centro de su superficie interior y su extremidad se encuentre en el punto C de modo que tanto la cuerda CMC como la altura YM del arco CYC sean dadas. Previamente debemos determinar



cuál de los dos óvalos explicados debe tener la figura de la superficie YC para que todos los rayos que al atravesarlo tienden hacia un punto como H, que aún no es conocido, sin embargo, finalicen reuniéndose en otro, hacia F, después de haberlo atravesado. Debe ser así, pues no se produce cambio alguno de dirección de los rayos por medio de la reflexión o refracción que no sea efectuado por uno de estos óvalos; fácilmente, pues, se ve que éste puede ser producido por la parte del tercer óvalo, que conocemos como $3A3$ o por la del mismo óvalo conocido como $3Y3$ o, finalmente, por la parte del segundo óvalo llamado $2X2$. Puesto que todos ellos son sometibles a un mismo cálculo, debemos tanto para uno como para otro tomar Y como su vertex, C como un punto de su curva y F como uno de sus focos; por tanto, sólo deberemos hallar H que debe ser otro de los focos. Puede ser hallado al considerar que la diferencia que existe entre las líneas FY y FC debe ser a la que existe entre las líneas HY y HC como d es a e, es decir, como la mayor de las líneas que mide las refracciones del vidrio propuesto es a la menor, tal como claramente puede verse a partir de la descripción de estos óvalos. Pero puesto que las líneas FY y FC son dadas, también lo es su diferencia y, en consecuencia, la que existe entre HY y HC, puesto que es conocida la proporción que A-T, VI, 436
existe entre estas dos diferencias. Así mismo, puesto que YM es dada, también lo es la diferencia que existe entre



MH y HC; finalmente, puesto que CM es dada, solamente deberemos calcular MH, el lado del triángulo CMH, cuyo otro lado CM es conocido al igual que lo es

la diferencia existente entre las bases, CH, y el lado pedido, MH, que será fácilmente calculable a partir de estos datos del modo siguiente: sea $k = CH - MH$ y $n = CM$; en consecuencia,

$$\frac{n^2}{2k} - \frac{1}{2}k = MH,$$

determinándose de este modo el punto H. Así calculado, si HY es mayor que HF, la curva CY debe ser la primera parte de un óvalo de la tercera clase, anteriormente llamada $3A3$. Pero supongamos que HY es menor que FY, entonces pueden darse dos posibilidades; en la primera, HY excede a HF de modo tal que la razón de la misma respecto de la línea FY es mayor que la razón de e, la menor de las dos líneas que miden las refracciones, respecto de la línea d, la mayor de ellas; esto es, si $HF = c$, $HY = c + h$, entonces dh es mayor que $2ce + eh$.
A-T, VI, 437 En este caso CY debe ser la segunda parte de $3Y3$ del mismo óvalo perteneciente a la tercera clase y al que anteriormente nos hemos referido. En la segunda posibilidad dh es igual o menor que $2ce + eh$; CY será la segunda parte, $2X2$, del óvalo de la segunda clase. Finalmente, si los puntos H y F coinciden, lo cual se da cuando FY y FC son iguales, entonces la línea YC es un círculo.

Finalmente, es preciso determinar CAC, la otra superficie. Si suponemos que los rayos que inciden son paralelos, será una elipse que tiene H como uno de sus focos, siendo fácilmente determinable su forma. Pero si suponemos que estos rayos proceden del punto G, la lente debe tener la forma correspondiente a la primera parte de un óvalo de la primera clase, debiendo ser los focos los puntos G y H, y pasando por el punto C; a partir de aquí se concluye que el punto A es su vertex, puesto que GC debe ser mayor que GA en una cantidad tal que sea a la que HA sobrepasa a HC como d lo es a e. Es tal, pues, si k representa la diferencia entre CH y HM, y x representa AM, entonces $x - k$ representará la diferencia entre AH y CH; si g representa la diferencia entre GC y GM, que son dadas, $g + x$ representará la diferencia entre CG y GA; puesto que $g + x : x - k = d : e$, tenemos que $ge + ex = dx - dk$, o que

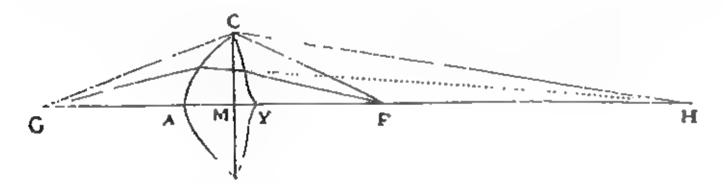
$$AM - x = \frac{ge + dk}{d - e},$$

siendo posible determinar el punto A.

Cómo se puede elaborar una lente que produzca el mismo efecto que la precedente guardando la convexidad de una de sus caras una proporción dada con la de la otra

En relación con el otro caso, supongamos que solamente son dados los puntos G, C y F, junto con la razón de AM respecto de YM, siendo preciso hallar la figura de la lente ACY, que dará lugar a que todos los rayos procedentes del punto G se reúnan en el punto F. A-T, VI, 438

En este caso podemos utilizar dos óvalos, AC y CY, cuyos focos sean G y H, o F y H, respectivamente. Para determinarlos supongamos en primer lugar que H, foco común a ambos sea conocido; determino AM por los tres puntos G, C y H del modo anteriormente explicado:



Si k representa la diferencia entre CH y HM, y g la diferencia entre GC y GM, siendo a su vez AC la primera parte del óvalo de la primera clase, entonces tendremos que:

$$AM = \frac{ge + dk}{d - e}.$$

Seguidamente debe hallarse MY por medio de los tres puntos F, C y H. Si CY es la primera parte de un óvalo de tercera clase y tomamos y por MY, así como f por la diferencia entre CF y FM, tendremos que la diferencia entre CF y FY es igual a $f+y$; así mismo, si la diferencia entre CH y HM es igual a k, tenemos que la diferencia entre CH y HY es igual a $k+y$. De donde se deduce que $k+y:f+y=e:d$, y, por tanto, que el óvalo es de la tercera clase y que

$$y = MY = \frac{fe - dk}{d - e}.$$

Por esto,

$$AM + MY = AY = \frac{ge + fe}{d - e}.$$

de donde se sigue que en cualquier lado que sea situado

A-T, VI, 439 el punto H, la razón de la línea AY al exceso de $GC + CF$ sobre GF es siempre igual a la razón de e respecto de $d-e$, la diferencia que existe entre estas dos líneas, lo cual es un interesante teorema. Hallada la línea AY será preciso dividirla según la proporción que sus partes deben guardar, AM y MY; puesto que el punto M es conocido, los puntos A e Y así como, a continuación, el punto H serán hallados en virtud del problema precedente. Pero previamente es preciso considerar si la línea AM, hallada de este modo, es mayor que $\frac{ge}{d-e}$, o bien si es igual o menor. Pues si es mayor, se deduce de ello que la curva AC debe ser la primera parte de un óvalo de la primera clase, y CY la primera de un óvalo de la tercera, tal como se han considerado; pero si es menor, CY debe ser la primera parte de uno de la primera clase y AC la primera de uno de la tercera. Finalmente, si AM es igual a $\frac{ge}{d-e}$, las curvas AC y CY deben ser hipérbolas.

Estos problemas podrían hacerse extensivos a una infinidad de casos que no deseo explicar, puesto que carecen de uso en Dióptrica.

Aún se podría avanzar y mostrar cómo en el caso de que una superficie de una lente fuera dada y no fuera totalmente plana o compuesta de secciones cónicas o
A-T, VI, 440 círculos, cómo debería trazarse la otra superficie con el fin de que todos los rayos procedentes de un punto dado incidiesen en otro que también fuera dado. Lo más difícil acabo de explicarlo; abierto el camino todo resultará más fácil. Prefiero, sin embargo, que tal tarea sea cumplida por otros con el fin de que si aún encuentran dificultades, esto les suscite estima por cuanto se ha demostrado.

Sobre la aplicación de lo expuesto sobre las líneas curvas trazadas sobre una superficie plana, a las que se describen en un espacio con tres dimensiones

En toda esta exposición no me he referido sino a las líneas curvas que pueden ser descritas sobre una superficie plana, pero fácilmente podría ser relacionada con cuantas pudiéramos imaginar y que han sido formadas por el movimiento regular de los puntos de algún cuerpo en un espacio con tres dimensiones. Podría realizarse trazando dos perpendiculares desde cada uno

de los puntos de la línea curva que se desea considerar sobre dos planos que se corten formando ángulos rectos. Afirmo tal, pues, los extremos de estas perpendiculares describen otras dos líneas curvas, una sobre cada uno de estos planos a partir de los cuales y según la forma explicada podríamos determinar todos los puntos y relacionarlos con los de la línea recta que es común a estos dos planos; por este medio los de la curva que tienen tres dimensiones son enteramente determinados. Igualmente, si se desea trazar una línea recta que corte esta curva en el punto dado formando ángulos rectos, solamente es preciso trazar otras dos líneas rectas en los dos planos, una sobre cada uno, de modo que formen ángulos rectos las dos líneas curvas en los dos puntos en que caen las dos perpendiculares trazadas desde el punto dado. Pues, habiendo trazado otros dos planos, uno sobre cada una de las rectas dadas, cortando en ángulo recto el plano en que está, tendremos la intersección de estos dos planos como la recta buscada. De este modo espero no haber omitido A-T, VI, 441
elemento alguno decisivo para alcanzar el conocimiento de las líneas curvas.

LIBRO TERCERO

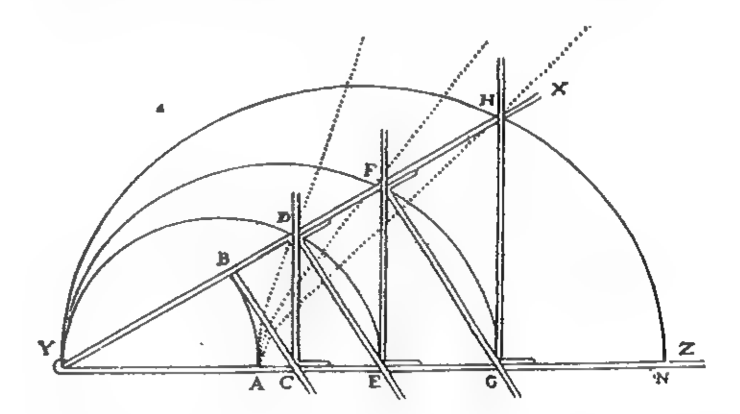
SOBRE LA CONSTRUCCIÓN DE PROBLEMAS SÓLIDOS Y SUPERSÓLIDOS[63] A-T, VI, 442

Sobre las líneas curvas de las que podemos servirnos en la construcción de cada problema

Aunque todas las líneas curvas que pueden ser descritas en virtud de algún movimiento regular deben considerarse como objeto de estudio en la Geometría, esto no quiere decir que deba utilizarse indiferentemente cualquiera de ellas para la construcción de cada uno de los problemas; por el contrario debe seleccionarse siempre la más simple, siempre y cuando haga posible la solución del problema. De igual modo debe notarse que por las más simples no sólo deben entenderse aquellas que más fácilmente pueden ser descritas, ni aquellas que permiten una construcción o demostración con más facilidad del problema, sino que debemos entender aquellas que son de la clase más simple que puede utilizarse para determinar la cantidad exigida.

Ejemplo relacionado con la determinación de diversas medias proporcionales

Así, por ejemplo, no creo que exista modo más fácil para hallar cuantas medias proporcionales se deseen y
A-T, VI, 443 cuya demostración sea más evidente, que el empleo de las líneas curvas que se describen mediante la utilización del instrumento XYZ, anteriormente descrito. Pues si se desea hallar dos medias proporcionales entre YA e YE no es preciso sino describir un círculo cuyo diámetro sea YE; puesto que este círculo corta la curva AD en el punto D, YD será una de las medias proporcionales



buscadas. La demostración aparece como evidente tan pronto como este instrumento es aplicado sobre la línea YD, pues como $YA = YB$ es a YC, así YC es a YD, e YD es a YE.

De igual modo para hallar cuatro medias proporcionales entre YA e YG, o para hallar seis entre YA e YN, no será preciso sino trazar el círculo YFG que, cortando en el punto F a AF, determina la línea recta YF que es una de las cuatro; igualmente si se traza YHN de modo que el punto H corta a AH, se determina YH, una de las seis y así para otros casos.

Pero puesto que la curva AD es de la segunda clase, es posible hallar dos medias proporcionales mediante A T, VI, 444
las secciones cónicas, que pertenecen a la primera clase; puesto que también pueden hallarse cuatro o seis medias proporcionales mediante líneas curvas de clase más simple de lo que son AF y AH, sería un error en Geometría utilizarlas en este caso. Por otra parte sería igualmente un error el trabajar inútilmente para construir un problema por medio de una clase de líneas más simples de lo que permite su naturaleza.

Sobre la naturaleza de las ecuaciones

Así pues, con el fin de facilitar algunas reglas que permitan evitar tanto el primero como el segundo de estos errores, es preciso realizar algunas observaciones generales sobre la naturaleza de las ecuaciones. Una ecuación está integrada por varios términos, alguno de ellos conocido y alguno de ellos desconocido, siendo unos iguales a los otros o, más bien, considerados todos conjuntamente son iguales a cero; digo tal, pues lo más conveniente será considerarlos de este modo.

Sobre el número de raíces en cada ecuación

Cada ecuación, pues, puede tener tantas raíces (valores de la cantidad desconocida), cuantas dimensiones tiene la cantidad desconocida: así, por ejemplo, supongamos que x es igual a $2(x=2)$, o bien que $x-2$ es igual a *cero* $(x-2=0)$ y, a su vez, que x es igual a $3(x=3)$ o que $x-3$ es igual a *cero* $(x-3=0)$; multiplicando estas dos ecuaciones, $x-2=0$ y $x-3=0$, tenemos $x^2-5x+6=0$, o bien que $x^2=5x-6$. Es ésta una ecuación en la que x tiene el valor 2 y, a la vez, el valor 3. Si $x-4=0$ y multiplicamos por $x^2-5x+6=0$, tenemos otra ecuación: A-T, VI, 445
$x^3-9x^2+26x-24=0$; en esta ecuación x, teniendo tres dimensiones, tiene también tres valores, que son 2, 3 y 4.

Sobre las raíces falsas

Pero frecuentemente se da el caso de que alguna de estas raíces es falsa[64] o menor que cero. Así, si suponemos que x representa la carencia de una cantidad $(x-5)$ que fuese 5, tenemos que $x+5=0$; cuando se multiplica por $x^3-9x^2+26x-24=0$, resulta:

$$x^4 \quad 4x^3-19x^2+106x-120=0.$$

Estamos ante una ecuación que tiene cuatro raíces, a saber, tres que son verdaderas 2, 3 y 4, y una que es falsa, 5.

Sobre la reducción del número de dimensiones de una ecuación cuando se conoce alguna de sus raíces

Es evidente a partir de lo expuesto que la ecuación que tiene varias raíces es siempre divisible por un binomio formado por la cantidad desconocida menos el valor de una de las raíces verdaderas, o más el valor de una de las raíces falsas. De este modo pueden ser reducidas las dimensiones (el grado) de una ecuación.

Cómo puede examinarse si una cantidad dada es el valor de una raíz

De modo recíproco si la ecuación no puede ser dividida por un binomio compuesto de la cantidad desconocida más («+») o menos («−») alguna otra cantidad, esto muestra que esta última cantidad no es valor de alguna de sus raíces. Así, esta última ecuación,
A-T, VI, 446 $x^4-4x^3-19x^2+106x-120=0$; puede ser dividida por $x-2$, $x-3$, $x-4$, $x+5$, pero no por x más («+») o menos («−») alguna otra cantidad, lo cual muestra que solamente tiene cuatro raíces, 2, 3, 4, 5.

Cuántas raíces verdaderas pueden darse en cada ecuación

Igualmente podemos determinar el número de raíces verdaderas y falsas que pueda tener alguna ecuación del modo siguiente: pueden darse tantas verdaderas como cambios de signos de «+» (más) a «−» (menos) y de «−» (menos) a «+» (más); igualmente, pueden darse tantas falsas como veces se encuentren dos signos «+», o dos signos «−» que se encuentren en sucesión. Así, en la última ecuación, puesto que $+x^4$ es seguido de $-4x^3$,

existiendo un cambio de signo de « + » a «   », y puesto que $-19x^2$ es seguido de $+106x$, y $+106x$ de -120, se deduce que hay tres raíces verdaderas y una falsa puesto que $-4x^3$ es seguido de $-19x^2$.

Cómo en una ecuación pueden convertirse las raíces falsas en verdaderas y a la inversa

Así mismo, es fácil lograr en una misma ecuación que todas las raíces falsas pasen a ser verdaderas y, por el mismo medio, que todas las verdaderas pasen a ser falsas. Esto se logra modificando los signos del segundo, cuarto, sexto y de todos los términos pares sin modificar los del primero, tercero, quinto y términos que ocupen un puesto impar. Así si en vez de

$$+x^4-4x^3-19x^2+106x-120=0,$$

ponemos

$$+x^4+4x^3-19x^2-106-120=0,$$

obtendremos una ecuación en la que no hay sino una raíz verdadera, que es 5, y tres falsas, que son 2, 3 y 4. A-T, VI, 447

Cómo pueden aumentarse o disminuirse las raíces de una ecuación sin conocerlas

Pero si los valores de las raíces de una ecuación son desconocidos y deseamos aumentar o disminuir cada una de las raíces en una cantidad conocida, solamente es necesario que en el lugar del término desconocido se suponga otro que sea mayor o menor que esta misma cantidad, sustituyéndolo en toda la ecuación. Así, si deseamos aumentar en 3 la raíz de esta ecuación,

$$x^4+4x^3-19x^2-106x-120=0,$$

debemos introducir y en lugar de x, y suponer que y es mayor que x en 3, de modo que $y-3=x$; así mismo, en vez de x^2 debemos introducir el cuadrado de $y-3$, que es y^2-6y+9; en vez de x^3, debe introducirse $y^3-9y^2+27y-27$; y en lugar de x^4, debemos introducir $y^4-12y^3+54y^2-108y+81$. De este modo, sustituyendo todos estos valores en la anterior ecuación, tenemos:

$$\begin{array}{r}
y^4-12y^3+54y^2\quad 108y+\ \ 81\\
+\ \ 4y^3-36y^2+108y-108\\
-19y^2+114y-171\\
-106y+318\\
-120\\
\hline
y^4-\ \ 8y^3-\quad y^2+\quad 8y\qquad\quad =0
\end{array}$$

o

$$y^3-8y^2-y+8=0,$$

cuya verdadera raíz no es ahora 5 sino 8, puesto que ha sufrido un incremento de 3.

A-T, VI, 448 Por el contrario, si lo que deseamos es disminuir en 3 la raíz de esta misma ecuación, será preciso que $y+3=x$, y que $y^2+6y+9=x^2$, y así para otros casos. De modo que en lugar de:

$$x^4+4x^3-19x^2-106x-120=0,$$

tendremos:

$$\begin{array}{r}
y^4+12y^3+54y^2+108y+\ \ 81\\
+\ \ 4y^3+36y^2+108y+108\\
-19y^2-114y-171\\
-106y-318\\
-120\\
\hline
y^4+16y^3+71y^2-\quad 4y-420=0
\end{array}$$

Aumentando las raíces verdaderas disminuyen las falsas, y a la inversa

Debe tenerse en cuenta que al incrementar las raíces verdaderas de una ecuación, las falsas disminuyen en la misma cantidad y, por el contrario, si se disminuyen las verdaderas, aumentan las falsas; pero, sean unas u otras, si disminuyen en una cantidad igual a ellas, entonces la raíz será cero y si disminuimos en una cantidad mayor que la raíz, entonces la raíz verdadera pasa a ser falsa o la falsa pasa a ser verdadera. Así, en nuestro caso, incrementando en 3 la raíz verdadera, 5, disminuyen en 3 cada una de las falsas de modo que la que era 4 no será sino 1, la que era 3 será 0, y la raíz 2 es ahora una raíz verdadera, pues $-2+3=+1$. Por ello en esta ecuación:

$$y^3-8y^2-y+8=0,$$

solamente hay tres raíces, de las cuales solamente dos son verdaderas, 1 y 8, y una falsa, que también es 1. A-T, VI, 449
Pero en esta otra ecuación:

$$y^4+16y^3+71y^2-4y-420=0,$$

solamente tenemos una raíz verdadera, 2, puesto que $+5-3=+2$, y tres raíces falsas, 5, 6 y 7.

Cómo se puede sacar el segundo término de una ecuación

Este procedimiento para transformar las raíces de una ecuación sin determinar sus valores permite realizar dos observaciones cuya utilidad posteriormente comprobaremos. En primer lugar, siempre podemos suprimir el segundo término de la ecuación que examinamos restando sus raíces verdaderas de la cantidad conocida de este segundo término, dividida por el número de dimensiones del primero si uno de estos términos es positivo y el otro negativo (si tienen signos opuestos); si tienen signos iguales, incrementando las raíces con la misma cantidad. Así para suprimir el segundo término de la ecuación:

$$y^4+16y^3+71y^2-4y-420=0,$$

dividido 16 por 4 (el exponente de y en y^4), siendo el cociente 4. Seguidamente establezco $z-4=y$. Entonces

$$\begin{array}{rrrrr}
z^4-16z^3+ & 96z^2 & -256z+ & 256 & \\
+16z^3 & -192z^2 & +768z & -1.024 & \\
+ & 71z^2 & -568z & +1.136 & \\
 & & 4z+ & 16 & \\
 & & - & 420 & \\
\hline
z^4 & -\ 25z^2 & -\ 60z & -\ 36 & =0
\end{array}$$

La verdadera raíz de esta ecuación que era 2, ha pasado a ser 6, puesto que ha sido incrementada en 4; las falsas que eran 5, 6 y 7 son en el caso presente 1, 2 y 3, pues cada una de ellas ha sido reducida en 4. A-T. VI, 450

De modo similar, si deseamos suprimir el segundo término de:

$$x^4-2ax^3+(2a^2-c^2)x^2-2a^3x+a^4=0.$$

puesto que $2a$ dividido por $4=\frac{1}{2}a$, debemos introducir $z+\frac{1}{2}a=x$ y tenemos que:

$$\begin{array}{r}
z^4+2az^3+\frac{3}{2}a^2z^2+\frac{1}{2}a^3z+\frac{1}{16}a^4\\
-2az^3-3a^2z^2-\frac{3}{2}a^3z-\frac{1}{4}a^4\\
+2a^2z^2+2a^3z+\frac{1}{2}a^4\\
-\ c^2z^2-ac^2z-\frac{1}{4}a^2c^2\\
-2a^3z-a^4\\
+a^4\\
\hline
z^4+\left(\frac{1}{2}a^2-c^2\right)z^2-(a^3+ac^2)z+\frac{5}{16}a^4-\frac{1}{4}a^2c^2=0.
\end{array}$$

Y si posteriormente hallamos el valor de z, sumándole $\frac{1}{2}a$, obtendremos el valor de x.

Sobre el procedimiento para lograr que las raíces falsas pasen a ser verdaderas, sin que suceda lo inverso

En segundo lugar será igualmente de utilidad para el desarrollo de este tratado el considerar que siempre que incrementemos las raíces verdaderas en una cantidad mayor de lo que es cualquiera de las raíces falsas, todas ellas pasarán a ser verdaderas, de modo que no se registrarán dos signos, «+» o «−», consecutivamente; además de esto, que la cantidad conocida del tercer término sea mayor que el cuadrado de la mitad del segundo. Pues, aunque esto pueda realizarse cuando las
A-T. VI, 451 raíces falsas son desconocidas es fácil estimar aproximadamente sus valores y adoptar una cantidad que sea tal como se requiere o mayor aún para lograr tal efecto. Así, si tenemos:

$$x^6+nx^5-6n^2x^4+36n^3x^3-216n^4x^2+$$
$$+1.296n^5x-7.776n^6=0,$$

estableciendo $y - 6n = x$, tendremos:

$$\begin{array}{r}
y^6 - 36ny^5 + 540n^2y^4 - 4.320n^3y^3 + 19.440n^4y^2 - 46.656n^5y + 46.656n^6 \\
+ \quad ny^5 - \; 30n^2y^4 + \; 360n^3y^3 - \; 2.160n^4y^2 + \; 6.480n^5y - \; 7.776n^6 \\
- \; 6n^2y^4 + \; 144n^3y^3 - \; 1.296n^4y^2 + \; 5.184n^5y - \; 7.776n^6 \\
+ \; 36n^3y^3 - \; 648n^4y^2 + \; 3.888n^5y - \; 7.776n^6 \\
- \; 216n^4y^2 + \; 2.592n^5y - \; 7.776n^6 \\
+ \; 1.296n^5y - \; 7.776n^6 \\
- \; 7.776n^6 \\
\hline
y^6 + 35ny^5 + 504n^2y^4 - 3.780n^3y^3 + 15.120n^4y^2 - 27.216n^5y \qquad = 0.
\end{array}$$

Es claro en este caso que $504n^2$, la cantidad conocida del tercer término, es mayor que $\left(\frac{35}{2}n\right)^2$, el cuadrado de la mitad de la del segundo; no hay caso en el que la cantidad, en que se incrementen las verdaderas raíces, deba ser necesariamente mayor, en proporción a las que son dadas, de lo que ha sido para éste.

Procedimiento para completar los diversos lugares de una ecuación

Pero si no se desea que el último término sea nulo (cero), como en este caso, debe ser necesariamente incrementado el valor de las raíces aunque sólo sea en una pequeña cantidad, no debiendo ser tan reducida que no sea suficiente a tal efecto; no más que si se desea aumentar el número de dimensiones (el grado) de una ecuación y también asegurar que todos los lugares de sus términos estén completos, como si en vez de

$$x^5 - b = 0$$

deseamos una ecuación de sexto grado y en la que ninguno de sus términos fuere nulo; en este caso, debemos primeramente para

$x^5 - b = 0$, escribir A-T. VI. 452

$$x^6 - bx = 0;$$

en segundo lugar, habiendo establecido $y - a = x$, tendremos:

$$y^6 - 6ay^5 + 15a^2y^4 - 20a^3y^3 +$$
$$+ 15a^4y^2 - (6a^5 + b)y + a^6 + ab = 0.$$

Es evidente que por muy pequeña que se haya supuesto la cantidad a, cada término de esta ecuación ha sido completado.

Sobre la multiplicación o división de raíces desconocidas

Así mismo, sin conocer el valor de las raíces de una ecuación podemos multiplicarlas o dividirlas por cualquier cantidad conocida que deseemos. Esto se hace suponiendo que la cantidad desconocida, siendo multiplicada o dividida por la cantidad que debe multiplicar o dividir las raíces, es igual a otra cantidad; seguidamente, multiplicando o dividiendo la cantidad conocida del segundo término por la cantidad dada, y la cantidad conocida del tercer término por el cuadrado de la cantidad dada, y la del cuarto por el cubo, y así sucesivamente hasta el último.

Sobre la reducción de los quebrados en una ecuación

Esto puede ser útil para reducir a números enteros y racionales tanto las fracciones como frecuentemente los números irracionales que se encuentran en los términos de las ecuaciones. Así, si tenemos

$$x^3 - \sqrt{3}x^2 + \frac{26}{27}x - \frac{8}{27\sqrt{3}} = 0,$$

y deseamos establecer otra en la que todos sus términos
A-T. VI. 453 sean expresados mediante números racionales, es preciso suponer:

$$y = x\sqrt{3},$$

y multiplicar por $\sqrt{3}$ la cantidad conocida del segundo término, que es también $\sqrt{3}$; y por su cuadrado, que es 3, la del tercer término, que es $\frac{26}{27}$; por su cubo, que es $3\sqrt{3}$, la del último, que es $\frac{8}{27\sqrt{3}}$.

Obtendremos como ecuación resultante:

$$y^3 - 3y^2 + \frac{26}{9}x - \frac{8}{9} = 0.$$

Posteriormente si se desea reemplazar esta ecuación por otra cuyas cantidades conocidas sean solamente expresadas en números enteros, debemos suponer que $z = 3y$, y multiplicando 3 por 3, $\frac{26}{9}$ por 9, y $\frac{8}{9}$ por

27, hallamos que $z^3 - 9z^2 + 26z - 24 = 0$. Las raíces son 2, 3 y 4. A partir de esto deducimos que las raíces de la ecuación precedente eran $\frac{2}{3}$, 1 y $\frac{4}{3}$, siendo las de la primera

$$\frac{2}{9}\sqrt{3},\ \frac{1}{3}\sqrt{3}\ \text{y}\ \frac{4}{9}\sqrt{3}.$$

Procedimiento para establecer una igualdad entre la cantidad conocida de uno de los términos de la ecuación y otra cantidad dada

Esta operación también puede utilizarse para hacer que la cantidad conocida de algún término de la ecuación sea igual a alguna otra dada. Así, si teniendo la ecuación:

$$x^3 - b^2x + c^3 = 0,$$

deseamos establecer otra ecuación en la que la cantidad conocida del término que ocupa el tercer lugar, esto es b^2, sea $3a^2$, es preciso suponer que:

$$y = x\sqrt{\frac{3a^2}{b^2}}$$

y tenemos

$$y^3 - 3a^2y + \frac{3a^3c^3}{b^3}\sqrt{3} = 0.$$

Las raíces, verdaderas o falsas, pueden ser reales o imaginarias

Nótese, finalmente, que tanto las raíces verdaderas como las falsas no siempre son reales; es decir, podemos imaginar cuanto he dicho en cada ecuación, pero algunas veces no hay cantidad alguna que corresponda a las raíces imaginadas. Así, aunque pudiésemos imaginar tres raíces en esta ecuación: A-T, VI, 454

$$x^3 - 6x^2 + 13x - 10 = 0,$$

no hay sino una real, 2; en relación con las otras dos, aunque se las incremente, disminuya o multiplique de

acuerdo con las reglas cuya exposición he realizado, siempre serán imaginarias.

La reducción de ecuaciones cúbicas cuando el problema es plano

Cuando la construcción de algún problema implica la solución de una ecuación en la que la cantidad desconocida tiene tres dimensiones, deben adoptarse los siguientes pasos: en primer lugar si la ecuación incluye algunas fracciones, debemos reducir a números enteros, siguiendo el procedimiento indicado; si contiene algún número irracional, en cuanto sea posible mediante multiplicación o por otros fáciles procedimientos, debemos reducirlos a racionales; en segundo lugar examinando por orden todas las cantidades que pueden dividir el último término sin dar lugar a fracción, es preciso comprobar si alguna de ellas es divisible por un binomio integrado por la cantidad desconocida más o menos alguna de ellas[65]. Si tal es el caso, entonces el problema es plano, esto es, puede ser construido por medio de la regla y el compás; pues, o bien la cantidad conocida de este binomio es la raíz exigida, o bien dividida la ecuación por el binomio, el cociente es de segundo grado (se reduce a dos dimensiones), de modo que podamos a partir de este cociente hallar la raíz, como se explicó en el primer libro de este tratado.

Por ejemplo, si tenemos:

$$y^6 - 8y^4 - 124y^2 - 64 = 0,$$

A-T, VI, 455 el último término, que es 64, es divisible por 1, 2, 4, 8, 16, 32 y 64; por tanto, debemos comprobar si la ecuación es divisible por y^2-1, y^2+1, y^2-2, y^2+2, y^2-4 y así sucesivamente. Hallaremos que es divisible por y^2-16 del modo siguiente:

$$\begin{array}{r} +\ y^6 - 8y^4 - 124y^2 - 64 = 0 \\ -\ y^6 - 8y^4 - \quad 4y^2 - 16 \\ \hline -16y^4 - 128y^2 \\ \hline -16 \quad - \quad 16 \\ \hline +y^4 + 8y^2 + 4 = 0 \end{array}$$

Modo de dividir una ecuación por un binomio que contiene su raíz

Comienzo por el último término, divido -64 por -16, que da $+4$, que anoto en el cociente; seguidamente se multiplica $+4$ por y^2, cuyo resultado es $+4y^2$ y consigno en el dividendo $-4y^2$, pues debemos introducir el signo «+» o «−» de modo opuesto al del resultado de la multiplicación. Sumando $-124y^2$ con $-4y^2$, obtenemos $-128y^2$. Dividiendo esto por -16, se obtiene $+8y^2$ en el cociente, y multiplicando por y^2 se obtiene $-8y^4$ que debe sumarse al término que corresponde, $-8y^4$, en el dividendo. El resultado es $-16y^4$ que dividido por -16 da como resultado y^4 para el cociente; por otra parte, $-y^6$ unido con $+y^6$, será cero el resultado, mostrándose que la división ha sido concluida. Si aún resta alguna cantidad o bien si alguno de los términos no fuese divisible sin obtenerse fracción, entonces estaría claro que no podría realizarse.

De modo semejante, si tenemos: A-T. VI. 456

$$y^6 \left.\begin{array}{l} +a^2 \\ -2c^2 \end{array}\right\} y^4 \left.\begin{array}{l} -a^4 \\ +c^4 \end{array}\right\} y^2 \left.\begin{array}{l} -a^6 \\ -2a^4c^2 \\ -a^2c^4 \end{array}\right\} = 0,$$

el último término es divisible sin fracción por a, a^2, a^2+c^2, a^3+ac^2 y semejantes. Pero solamente deben ser considerados dos, esto es, a^2 y a^2+c^2. Es tal, pues los otros darían un término en el cociente de mayor o menor grado que la cantidad conocida del penúltimo término, haciendo esto imposible la división. Nótese que estoy considerando y^6 como de tercer grado, puesto que no hay términos tales como y^5, ni y^3, ni y. Así, examinando el binomio $y^2-a^2-c^2=0$, hallamos que la división puede establecerse como sigue:

$$\begin{array}{l} +y^6 \left.\begin{array}{l} +a^2 \\ -2c^2 \end{array}\right\} y^4 \left.\begin{array}{l} -a^4 \\ +c^4 \end{array}\right\} y^2 \begin{array}{l} -a^6 \\ 2a^4c^2 \end{array} = 0 \\ -y^6 \\ 0 \left.\begin{array}{l} -2a^2 \\ +c^2 \end{array}\right\} y^4 \left.\begin{array}{l} -a^4 \\ -a^2c^2 \end{array}\right\} y^2 -a^2c^4 \\ \hline \qquad -a^2-c^2 \qquad a^2 \quad c^2 \qquad a^2-c^2 \\ \hline \qquad +y^4 \left.\begin{array}{l} +2a^2 \\ -c^2 \end{array}\right\} y^2 \left.\begin{array}{l} +a^4 \\ +a^2c^2 \end{array}\right\} = 0; \end{array}$$

Esto muestra que la raíz buscada es a^2+c^2, siendo fácil de establecer la prueba mediante una multiplicación.

Qué problemas son sólidos cuando la ecuación es cúbica

Pero cuando no se encuentra algún binomio que pueda dividir la ecuación propuesta, es cierto que el A-T. VI. 457 problema que de ella depende es sólido. En tal caso no es un error menor intentar su construcción utilizando solamente círculos y líneas rectas de lo que sería emplear secciones cónicas en la construcción de aquellos que no exigen sino círculos, ya que todo aquello que testimonia una cierta ignorancia suele ser llamado error.

Sobre la reducción de las ecuaciones con cuatro dimensiones cuando el problema es plano y sobre los que son sólidos

De igual modo, si tenemos una ecuación cuya cantidad desconocida tiene cuatro dimensiones, es preciso después de haber suprimido los números irracionales y fracciones, caso de haberlos, comprobar si es posible establecer algún binomio que divida la suma, estando integrado por una de las cantidades que dividiesen sin fracción el último término. Si se halla tal binomio, o bien la cantidad conocida de este binomio es la raíz buscada o al menos después de realizada tal división, la ecuación resultante solamente es de tres dimensiones, debe ser examinada de igual modo. Pero cuando tal binomio no se halla, es preciso, aumentando o disminuyendo el valor de la raíz, suprimir el segundo término del modo explicado; posteriormente, debe reducirse a otra que no tenga sino tres dimensiones. Esto se hace del modo siguiente: en vez de

$$x^4 \pm px^2 \pm qx \pm r = 0,$$

es preciso afirmar

$$y^6 + 2py^4 + (p^2 \pm 4r)y^2 \quad q^2 = 0.$$

En relación con los signos «+» o «−» (que he omitido[66]), si en la primera ecuación tenemos $+p$, es preciso que en la segunda introduzcamos $+2p$, o si en la primera se da $-p$, en la segunda debemos introducir

$-2p$; por el contrario, si tenemos $+r$, debe introducirse $-4r$, y $+4r$ si tenemos $-r$; pero si tenemos $+q$ o $-q$ A-T, VI, 458
siempre deberemos introducir $-q^2$ y $+p^2$ en la segunda, al menos si se supone que x^4 e y^6 tienen signo positivo $(+)$; en caso contrario debería ser $+q^2$ y $-p^2$.

Por ejemplo, si tenemos:

$$x^4-4x^2-8x+35=0,$$

debemos introducir en su lugar

$$y^6-8y^4-124y^2-64=0,$$

pues la cantidad llamada p siendo igual a -4, debemos reemplazar $2py^4$ por $-8y^4$; puesto que r es igual a 35, deberemos sustituir $(p^2-4r)y^2$ por $(16-140)y^2$ o $-124y^2$; y puesto que $q=8$, deberemos reemplazar $-q^2$ por -64.

De modo semejante, en vez de

$$x^4-17x^2-20x-6=0,$$

debemos afirmar

$$y^6-34y^4+313y^2-400=0,$$

pues 34 es el doble de 17, 313 es el cuadrado de 17 sumado al cuádruplo de 6, y 400 es el cuadrado de 20.

Del mismo modo, en vez de

$$+z^4+\left(\frac{1}{2}a^2-c^2\right)z^2-(a^3+ac^2)z-\frac{5}{16}a^4-\frac{1}{4}a^2c^2=0$$

debemos escribir

$$y^6+(a^2-2c^2)y^4+(c^4-a^4)y^2-a^6-2a^4c^2-a^2c^4=0;$$

pues,

$$p=\frac{1}{2}a^2-c^2,\ p^2=\frac{1}{4}a^4-a^2c^2+c^4,\ 4r=-\frac{5}{4}a^4+a^2c^2.$$

Finalmente, tenemos:

$$-q^2=-a^6-2a^4c^4-a^2c^4.$$

Cuando ya hemos reducido la ecuación a tres dimensiones, es preciso calcular el valor de y^2, utilizando el A-T, VI, 459
método que ya hemos explicado[66 bis]; si no pudiera ser hallado, no existe necesidad alguna de proseguir, pues de ello se deduce necesariamente que el problema es sólido. Pero si es hallado el valor de y^2, ello hará posible que podamos dividir la ecuación precedente en otras dos, no teniendo la cantidad desconocida en cada

una de ellas, sino dos dimensiones, y siendo sus raíces las mismas que las de la ecuación original. Así en vez de

$$\pm x^4 \pm px^2 + qx \pm r = 0,$$

deberemos establecer estas otras dos ecuaciones

$$+x^2-yx+\frac{1}{2}y^2\pm\frac{1}{2}p\pm\frac{q}{2y}=0$$

y

$$+x^2+yx+\frac{1}{2}y^2\pm\frac{1}{2}p\pm\frac{q}{2y}=0.$$

En relación con los signos $+$ y $-$ que he omitido[66], si tenemos $+p$ en la ecuación precedente, entonces debemos anotar $+\frac{1}{2}p$ en cada una de las otras dos ecuaciones; caso de que tengamos $-p$, entonces $-\frac{1}{2}p$. Pero será necesario anotar $+\frac{q}{2y}$ cuando tenemos $-yx$, y $-\frac{q}{2y}$ cuando tenemos $+yx$, siempre que q vaya precedida de signo positivo. Pero, por el contrario, si tuviéramos $-q$ deberíamos poner $-\frac{q}{2y}$ en la que se diera $-yx$; debería anotarse $+\frac{q}{2y}$ si encontramos $+yx$. De este modo es fácil conocer todas las raíces de la ecuación propuesta y, en consecuencia, construir el problema cuya solución expresa, no siendo necesario utilizar sino círculos y líneas rectas.

Por ejemplo, tomando

$$+y^6-34y^4+313y^2-400=0$$

en vez de

$$+x^4-17x^2-20x-6=0,$$

A-T, VI, 460 hallamos que $y^2=16$; entonces, en el lugar de la ecuación

$$+x^4-17x^2-20x-6=0,$$

deberemos anotar

$$+x^2-4x-3=0$$

y

$$+x^2+4x+2=0;$$

pues $y=4$, $\frac{1}{2}y^2=8$, $p=17$ y $q=20$, tenemos que

$$+\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}p-\frac{q}{2y}=-3$$

y

$$+\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}p+\frac{q}{2y}=+2.$$

Obteniendo las raíces de estas ecuaciones, llegaremos al mismo resultado que en el caso de que se obtuvieran en la que contiene x^4; es decir, tendríamos una verdadera $\sqrt{7}+2$, y tres falsas: $2+\sqrt{2}$, $\sqrt{7}-2$ y $2-\sqrt{2}$. Así, teniendo

$$x^4-4x^2-8x+35=0,$$

puesto que la raíz de

$$y^6-8y^4-124y^2-64=0$$

es 16, debemos anotar

$$x^2-4x+5=0$$

y

$$x^2+4x+7=0.$$

En este caso tenemos que

$$+\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}p-\frac{q}{2y}=5$$

y

$$+\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}p+\frac{q}{2y}=7.$$

Como no se encuentra ninguna raíz, verdadera o falsa, A-T. VI, 461
en estas dos últimas, deducimos que las cuatro raíces de la ecuación original son imaginarias; asimismo que el problema al cual corresponde es plano, pero que no podrá ser construido puesto que las cantidades dadas no pueden ser unidas.

De igual modo, si tenemos

$$z^4+\left(\frac{1}{2}a^2-c^2\right)z^2-(a^3+ac^2)z+\frac{5}{16}a^4-\frac{1}{4}a^2c^2=0,$$

puesto que $y^2=a^2+c^2$, tendremos que

$$z^2-\sqrt{a^2+c^2}\,z+\frac{3}{4}a^2-\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2}=0,$$

y

$$z^2+\sqrt{a^2+c^2}\,z+\frac{3}{4}a^2+\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2}=0;$$

puesto que

$$y=\sqrt{a^2+c^2},$$

y que

$$+\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{2}p=\frac{3}{4}a^2;$$

y, finalmente, que

$$\frac{q}{2y}=\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2},$$

por tanto, llegamos a establecer que el valor de

$$z=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+c^2}+\sqrt{-\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{4}c^2+\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2}}$$

o bien que

$$z=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+c^2}-\sqrt{-\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{4}c^2+\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2}}.$$

Como se había establecido que $z+\frac{1}{2}a=x$, tenemos que la cantidad x, para cuyo conocimiento hemos realizado estas operaciones, es igual a

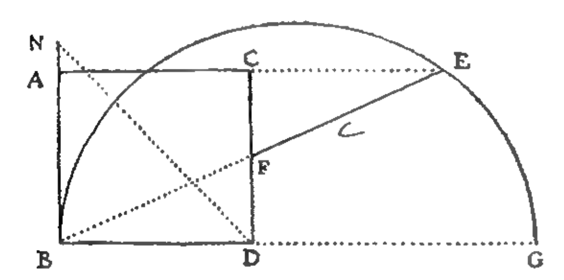
$$+\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{4}c^2}-\sqrt{\frac{1}{4}c^2-\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2}}.$$

Ejemplo del uso de estas reducciones

A-T. VI, 462 Con el fin de que pueda ser más fácilmente reconocida la utilidad de esta regla, es preciso que la aplique a algún problema[67].

Si el cuadrado AD y la línea BN son dados, debemos prolongar el lado AC hasta E, de modo que EF, trazada desde E hacia B sea igual a NB. Conocemos por Pappus

que si BD se prolonga hasta G de modo que DG sea igual a DN y se describe un círculo cuyo diámetro sea BG, entonces si prolongamos la recta AC, encontrará a la circunferencia de este círculo en el punto E que era el buscado. Pero supondría una gran dificultad para quienes no están familiarizados con tal construcción su hallazgo; sin embargo, si aplican el método aquí propuesto, nunca tomarían DG como la cantidad desconocida, sino más bien CF o FD puesto que conducen con mayor facilidad al establecimiento de una ecuación. En tal caso accederíamos a una ecuación cuya solución no



sería fácil si se prescinde de la regla que acabo de explicar. Pues si establecemos a por BD o CD, c por EF y x por DF, tenemos que $CF=a-x$, y puesto que CF es a FE como FD es a BF, tenemos que

$$a-x:c=x:BF,$$

de donde obtenemos que

$$BF=\frac{cx}{a-x}.$$

Seguidamente, puesto que el triángulo BDF es rectángulo, sus lados son x y a; sus cuadrados, a^2+x^2, son igual al cuadrado de la hipotenusa que es

$$x^2+\frac{c^2x^2}{x^2-2ax+a^2}.$$

Si, pues, multiplicamos el todo por $x^2-2ax+a^2$, obtenemos la ecuación

$$x^4-2ax^3+2a^2x^2-2a^3x+a^4-c^2x^2$$

o bien

A-T, VI, 463

$$x^4-2ax^3+(2a^2-c^2)x^2-2a^3x+a^4=0;$$

mediante el procedimiento expuesto conocemos que su raíz, que es la longitud de DF, es

$$\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}c^2}-\sqrt{\frac{1}{4}c^2-\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2}}.$$

Si considerásemos BF o CE o BE como la cantidad desconocida obtendríamos una ecuación con cuatro dimensiones pero cuyo desarrollo sería más fácil y, a la vez, se accedería a la misma con gran facilidad. Por el contrario, si tomásemos DG se obtendría con mucha mayor dificultad la ecuación, aunque también sería muy simple. Comunico esto para advertir que cuando se propone un problema que no es sólido si al intentarlo resolver por un método accedemos a una ecuación muy compleja, podemos acceder a otra más simple tratando de hallarla por otro camino.

Aún podría comunicar otras reglas para resolver ecuaciones cúbicas o bicuadráticas, pero estimo que son innecesarias, pues si los problemas son planos puede accederse a su solución mediante los procedimientos que hemos propuesto.

Regla general para reducir las ecuaciones que pasan el cuadrado de cuadrado

Así mismo, podría agregar otras reglas relacionadas con las ecuaciones de quinto, sexto y superior grado. Sin embargo, prefiero reducirlas todas a una sola regla,
A-T, VI, 464 afirmando en general que cuando hemos intentado reducir las ecuaciones dadas a la misma forma de aquellas que con otras tantas dimensiones, provienen de la multiplicación de otras dos con menos dimensiones, y que si habiendo enumerado todos los medios por los cuales esta multiplicación es posible, no ha sido posible obtenerse, entonces podemos asegurar que las ecuaciones dadas no pueden ser reducidas a otras más simples. De modo que si la cantidad desconocida tuviese tres o cuatro dimensiones, el problema correspondiente es sólido; si tiene cinco o seis dimensiones, entonces posee un grado mayor de complejidad, y así sucesivamente.

Finalmente, he omitido las demostraciones de la mayor parte de cuanto he expuesto porque me han parecido tan fáciles que si se toma la molestia de examinar metódicamente si me he equivocado, llegarán

a hacerse presentes. Es mucho más útil conocerlas de este modo que mediante una simple lectura.

Forma general de reducir todos los problemas sólidos en una ecuación de tercer o cuarto grado

Asegurados de que el problema propuesto es sólido, sea que la ecuación de la cual depende su solución sea de cuarto grado o bien porque solamente sea de tercer grado, siempre podremos hallar su raíz por medio de una cualquiera de las tres secciones cónicas o incluso por alguna de sus partes, por pequeña que fuese, empleando simplemente líneas rectas y circulares. Me sentiré satisfecho en este lugar con facilitar solamente una regla para encontrarlas todas por medio de una parábola puesto que, en cierto modo, es la más simple de estas curvas.

En primer lugar, debe eliminarse el segundo término de la ecuación, caso de que ya no sea nulo y reducir la ecuación a la fórmula

$$z^3 = \pm aqz \pm a^2 q,$$

si la cantidad desconocida no tiene más que tres dimensiones, en el caso de que tuviera cuatro deberíamos reducirla a la fórmula A-T, VI, 465

$$z^4 = \pm apz^2 \pm a^2 qz \pm a^3 r.$$

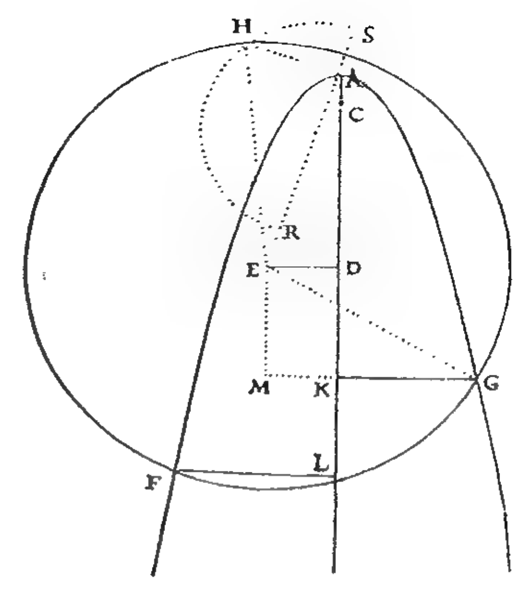
Si tomamos a como la unidad, entonces la reducción para el primer caso sería

$$z^3 = \pm pz \pm q$$

y para el segundo

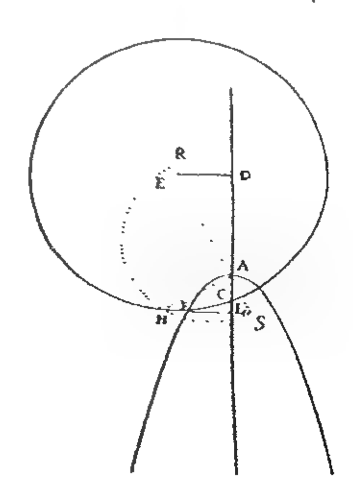
$$z^4 = \pm pz^2 + qz \pm r.$$

A continuación, suponiendo que la parábola FAG ha sido trazada y que su eje es $ACDKL$, que su lado recto es $a=1$, y que AC es su mitad ($\frac{1}{2}$); suponiendo que el punto C es interior a esta parábola y que A es el vertex. Debemos establecer que $CD = \frac{1}{2}p$ y tomarla de modo que los puntos D y A caigan sobre el mismo lado que C en el caso de que la ecuación contenga $+p$; en el caso de que en la ecuación tengamos $-p$, es preciso que caiga del lado opuesto. Seguidamente desde el punto D

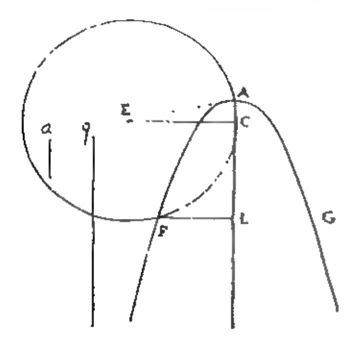


(en el caso de que p sea igual a 0 desde el punto C) se traza la perpendicular DE sobre CD de modo que DE sea igual a $\frac{1}{2}q$. Finalmente, desde el punto E y con el radio AE se traza el círculo FG en el caso de que la ecuación dada sea cúbica, esto es, de modo que r sea igual a cero. Pero cuando nos encontramos con que en la ecuación se halla $+r$, debemos tomar sobre la prolongación de AE, por un lado, $AR = ry$, por otro, AS

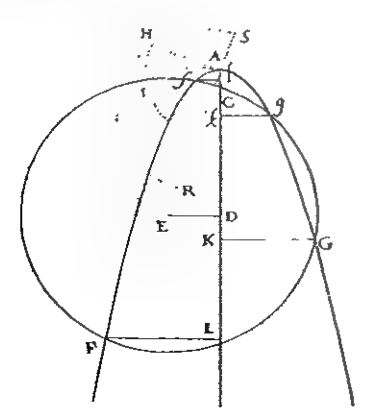
A-T, VI, 466



que debe ser igual al lado recto de la parábola, esto es, a 1. Cuando hayamos descrito un círculo cuyo diámetro sea *RS*, debemos trazar una perpendicular, *AH*, sobre *AE*, encontrando tal perpendicular al círculo *RHS* en el punto *H*, por el que debe pasar también el otro círculo *FHG*. En el caso de que tengamos $-r$, es preciso



después de haber hallado de este modo la línea *AH*, inscribir *AI*, siendo igual a *AH* en otro círculo, siendo *AE* el diámetro. En tal caso pasará por *I* el primer círculo buscado *FIG*. Este círculo, *FG*, puede cortar o ser tangente a la parábola en 1 ó 2 ó 3 ó 4 puntos; si desde ellos trazamos perpendiculares sobre el eje, tendremos todas las raíces de la ecuación, tanto las verdaderas como las falsas. Si la cantidad q está precedida del signo + las raíces verdaderas serán aquéllas, como *FL* que se encuentran del mismo lado de la parábola que *E*, centro del círculo; las otras, tal como es el caso de *GK*, serán las raíces falsas. Pero, si por el A-T, VI, 467



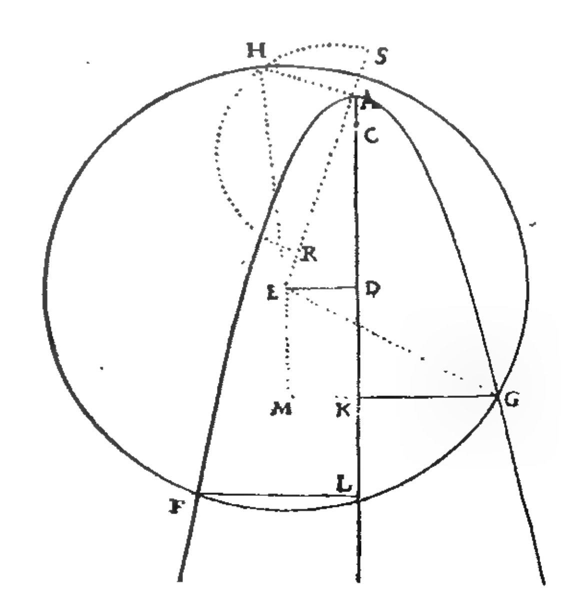
contrario, q está precedida del signo «$-$», entonces las raíces verdaderas se encontrarán al otro lado y las falsas o menores que cero serán las que se encuentran en el lado en que está *E*, el centro del círculo. Finalmente, si el círculo no cortara ni fuera tangente a la parábola en ningún punto, esto sería indicativo de que la ecuación no tiene ninguna raíz verdadera o falsa, sino que todas son imaginarias. De modo que esta regla es la más general y perfecta que se puede desear.

Por otra parte, su demostración es muy fácil. Pues si la línea *GK*, hallada mediante esta construcción, la llamamos z, entonces *AK* será z^2, en virtud de la naturaleza de esta parábola: *CK* debe ser la media proporcional entre *AK* y el lado recto cuyo valor es 1. Si, pues, de *AK* resto *AC* o $\frac{1}{2}$, y *CD* o $\frac{1}{2}p$, entonces tendremos que *DK* o *EM*, que es igual a

$$z^2 - \frac{1}{2}p - \frac{1}{2},$$

cuyo cuadrado sería

$$z^4 - pz^2 - z^2 + \frac{1}{4}p^2 + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4};$$



pero puesto que $DE = KM = \frac{1}{2}q$, tendremos que la línea $GM = z + \frac{1}{2}q$, y el cuadrado de GM será igual a $z^2 + qz + \frac{1}{4}q^2$. La adición de estos dos cuadrados nos da que A-T, VI, 468

$$z^4 - pz^2 + qz + \frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{4}p^2 + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4}$$

es el valor para el cuadrado de la línea GE, puesto que es la hipotenusa del triángulo EMG.

Pero puesto que esta misma línea GE es el radio del círculo FG, puede ser expresada en otros términos; esto es, si

$$ED = \frac{1}{2}q,$$

y

$$AD = \frac{1}{2}p + \frac{1}{2},$$

entonces tendremos que

$$EA = \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{4}p^2 + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4}},$$

puesto que ADE es un ángulo recto. Luego, siendo AH media proporcional entre $AS = 1$ y AR o r, tendremos que AH es igual a $\sqrt{r}$; y puesto que EAH es un ángulo recto, el cuadrado de HE o de EG es A-T, VI, 469

$$\frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{4}p^2 + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4} + r.$$

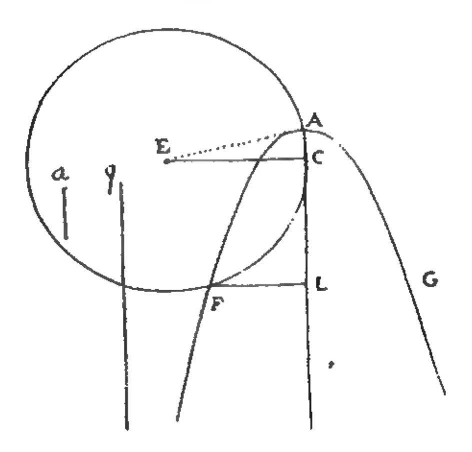
De este modo tenemos una ecuación a partir de esta suma y de la anteriormente obtenida.

Tal ecuación será de la forma $z^4 = pz^2 - qz + r$ y, en consecuencia, tendremos que la línea GK, llamada z, es la raíz de esta ecuación. Tal era el objeto de esta demostración. Si se aplica el mismo cálculo a todos los otros casos de esta regla, adoptando los oportunos cambios de los signos (+ y −), podrán lograrse resultados semejantes, no siendo necesario que yo me detenga en tal tipo de consideraciones[68].

Sobre la determinación de dos medias proporcionales

Así mismo, si lo deseamos, siguiendo esta regla podemos hallar dos medias proporcionales entre las líneas a y q. Es claro que si a una llamamos z, entonces tendremos que

$$a : z = z : \frac{z^2}{a} = \frac{z^2}{a} : \frac{z^3}{a^2}.$$



De este modo tenemos una ecuación entre q y $\frac{z^3}{a^2}$, esto es que $z^3 = a^2 q$.

La parábola FAG siendo trazada con la parte de su eje AC, siendo que AC es igual a $\frac{1}{2}a$, la mitad del lado recto, debe trazarse por C una perpendicular $CE = \frac{1}{2}q$, describiendo el círculo AF de modo que el centro del mismo sea E y que pase por A. De este modo tendremos A-T, VI, 470 que FL y LA serán las medias proporcionales buscadas.

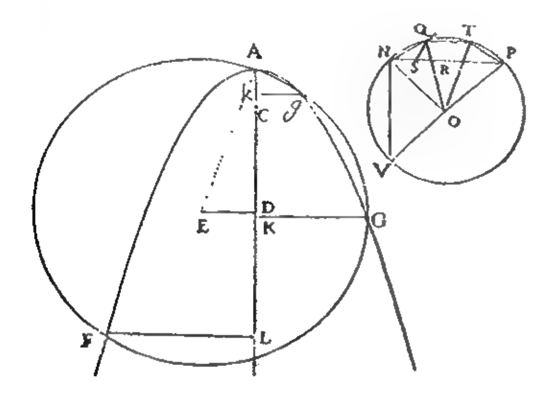
Modo de dividir un ángulo en tres partes

De igual modo si deseamos dividir el ángulo NOP, o bien el arco o porción del círculo $NQTP$ en tres partes iguales, tomando $NO = 1$ como el radio del círculo, $NP = q$ como la cuerda del arco dado y $NQ = z$ para la

cuerda que corresponde al tercio del arco dado, tenemos que la ecuación es

$$z^3 = 3z - q.$$

Es tal, pues trazando las líneas NQ, OQ y OT, y trazando a su vez QS paralela a TO, se ve que NO es a NQ como NQ es a QR y como QR es a RS. De modo que siendo $NO=1$, y $NQ=z$, entonces $QR=z^2$ y RS



$=z^3$. Puesto que es preciso solamente RS o z^3 para que $NP=q$ sea triple de $NQ=z$, tenemos que $q=3z-z^3$ o bien que $z^3=3z-q$.

Si posteriormente describimos la parábola FAG, y si CA es la mitad de su lado recto, y si $CD=\frac{3}{2}$ y la perpendicular $DE=\frac{1}{2}q$, y, finalmente, si desde el centro E describimos el círculo $FAgG$ por A, tendremos que cortará a esta parábola en los tres puntos F, g y G sin contar el punto A que es el vértice. Esto muestra que A-T, VI, 471
hay tres raíces en esta ecuación, a saber: GK y gk que son verdaderas, y la tercera que es falsa, FL. De las dos raíces verdaderas, la menor de ellas gk es la que debemos tomar para la línea buscada NQ; la otra, GK, es igual a NV la cuerda correspondiene a la tercera parte del arco NVP que junto con el otro arco NQP constituye el círculo. La falsa, FL, es igual a la suma de las otras dos, QN y NV, como fácilmente puede comprobarse mediante el cálculo[69].

Sobre la reducción de los problemas sólidos a estas dos construcciones

Sería superfluo que me detuviese explicando otros ejemplos ya que todos los problemas sólidos admiten reducciones tales que no necesitamos aplicar esta regla para construirlos con excepción de aquellos casos en que es necesario hallar dos medias proporcionales o dividir un ángulo en tres partes iguales. Esto es evidente si se considera que las dificultades propias de estos problemas pueden estar siempre comprendidas en ecuaciones no superiores a las de tercer o cuarto grado; que todas las ecuaciones de cuarto grado pueden reducirse a las de segundo por medio de otras no superiores a las de tercer grado y, finalmente, que puede eliminarse el segundo término de estas ecuaciones. En consecuencia, no hay ninguna que no pueda reducirse a alguna de estas tres formas

$$z^3 = -pz + q$$
$$z^3 = +pz + q$$
$$z^3 = +pz - q.$$

Así, si tenemos $z^3=-pz+q$, la regla que atribuye
A-T, VI, 472 Cardan a Escipión Ferreus, nos enseña que la raíz es

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}q+\sqrt{\frac{1}{4}q^2+\frac{1}{27}p^3}} - \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q+\sqrt{\frac{1}{4}q^2+\frac{1}{27}p^3}}.$$

De modo semejante cuando tenemos $z^3=+pz+q$, y el cuadrado de la mitad del último término es mayor que el cubo del tercio de la cantidad conocida del penúltimo término, una regla semejante nos muestra que la raíz es

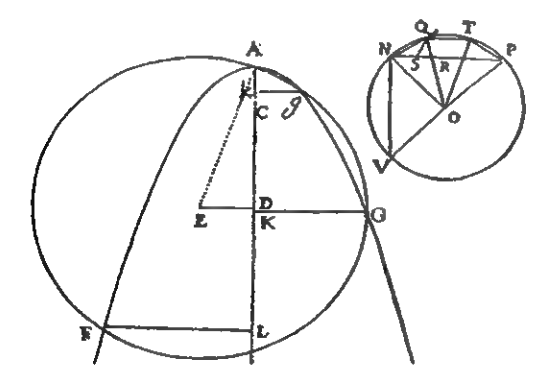
$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}q+\sqrt{\frac{1}{4}q^2-\frac{1}{27}p^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}q-\sqrt{\frac{1}{4}q^2-\frac{1}{27}p^3}}.$$

Por ello parece que pueden construirse todos los problemas cuyas ecuaciones pueden reducirse a una de estas dos formas sin tener necesidad de las secciones cónicas sino para extraer las raíces cúbicas de ciertas cantidades conocidas, es decir, para calcular medias proporcionales entre estas cantidades y la unidad.

De nuevo, si tenemos $z^3=+pz+q$ cuando el cuadrado de la mitad del último término no es mayor que el cubo del tercio de la cantidad conocida del penúltimo término, describiendo el círculo $NQPV$ con radio NO

igual a $\sqrt{\frac{1}{3}p}$, es decir, la media proporcional entre el tercio de la cantidad conocida, p, y la unidad; seguidamente tómese $NP=\frac{3q}{p}$, inscrita en este círculo, de modo que NP sea a q, la otra cantidad conocida, como 1 es a $\frac{1}{3}p$. Divídase cada uno de los arcos NQP y NVP en tres partes iguales, y la raíz buscada será la suma de NQ y NV, cuerdas correspondientes a los tercios de los respectivos arcos, que unidas nos dan la raíz buscada. A-T. VI, 473

Finalmente, si tenemos $z^3=pz-q$, suponiendo de nuevo el círculo $NQPV$ cuyo radio $NO=\sqrt{\frac{1}{3}p}$ y que



NP, igual a $\frac{3q}{p}$, esté inscrito en este círculo; entonces NQ la cuerda del tercio del arco NQP, será la primera de las raíces buscadas y NV, la cuerda correspondiente al tercio del otro arco, será la segunda. Esto será así si el cuadrado de la mitad del último término no es mayor que el cubo del tercio de la cantidad conocida del penúltimo. En el caso de que fuera mayor, la línea NP no estaría inscrita en el círculo, puesto que su dimensión sería superior a la del diámetro. En tal caso, las dos raíces que eran verdaderas deberían ser imaginarias y la única raíz verdadera sería la que previamente era falsa que, según la regla de Cardan, sería:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}q+\sqrt{\frac{1}{4}q^2-\frac{1}{27}p^3}}+\sqrt[3]{\frac{1}{2}q-\sqrt{\frac{1}{4}q^2-\frac{1}{27}p^3}}.$$

Forma de expresar el valor de todas las raíces de las ecuaciones cúbicas y de todas las bicuadráticas

A T, VI, 474 Por otra parte, debe señalarse que la forma de expresar el valor de las raíces en base a la relación que guardan con los lados de ciertos cubos de los que no se conocen sino sus áreas, no es ni más inteligible ni más simple que la de expresarlas en virtud de su relación con las cuerdas de ciertos arcos o porciones de círculos cuyos triplos son dados. Por ello todas las ecuaciones cúbicas que no pueden ser expresadas mediante las reglas de Cardan, pueden serlo con tanta claridad o aún mayor del modo indicado.

Pues si, por ejemplo, se piensa conocer la raíz de la ecuación

$$z^3=+pz+q,$$

puesto que se sabe que está compuesta de dos líneas, una de las cuales es el lado de un cubo cuyo contenido es $+\frac{1}{2}q$, agregado al lado de un cuadrado cuya área es

$$\frac{1}{4}q^2-\frac{1}{27}p^3,$$

y la otra es el lado de otro cubo cuyo volumen es la diferencia entre $\frac{1}{2}q$ y el lado del cuadrado cuya área es

$$\frac{1}{4}q^2-\frac{1}{27}p^3.$$

Todo esto es lo que podemos conocer mediante la regla de Cardan. No cabe duda de que podemos conocer el valor de la raíz de

$$z^3=pz-q$$

considerándola inscrita en un círculo cuyo radio es $\sqrt{\frac{1}{3}p}$ y sabiendo que es la cuerda de un arco cuyo triple tiene por cuerda el valor $\frac{3q}{p}$. Estos mismos términos son menos engorrosos que los otros y, además, más breves si se desea usar algún signo particular para A-T, VI, 475 expresar estas cuerdas, tal como se hace con $\sqrt{C}$ para expresar el lado de los cubos.

Así mismo, es posible expresar las raíces de todas las ecuaciones bicuadráticas mediante las reglas expresadas. De modo que no conozco nada más que sea deseable en esta cuestión. La naturaleza de estas raíces no nos permite que las expresemos en términos más simples ni que se las determine por alguna construcción que sea no sólo más general, sino también más fácil.

Razones por las que los problemas sólidos no pueden ser construidos sin las secciones cónicas y aquéllos cuya complejidad es mayor sin otras de complejidad creciente

Verdad es que aún no he dicho nada sobre las razones por las que me atrevo a afirmar que algo es o no posible. Pero, si nos percatamos de cómo mediante el método que utilizo todo cuanto es considerado por los geómetras se reduce a un mismo género de problemas, que consiste en buscar el valor de las raíces de alguna ecuación, se podrá juzgar correctamente que no es equivocado realizar una enumeración de todos los medios por los que pueden ser halladas de modo que sea suficiente para mostrar que se ha escogido el más general y el más simple. En particular y en relación con los problemas sólidos que he indicado que no pueden ser construidos sin que se emplee alguna línea más compleja que la circular, es algo que también puede ser fácilmente cognoscible a partir de que éstos se reducen a dos tipos de construcciones: uno de ellos supone tener los dos puntos que determinan dos medias proporcionales entre dos líneas dadas; el otro, los dos puntos que dividen en tres partes iguales un arco dado. Pues, en tanto que la curvatura del círculo no depende sino de una simple relación de todas sus partes con el punto A-T, VI, 476 que ocupa el centro, no puede sernos de utilidad sino para determinar un solo punto entre dos extremos, o bien para hallar una media proporcional entre dos líneas rectas dadas, o para dividir en dos un arco dado. Por el contrario la curvatura de las secciones cónicas, dependiendo de dos factores diferentes, puede servir para determinar dos puntos diferentes.

Pero por esta misma razón es imposible que cualquiera de los problemas que son de grado superior a los sólidos y que presuponen la determinación de cuatro medias proporcionales o la división de un ángulo en cinco partes iguales, puedan ser construidos por medio de alguna de las secciones cónicas. Por ello creo realizar lo mejor si facilito una regla general para construirlos, empleando la línea curva que se describe por la intersección de una parábola y una línea recta de la forma ya explicada. Me atrevo a afirmar que no hay otra más simple en la naturaleza que pueda contribuir a tal efecto y se ha visto como sigue a las secciones cónicas en esta cuestión tan estudiada por los antiguos y cuya solución muestra por orden todas las líneas curvas que deben ser recibidas en Geometría.

Procedimiento general para construir todos los problemas reducidos a una ecuación no superior al grado sexto

Ya se conoce cómo cuando se buscan las cantidades que son requeridas para la construcción de estos problemas pueden siempre reducirse a alguna ecuación que no sea superior a las de quinto o sexto grado. También es conocido cómo aumentando el valor de las raíces en esta ecuación puede lograrse que todas lleguen a ser
A-T, VI, 477 verdaderas; de este modo, que la cantidad conocida del tercer término sea mayor que el cuadrado de la mitad de la del segundo. Finalmente, si no es superior al quinto grado, puede ser modificada de modo que alcance el sexto grado, logrando que cada uno de sus términos estén consignados. Así, con el fin de que todas las dificultades de las que pueden surgir en esto, puedan ser resueltas recurriendo a una misma regla, deseo que todo esto sea realizado y que, por tal medio, se les reduzca siempre a una ecuación del tipo

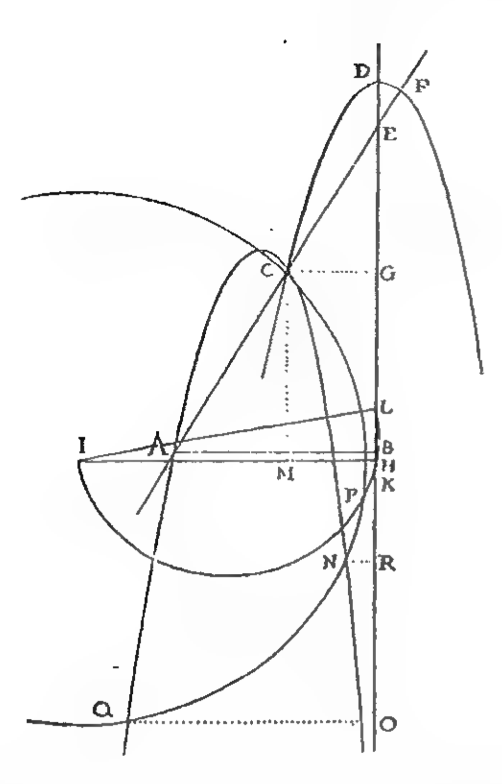
$$y^6 - py^5 + qy^4 - ry^3 + sy^2 - ty + u = 0$$

en la que q es mayor que el cuadrado de la mitad de la designada p.

Seguidamente prolónguese indefinidamente por ambos extremos la línea BK y trácese AB por B perpendicular a BK, siendo igual a $\frac{1}{2}p$; en un plano separado trácese la parábola CDF cuyo lado recto principal es

$$\sqrt{\frac{t}{\sqrt{u}} + q - \frac{1}{4}p^2},$$

que será representado por n por razones de comodidad. Finalmente, es preciso situar el plano en que se encuentra la parábola sobre el que se han trazado las líneas AB



y BK, de modo que su eje, DE, se encuentre sobre la A-T, VI, 478
recta BK. Tomando la parte de este eje que está entre los puntos E y $D = \frac{2\sqrt{u}}{pn}$, es preciso situar sobre E una regla de modo tal que conecte el punto E y el punto A del plano inferior. Tal regla debe permanecer conectando ambos puntos mientras asciende o desciende la parábola sobre la línea BK, sobre la que se ha aplicado el eje. Por este medio, la intersección de la parábola y de esta regla, que se dará en el punto C, describirá una línea curva como ACN que es de la que hemos de servirnos para la construcción del problema propuesto. Descrita de este modo, si se toma el punto L en la línea BK hacia el lado en que se encuentra el vértice de la parábola, y si

$$BL = DE = \frac{2\sqrt{u}}{pn};$$

seguidamente, si desde el punto L y hacia B se toma en la misma línea BK, la línea

$$LH = \frac{t}{2n\sqrt{u}};$$

a continuación desde el punto H, así hallado, se traza formando ángulos rectos la línea HI del mismo lado en que se encuentra la curva ACN. Tomando

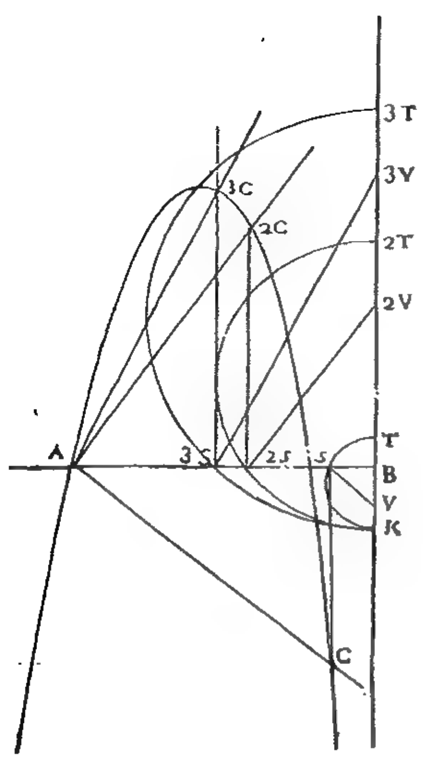
$$HI = \frac{r}{2n^2} + \frac{\sqrt{u}}{n^2} + \frac{pt}{4n^2\sqrt{u}},$$

que, para abreviar, podemos llamar $\frac{m}{n^2}$; uniendo los puntos L e I y describiendo el círculo LPI se tiene que LI es su diámetro e inscribiéndose la línea LP en este círculo, tenemos que es igual a

$$\sqrt{\frac{s + p\sqrt{u}}{n^2}}.$$

Finalmente, descríbase el círculo PCN con centro en I y pasando por el punto P. Este círculo deberá cortar o ser tangente a la curva ACN en tantos puntos como raíces tenga la ecuación. De modo que las perpendiculares trazadas desde estos puntos sobre la línea BK tal como
A-T, VI, 479 CG, NR, QO y semejantes, serán las raíces buscadas sin que exista excepción o fallo alguno dada la aplicación de esta regla. Pues si la cantidad s fuera tan grande, en proporción con las otras, p, q, r, t y u, que la línea LP fuera mayor que el diámetro del círculo IL, de modo que no pudiera inscribirse, en tal caso no habría ninguna raíz en esta ecuación que no fuese imaginaria; de igual modo sucedería si el círculo IP fuese tan pequeño que no cortase a ACN en punto alguno. Pero puede cortarla en seis puntos diferentes, pudiendo, en consecuencia, existir seis raíces diferentes en la ecuación. Cuando la corta en un número menor, esto testimonia que alguna de estas raíces son iguales entre sí o bien que no son sino imaginarias.

En el caso de que el procedimiento utilizado para trazar la línea ACN, mediante el movimiento de una parábola, pudiera parecer incómodo, es fácil hallar otros diversos medios para describirla. Así, teniendo las mismas cantidades que antes para AB y BL y también para BK, que había sido establecida como el lado recto de la parábola, debe describirse el semicírculo KST tomando el centro del mismo a discreción en la línea
A-T, VI, 480 BK, de modo que corte en alguna parte la línea AB, tal



como en el punto S; si desde el punto T en que termina, se toma hacia K la línea $TV = BL$ y, seguidamente, habiendo trazado la línea SV, se traza otra que sea paralela por el punto A, como AC; y si se traza otra por el punto S que sea paralela a BK, tal como la línea SC; en tal caso, el punto C, en el que se produce la intersección de AC y SC, tendremos uno de los puntos de la línea buscada. Podemos, siguiendo el mismo procedimiento, hallar cuantos deseemos.

La demostración de todo esto es bastante fácil. Pues aplicando la regla AE y la parábola FD de tal modo que pasen por el punto C, lo cual puede ser ya que el punto C se encuentra en la línea curva ACN que es descrita por la intersección de la parábola y la regla. Si $CG = y$, entonces tendremos que

$$GD = \frac{y^2}{n},$$

puesto que el lado recto, esto es n, es a CG como CG es a GD. Por tanto,

$$DE = \frac{2\sqrt{u}}{pn},$$

y restando DE de GD tendremos que

$$GE = \frac{y^2}{n} - \frac{2\sqrt{u}}{pn}.$$

Seguidamente y puesto que AB es a BE como CG es a GE, y puesto que $AB = \frac{1}{2}p$, tenemos que

$$BE = \frac{py}{2n} - \frac{\sqrt{u}}{ny}.$$

De igual modo, suponiendo que el punto C de la curva ha sido hallado mediante la intersección de las líneas rectas SC, paralela a BK, y AC, paralela a SV; sea, por otra parte, que $SB = CG = y$, y $BK = n$, el lado recto de la parábola. Entonces tendremos que

$$BT = \frac{y^2}{n}$$

puesto que KB es a BS como BS es a BT; pero puesto que

$$TV = BL = \frac{2\sqrt{u}}{pn},$$

tenemos que

$$BV = \frac{y^2}{n} - \frac{2\sqrt{u}}{pn}.$$

Y como SB es a BV, así AB es a BE que, en consecuencia, es igual a

$$\frac{py}{2n} - \frac{\sqrt{u}}{ny}.$$

En consecuencia, obtenemos el mismo resultado que en
A-T. VI, 481 el caso anterior, lo cual nos muestra que se trata de una misma curva la que es descrita de estas dos formas.

Después de esto, puesto que BL y DE son iguales, podemos concluir que también lo son DL y BE. En consecuencia, puesto que

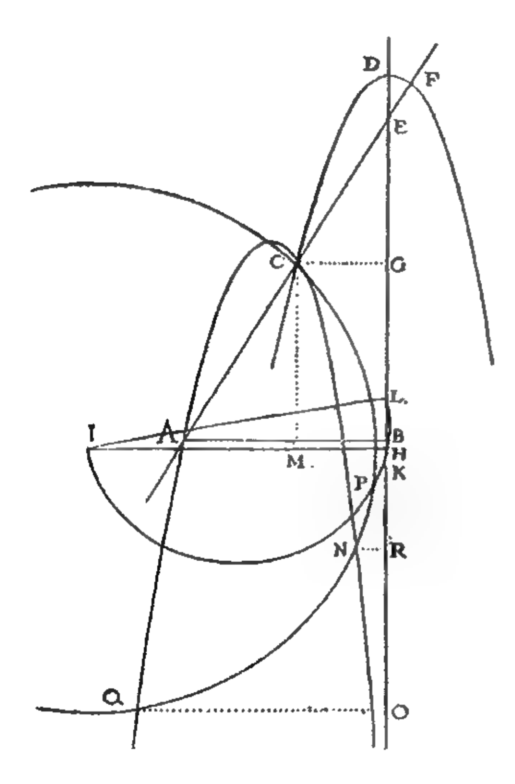
$$LH = \frac{t}{2n\sqrt{n}}$$

y puesto que

$$DL = \frac{py}{2n} - \frac{\sqrt{u}}{ny},$$

y como tenemos que $DH = LH + DL$, tendremos que

$$DH = \frac{t}{2n\sqrt{u}} + \frac{py}{2n} - \frac{\sqrt{u}}{ny}.$$



Así mismo, puesto que

$$GD = \frac{y^2}{n},$$

tendremos que $GH = DH - GD$ y sustituyendo valores

$$GH = \frac{py}{2n} - \frac{\sqrt{u}}{ny} + \frac{t}{2n\sqrt{u}} - \frac{y^2}{n},$$

A-T. VI, 482 por lo cual podemos establecer que

$$GH = \frac{-y^3 + \frac{1}{2}py^2 + \frac{ty}{2\sqrt{u}} - \sqrt{u}}{ny}.$$

En consecuencia, el cuadrado de GH es igual a

$$\frac{y^6 - py^5 + \left(\frac{1}{4}p^2 - \frac{t}{\sqrt{u}}\right)y^4 + \left(2\sqrt{u} + \frac{pt}{2\sqrt{4}}\right)y^3 + \left(\frac{t^2}{4u} - p\sqrt{u}\right)y^2 - ty + u}{n^2y^2}$$

Si imaginamos que el punto C se encuentra en cualquier otro lugar de esta línea curva, tal como hacia N o hacia Q, tendremos siempre que el cuadrado de la línea recta situada entre el punto H y aquél en que indica la perpendicular trazada por C sobre BH, puede ser expresada en estos mismos términos y con los mismos signos «+» y «−».

Así, siendo

$$IH = \frac{m}{n^2} \quad \text{y} \quad LH = \frac{t}{2n\sqrt{u}},$$

tendremos que

$$IL = \sqrt{\frac{m^2}{n^4} + \frac{t^2}{4n^2u}},$$

puesto que el ángulo IHL es recto; por otra parte, puesto que

$$LP = \sqrt{\frac{s}{n^2} + \frac{p\sqrt{n}}{n^2}}$$

puede establecerse

$$IC = IP = \sqrt{\frac{m^2}{n^4} + \frac{t^2}{4n^2u} - \frac{s}{n^2} - \frac{p\sqrt{u}}{n^2}}$$

puesto que IPL es un ángulo recto.

Trazando CM perpendicular a IH, tendremos que IM es igual a $HI - HM$ y, por tanto, $IM = HI - CG$. Aplicando los valores establecidos tendríamos que

$$IM = \frac{m}{n^2} - y.$$

Por ello el cuadrado de IM sería igual a

$$\frac{m^2}{n^4} - \frac{2my}{n^2} + y^2.$$

Si sustraemos tal cantidad del cuadrado de IC, tendremos el cuadrado de CM, o

$$\frac{t^2}{4n^2u} - \frac{s^2}{n^2} - \frac{p\sqrt{u}}{n^2} + \frac{2my}{n^2} - y^2,$$

el cual es igual al cuadrado de GH, previamente hallado. A-T, VI, 483

O bien, dividiendo esta expresión, como en el otro caso, por n^2y^2, tenemos

$$\frac{-n^2y^4 + 2my^3 - p\sqrt{u}\,y^2 - sy^2 + \frac{t^2}{4u}y^2}{n^2y^2}.$$

Seguidamente, estableciendo que

$$\frac{t}{\sqrt{u}}y^4 + qy^4 - \frac{1}{4}p^2y^4$$

para n^2y^4, y

$$ry^3 + 2\sqrt{u}\,y^3 + \frac{pt}{2\sqrt{u}}y^3$$

para $2my^3$, y multiplicando ambos miembros por n^2y^2, tenemos que

$$y^6 - py^5 + \left(\frac{1}{4}p^2 - \frac{t}{\sqrt{u}}\right)y^4 + \left(2\sqrt{u} + \frac{pt}{2\sqrt{u}}\right)y^3 + \left(\frac{t^2}{4u} - p\sqrt{u}\right)y^2 - ty + u$$

es igual a

$$\left(\frac{1}{4}p^2 - q - \frac{t}{\sqrt{u}}\right)y^4 + \left(r + 2\sqrt{u} + \frac{pt}{2\sqrt{u}}\right)y^3 + \left(\frac{t^2}{4u} - s - p\sqrt{u}\right)y^2;$$

es decir, tenemos que

$$y^6 - py^5 + qy^4 - ry^3 + sy^2 - ty + u = 0.$$

De lo que resulta que las líneas CG, NR, QO y otras semejantes son las raíces de esta ecuación, lo cual constituía el objeto e interés de nuestra demostración.

Así, pues, si se desean calcular cuatro medias proporcionales entre las líneas a y b, habiendo establecido x para la primera, la ecuación es

$$x^5 - a^4b = 0$$

o

$$x^6 - a^4bx = 0.$$

A-T, VI, 484 Siendo $y - a = x$, tendríamos

$$y^6 - 6ay^5 + 15a^2y^4 - 20a^3y^3 + 15a^4y^2 - (6a^5 + a^4b)y + a^6 + a^5b = 0.$$

Por esto debemos tomar $AB = 3a$, y BK, el lado recto de la parábola debe ser

$$\sqrt{\frac{6a^3 + a^2b}{\sqrt{a^2 + ab}} + 6a^2}$$

al cual he llamado n. Así mismo, DE o BL será:

$$\frac{2a}{3n}\sqrt{a^2 + ab}.$$

Describiendo la curva ACN de acuerdo con estos tres valores, tendremos que

$$LH = \frac{6a^3 + a^2b}{2n\sqrt{a^2 + ab}}$$

y

$$HI = \frac{10a^3}{n^2} + \frac{a^2}{n^2}\sqrt{a^2 + ab} + \frac{18a^4 + 3a^3b}{2n^2\sqrt{a^2 + ab}},$$

y finalmente que

$$LP = \sqrt{\frac{15a^4 + 6a^3\sqrt{a^2 + ab}}{n^2}}.$$

Así el círculo que con centro en I pase por el punto P, hallado de esta forma, cortará a la curva en los puntos C y N. Trazando perpendiculares desde estos puntos, NR y CG, tendremos que si restamos la menor, NR, de la mayor CG, obtendremos x, que será la primera de las cuatro medias proporcionales buscadas.

De igual modo y con facilidad puede dividirse un ángulo en cinco partes iguales, e inscribir una figura dentro de un círculo que posea 11 ó 13 lados iguales, o bien tratar otra infinidad de problemas.

Sin embargo, debe hacerse notar que en diversos casos, puede suceder que el círculo corte tan oblicua-

mente a la parábola de segundo género que el punto de intersección sea difícilmente determinable; en consecuencia, tal construcción no sería cómoda desde el punto de vista práctico. La dificultad puede ser fácilmente superable estableciendo otras reglas semejantes a ésta, lo cual puede realizarse de mil modos diferentes. A-T, VI, 485

Pero no es mi propósito confeccionar un gran tratado, sino el analizar muchas cuestiones en pocas palabras. Así espero que seré juzgado si se piensa que he reducido todos los problemas de un mismo género a un mismo tipo de construcción y, a la vez, he facilitado el procedimiento para reducirlos a una infinidad de otras; de este modo cada uno de ellos puede solucionarse de infinidad de formas; además, habiendo construido todos los que son planos, cortando una recta con un círculo, y todos los que son sólidos, cortando con un círculo una parábola, y, en fin, todos aquellos que son de un grado superior cortando un círculo por una curva de un grado superior a la parábola. De esta forma no es preciso sino seguir el mismo procedimiento para construir todos aquéllos cuya complejidad sea creciente. Pues en materia de progresiones matemáticas cuando se tienen los dos o tres primeros términos no es difícil hallar los otros. Espero que nuestros descendientes sabrán reconocerme no sólo las cuestiones que he explicado, sino también aquellas que he omitido voluntariamente con el fin de permitirles disfrutar del placer que produce su descubrimiento.

FIN



ÍNDICES



Advertencia:

Aquellos que sólo ojean los Indices de los libros con el fin de seleccionar las materias que desean conocer para, de este modo, liberarse del trabajo que impone leer el resto de la obra, no obtendrán satisfacción alguna de éste; la explicación de las cuestiones recogidas en este Indice depende casi siempre y de forma tan expresa de cuanto precede y también frecuentemente de cuanto se dice a continuación, que no llegarían a entenderse perfectamente si no se lee con atención todo el tratado. Pero para todos aquellos que ya hubieran finalizado la lectura de este tratado y que hubieran asimilado con bastante perfección las cuestiones más generales que contiene, este Indice podrá servirles tanto para hacerles recordar aquellos lugares en que se ha tratado de las cuestiones más minuciosas, que hubieran podido caer en el olvido, como también y frecuentemente para hacerles prestar atención a otras cuestiones que hubieran podido pasar por alto por haberse percatado suficientemente de ellas.*

* Al reproducir *El Indice o Tabla de Materias* incluimos entre paréntesis la página de la edición A-T· y no la de la edición principal ya que ello hubiera obligado a introducir un dato más que no estimamos necesario si se facilita, como en este caso, la paginación de la edición crítica utilizada. En algún caso y para favorecer la localización de la cuestión al número de página sigue el de la línea en que se inicia el tratamiento de la cuestión. Tal paginación acompaña al texto, con lo que se facilita la localización de los textos o fragmentos citados en los diversos estudios sobre Descartes, ya que suelen referirse a la edición Adam-Tannery.

INDICE

QUE CONTIENE LAS PRINCIPALES DIFICULTADES EXPLICADAS EN LA DIOPTRICA

Discurso Primero

SOBRE LA LUZ

Discurso Segundo

SOBRE LA REFRACCION

Discurso Tercero

SOBRE EL OJO

Discurso Cuarto

SOBRE LOS SENTIDOS EN GENERAL

Discurso Quinto

SOBRE LAS IMAGENES QUE SE FORMAN EN EL FONDO DEL OJO

Discurso Sexto

SOBRE LA VISION

Discurso Séptimo

SOBRE LOS MEDIOS QUE PUEDEN UTILIZARSE PARA PERFECCIONAR LA VISION

Discurso Octavo

SOBRE LAS FORMAS QUE DEBEN TENER LOS CUERPOS TRANSPARENTES

Para desviar los rayos por refracción en todas las formas que contribuyen a facilitar la visión

Discurso Noveno

LA DESCRIPCION DE LAS LENTES

Discurso Décimo

SOBRE LA FORMA DE TALLAR LAS LENTES

INDICE

DE LAS PRINCIPALES DIFICULTADES QUE SON EXPLICADAS EN LOS METEOROS

Discurso Primero

SOBRE LA NATURALEZA DE LOS CUERPOS TERRESTRES

Discurso Segundo

SOBRE LOS VAPORES Y LAS EXHALACIONES

Discurso Tercero

SOBRE LA SAL

Discurso Cuarto

SOBRE LOS VIENTOS

Discurso Quinto

SOBRE LAS NUBES

Discurso Sexto

SOBRE LA NIEVE, LA LLUVIA Y EL GRANIZO

Discurso Séptimo

SOBRE LAS TEMPESTADES, LA LLUVIA Y TODOS LOS OTROS FUEGOS QUE BRILLAN EN EL AIRE

Discurso Octavo

SOBRE EL ARCO IRIS

Discurso Noveno

SOBRE EL COLOR DE LAS NUBES Y DE LOS CIRCULOS O CORONAS QUE EN OCASIONES SE VEN EN TORNO A LOS ASTROS

Ultimo Discurso

SOBRE LA APARICION DE DIVERSOS SOLES

INDICE

DE LAS MATERIAS QUE CONTIENE LA GEOMETRIA

Libro Primero

SOBRE LOS PROBLEMAS QUE PUEDEN CONSTRUIRSE EMPLEANDO SOLAMENTE CIRCULOS Y LINEAS RECTAS

Libro Segundo

SOBRE LA NATURALEZA DE LAS LINEAS CURVAS

Libro Tercero

SOBRE LA CONSTRUCCION DE PROBLEMAS SOLIDOS O MAS QUE SOLIDOS



NOTAS Y VARIANTES

NOTAS A ESTA EDICION

DISCURSO DEL METODO

PRIMERA PARTE

[1] Para apreciar en su justo término la relación que tal género, el discurso, guarda con el contenido y desarrollo de esta obra, conviene que el lector del mismo se remita a las siguientes cartas de Descartes: A Mersenne, marzo 1637 (A-T, I, 347); A Vatier, 22 de febrero 1638 (A-T, I, 558); «A», 27 de abril de 1637 (A-T, I, 368). Debe advertirse que en la edición latina no se recoge el párrafo con que Descartes presenta la versión francesa de este discurso. No obstante, la titulación latina de los diversos capítulos va incluyendo la idea general que se corresponde con las afirmaciones relativas al contenido de cada parte. Así lo haremos constar en las diversas partes.

[2] Se deduce lo mismo de la edición latina pues le corresponde la expresión «recte utendi» (A-T, VI, 540): «utilizar adecuada o correctamente».

[3] Las variaciones en la titulación es posible conocerlas a partir de la correspondencia. Véase las cartas a Mersenne de marzo 1636 (A-T, I, 338) y marzo de 1637 (A-T, I, 347). El título inicialmente pensando era el siguiente: «Proyecto de una ciencia universal que pudiese elevar nuestra naturaleza a su más alto grado de perfección. Además la Dióptrica, los Meteoros y la Geometría, donde las más curiosas materias que el autor ha podido seleccionar, con el fin de dar prueba de la ciencia universal que propone, son explicadas de tal forma que pueden llegar a ser entendidas hasta por los que no han estudiado.»

[4] El término «principales» al que corresponde nuestra traducción no cabe duda que connota una selección.

[5] El término «cherchée» de la edición francesa estimamos que en este caso debe ser entendido dentro de un contexto biográfico. Descartes trata de sugerir que intentó conocer en diversos campos nuevos y alternativos planteamientos después de optar por el abandono de la escolástica. Algunos de los elementos que sugiere la metodología expuesta en *El Discurso del Método* aunque no representen innovación alguna, sí que exigieron «una búsqueda» por parte de Descartes; otros, los referentes a los desarrollos de *La Geometría* poseen una originalidad que el propio autor destacó en su época por la innovación que suponían respecto de los antiguos.

[6] La alusión que Descartes realiza a la vinculación de tales reglas con el método que utilizó podría venir simplemente explicada en virtud de la función temáticamente unificadora que en este discurso se concede a la temática metodológica. Función que cuenta a la vez con la trama biográfico-histórica

sobre la cual se van dibujando los diversos proyectos acometidos y realizados. Tal trama es la que favorece su inserción aunque debamos admitir como motivo inmediato de su inclusión el manifestado por Descartes a Burman: «...el autor no escribe de ética con libertad; se ha visto obligado a comunicar estas reglas a causa de los pedagogos y gentes semejantes, porque en caso contrario no dudarían en afirmar que carece de religión y de fe y que intenta trastocarla por medio de su método» (A-T, V, 178). En torno a los temas de «costumbres» siempre manifestó una gran reticencia y el deseo de no pronunciarse; ver en A-T, IV, 536 y en A-T, V, 86.

[7] No debe concederse otro significado a esta expresión que el biográfico; en cuanto partes de su historia personal, Descartes expone el proceso que siguieron sus investigaciones.

No debe olvidarse para avalar tal interpretación que Descartes utiliza la descripción de su evolución doctrinal para invitar a que el lector tome una opción doctrinal.

[8] Se refiere a tales razones en carta a Mersenne del modo siguiente: «...Pues no he hablado de mi Física, sino en la forma que conocéis, más que con el fin de invitar a aquellos que lo deseen a provocar un cambio de las causas que me impiden publicarlas» (A-T, I, 368, 7/10). Tales causas no eran otras que las evocables con sólo sugerir la condena de Galileo.

[9] El contenido de esta parte, marcadamente biográfico, recuerda un estudio reclamado a Descartes por Balzac (París, 30 de marzo de 1628; A-T, I, 570, 22 ss.) y en el que éste esperaba que le «mostrara su polémica con los gigantes de la escuela», «el camino seguido» y «el progreso alcanzado en el camino de la verdad».

La edición latina introduce esta parte con la siguiente consideración: «Variae circa scientias considerationes» (A-T, VI, 540).

[10] La expresión francesa «bon sens» es sinónima de «razón», «capacidad de juzgar correctamente», «capacidad de distinguir lo verdadero de lo falso». Por ello en la traducción usaremos indistintamente estas expresiones según lo requiera el matiz del momento.

Por otra parte, conviene conocer al lector de *El Discurso del Método* que Burman cuestionó a Descartes el sentido que poseía afirmar tal igualdad entre los hombres. La respuesta que en tal ocasión da Descartes posee, según J. Cottingham, una lógica «grotesca». Sobre el comentario a este lugar de la *Entrevista a Burman* (A-T, V, 175), vid. J. Cottingham, *Descartes. Conversation with Burman.* Oxford, 1976, p. 114.

[11] En la edición latina «qui maxime inexplebiles cupiditates habent» (A-T, VI, 540), esto es, los más ambiciosos en cualquiera de los órdenes de la vida.

[12] Este es el primer argumento o razón que da en favor del aparente igualitarismo formulado en la primera frase.

[13] Este es el segundo argumento en favor de la tesis expuesta. Para E. Denissoff «el exponer argumentos tan criticables, no puede tener otra finalidad que la de despertar la duda sobre lo mismo que plantea» (*ob. cit.*, p. 51). Siguiendo la opinión de Denissoff estimamos que el presente párrafo está cargado de ironía y pretende negar la igualdad de juicio que parece afirmar. (Vid. Denissoff, *ob. cit.*, pp. 50-58 en las que realiza un prolijo y completo comentario a todo este párrafo.) Es claro, por otra parte, que estas afirmaciones no fueron leídas en su época y siguientes dentro de algunas escuelas con el posible sentido con que Descartes las profirió y que apuntamos en esta nota. Basta con referirse a las líneas que abren la dedicatoria al lector de la edición castellana (Madrid, 1759) de *El arte de pensar:* «Es tanta la multitud de errores en que tropiezan y caen los hombres en el juzgar y discernir las cosas unas de otras, que parece a algunos, no sólo incierto, sino aun falso el Axioma, que nos enseña que Dios dotó igualmente a cada uno de los hombres de recto entendimiento...» (p. 2). Considerando la importantísima divulgación de esta obra y que asume el planteamiento (p. 7) de los autores, puede concluirse el modelo de interpretación vigente en el siglo XVII y XVIII de este primer párrafo del discurso de Descartes. Frente a las afirmaciones de Descartes se aducirá que «...el sentido común no es calidad y dote tan común, ni de tan igual distribución como se imagina, pues hay una multitud de entendimientos rústicos, torpes, estólidos... que tampoco son capaces de comprender la inteligencia de la verdad» (*El arte de pensar*, p. 7).

[14] Descartes pretende comunicar que al igual que las almas más eminentes pueden incurrir en graves defectos, los hombres más destacados por su juicio pueden incurrir en opiniones falsas. En consecuencia, no debemos iniciar discusión alguna sobre las opiniones de los grandes pensadores, sino abordar cuestiones metodológicas.

[15] Tal es el modo con el que traduciremos en esta parte el término «esprit», apoyándonos para ello en la edición latina. Así las dos referencias hasta ahora realizadas al término «esprit» («quippe ingenio pollere haud sufficit» y «ego sane nunquam existimavi plus esse in me ingenii...») avalan tal procedimiento. Por otra parte, el ingenio para Descartes es algo que pueden cultivarse («polir»), tal como indica en las líneas siguientes. Sobre esta cuestión, vid. J. Laporte, *Le rationalisme de Descartes.* París, 1945, p. 29. Otros usos del término «esprit» pueden verse en E. Gilson, *René Descartes, Discours de la Méthode. Texte et commentaire.* París, 1947, p. 86.

[16] En este momento no hace sino acentuar la diversidad en base a las mencionadas cualidades para establecer a renglón seguido y recurriendo a la terminología escolástica, la igualdad de juicio entre todos los hombres. Para Denissoff el recurso a esta terminología «...aparece como una parodia de la escolástica...» (*ob. cit.*, p. 51).

[17] Se altera la traducción literal («me he encontrado en ciertos caminos») para favorecer la imbricación de lo biográfico con lo metodológico, pues no cabe duda de que la finalidad

de estas observaciones biográficas reside en hacer razonable su nueva orientación u opción metodológica. ¿Debemos relacionar tal afirmación con su presencia en la escuela de Mauricio de Sajonia, dirigida por el matemático Stewin? Parece muy probable.

[18] El valor de la presente afirmación no es exclusivamente retórico; fundamentalmente trata de destacar la importancia del método.

[19] Esta afirmación no creo que solamente pretenda atribuir un puesto a la ciencia, el primero, excluyendo de tal consideración jerárquica a la teología, rompiendo de este modo con la tradición sostenida por la filosofía medieval-latina; tradición inaugurada e inspirada en múltiples textos de *La Metafísica* de Aristóteles, v.gr. 983 a 7/10; 997 a 34; 1027 a 10/17; 1026 a 10, etc. Quien es sabedor de la técnica de presentación de los problemas seguida por Descartes (véase nota 15 de *Los Meteoros*), comprende que no es éste el propósito que debe guiar la lectura de estas líneas.

El presente contexto parece intentar justificar la *profesión del científico*, parece defender la existencia de quienes optan por «une occupation», esto es, por una actividad ejercida habitualmente tal como la elegida por Descartes. Todo ello sigue contando con una justificación última de amplia raigambre platónico-aristotélica: «la búsqueda de la verdad.» En otros momentos destacará la utilidad que tal búsqueda de la verdad puede reportar, pero a la vez trata de resaltar el tema «la-búsqueda-de-la-verdad» quizá para distinguirse de un tipo de hombres comunes en su siglo poseídos de «un afán de inventar y enriquecerse con ello rápidamente». La descripción, número y atención prestada por la sociedad de la época a tales personajes puede deducirse del análisis de W. Sombart, *El burgués*. Madrid, 1972, p. 52.

[20] Frente a la actitud de quienes se consideran en posesión de la verdad y actúan como jueces, trata de resaltar esta actitud personal: desea incorporar las críticas como uno de los medios de instruirse. Tal actitud representa una crítica abierta a los supuestos que operaban en las actitudes y mentes inquisitoriales, cualquiera que fuese su orientación.

Puesto que, como va a exponer en el párrafo siguiente, todo este discurso encierra una propuesta, hemos de apreciar que párrafos como el presente ya poseen valor de propuesta. Al admitir su posible error, al desear incorporar las críticas que surjan, Descartes está trazando pautas de conducta que no sólo tienen aplicación por referencia al modo en que debe proceder el científico, sino al modo en que deben conducirse cuantos comparten el cuadro general de preocupaciones que él asumía y que se refieren tanto a «cómo dirigir la razón», como a «cómo dirigir mi vida» y «ver claro en mis actuaciones».

[21] La edición latina recoge tal pensamiento del modo siguiente: «Qui aliis praecepta dare audent» (A-T, VI, 541). El riesgo que corren tales personas se debe a que, según indica la

expresión francesa («se melent»), tratan de ejercer algo para lo que no están habituados ni cae bajo el ejercicio de sus funciones.

[22] Estimamos que de este modo refuerza la tónica antidogmática que se oculta y, a la vez, surge en todo el párrafo: solamente pretende dar a conocer su opción. La descripción de cómo ha llegado a tomar una opción ('historia') puede no estar exenta para algunos de sugerencias prácticas ('fábula'), pero en cualquier caso es fruto de su franqueza o, según la edición latina, de su 'ingenuidad' ('ingenuitati'). La edición latina introduce esta matización que, quizá, pudiera justificarse recordando otras palabras de este discurso en que se refiere a el reducido número de personas «que se atreven a decir lo que piensan».

[23] El estudio de las letras comprendía la gramática, poesía, historia y retórica.

[24] La edición latina atribuye la función de persuasión a «los preceptores» (A-T, VI, 541).

[25] Adam (A-T, XII, 564) fecha su inicio en 1606 y la conclusión de los mismos en 1614. Baillet adelanta el inicio de los estudios dos años y de igual modo adelanta su conclusión. Más fiable es la opinión de Adam.

Por otra parte, en relación con el tipo de grados que se conferían en La Flèche es de suponer que sería semejante al de otros colegios de la misma orden. Descartes no parece referirse en este texto al grado de doctor, sino más bien a que no tuvo interés en pasar a ocupar un puesto entre los doctos que tales estudios generaban. Estimamos que indirectamente está subrayando la insatisfacción que tales estudios le produjeron, lo cual le llevaría a «desperdiciar» tal «oportunidad»: no deseó ser un filósofo académico.

[26] Se refiere a La Flèche, centro en el que aún tenían vigencia los programas medievales. La valoración del Centro como de los conocimientos que en algunas materias tienen sus profesores es dispar. A título de ejemplo pueden verse los siguientes lugares: carta a Mersenne, 1 de marzo de 1638 (A-T, II, 30, 25/27) y carta a «A», 12 de septiembre de 1638 (A-T, II, 378, 13/16). Las valoraciones difieren según los destinatarios y obras en que se insertan.

[27] Tales ciencias, según el diccionario de Furetière, «son aquellas que son conocidas por pocas personas, que poseen secretos particulares, como la química, una parte de la óptica que permite la visión de cosas extraordinarias mediante la utilización de lentes y espejos y otras vanas ciencias mediante las que se piensa conocer el porvenir, como la astrología..., la cábala, la alquimia, etc.» (Citado por E. Gilson, *ob. cit.*, p. 109).

[28] Después de haber aceptado que «puede estar equivocado» en su valoración y opción, Descartes *establece sin atenuante alguno* un juicio sobre la filosofía que le había sido enseñada: «llegué a sentirme con ánimos... para pensar... que no existía doctrina alguna tal como la que se me había hecho desear al inicio de mis estudios»; esto es, no nos proporciona «un

conocimiento claro y al abrigo de dudas sobre lo que es útil para la vida».

[29] Se refiere al estudio del latín y el griego, aunque el estudio del latín era primado sobre el del griego, ya que al estudio de este último sólo se le dedicaba media hora diaria. No obstante, parece ser que Descartes podía traducir textos griegos, ya que incluso al referirse al problema de Pappus en *La Geometría* opta por dar la versión latina del mismo ya que «puede ser entendida con más facilidad» (A-T, VI, 377).

[30] Descartes recoge alguna de las posibilidades que conlleva «una invención», que puede provocar «gran admiración». Tal es el caso en los párrafos finales del discurso octavo de *La Dióptrica*. Por otra parte, no duda en llamar la atención sobre la utilidad que puede seguirse del estudio geométrico cuando las conclusiones obtenidas en él mismo son utilizadas en otros campos. Así en *La Geometría* al estudiar las figuras con forma oval (A-T, VI, 424).

[31] Esta será una de las razones, repetida a lo largo de su discurso, que utilizará Descartes para convencer a sus contemporáneos de la necesidad de promover y favorecer el desarrollo de la ciencia, que comenzaba a tener categoría de fenómeno social. Así puede conjeturarse a partir de estudios que analizan la producción literaria del siglo XVII.

[32] Aunque da un juicio positivo de tales estudios, sin embargo, no tuvo interés alguno en realizar un tratado sobre costumbres o política. Sus opiniones en relación con tales campos aparecen de modo incidental en su correspondencia. Por ella, por ejemplo, conocemos su opinión sobre *El Príncipe* de Maquiavelo (A-T, IV, 486).

[33] Los planteamientos cartesianos (duda, criterio de verdad), excluyen la teología, a la vez que protestan con frecuencia su ortodoxia: «Soy católico romano», diría en carta a Mersenne. Un estudio completo sobre la temática de la Religión puede verse en Laporte, *ob. cit.*, pp. 299-419.

[34] Descartes estudió Derecho en la Universidad de Poitiers, obteniendo los títulos de bachiller y licenciado en derecho civil y canónico.

[35] La existencia de referencias reincidentes en torno a «las ciencias más supersticiosas y falsas», nos evidencia tanto la estima e interés de que gozaban en algunos sectores como el afán de Descartes por restarles todo valor.

[36] Debe tenerse presente que Descartes se refiere a la historia después de haber facilitado una precisión sobre su valor: «...las memorables acciones narradas por la historia exaltan el ingenio y siendo leídas con discreción contribuyen a la formación del juicio» (A-T, VI, 5, 23/25); de igual modo, el conocimiento de la historia vertida en lenguas antiguas contribuye a que no estimemos como ridículo todo cuanto no coincide con nuestras modas.

Pero, con todo, realiza reproches muy concretos a la historia: no incluye todas las circunstancias, favorece a impresión de realidad y puede llevarnos a proyectar lo que excede a nuestras fuerzas. Los reproches últimos no son sino consecuencias de la incompleta descripción.

Por otra parte, Descartes observa que quienes se interesan principalmente en el pasado, llegan con facilidad a desconocer el momento en que viven. Por ello no defiende una dedicación exclusiva a la consideración del pasado: sus intereses están en el presente.

Estimamos que el último reproche debe ser adecuadamente distinguido del primero por cuanto éste llega a poseer alcance metodológico: debe realizarse una descripción que no prescinda de las circunstancias menos reputadas y más vulgares. Cuando Descartes opinaba así debía tener presente los libros de historia estudiados por él. En consecuencia, esta crítica más que negar el interés teórico y el alcance cognoscitivo-práctico que pudiera tener la historia, parece favorecer o alentar en último caso una construcción de la historia. No deja de ser una casualidad que eruditos e historiadores franceses, en gran parte, se formaran dentro del cartesianismo, que Bayle desarrolle la temática escéptica y que favorezca una pujante crítica documental a la vez que da cuenta de cuantas obras contribuyeron a la renovación de «la historia» criticada por Descartes, de aquella misma historia que motivaría *Las nuevas consideraciones sobre la Historia*, de Voltaire (Edic. Alfaguara, pp. 176 ss. Traduc. Dampierre).

En realidad, pues, cabría afirmar con Collingwood que el escepticismo cartesiano ante la historia favoreció un proceso crítico de las fuentes escritas (*La Idea de la Historia*, pp. 68 ss. México 1972). No es, pues, extraño que Bayle al referirse a obras de Historia valore en primer lugar «el examen de las fuentes» y «la precisión en la cronología y en las referencias» (D 654) de *La République des Lettres*).

[37] Para juzgar la habilidad lograda en este campo, basta con leer el ballet «El Nacimiento de la Paz», presentado en el castillo real de Estocolmo en diciembre de 1649 (A-T, V, 616-627).

[38] En este caso tratamos de recoger el significado de la expresión francesa por recurso a la edición latina, donde leemos «ordine disponunt» (A-T, VI, 543). En la edición francesa se lee: «qui digèrent le mieux leurs pensées» (los que mejor maduran y asimilan sus pensamientos).

[39] Descartes únicamente pretende afirmar que no es una lengua literaria, que goza de escasa difusión y no posee grandes recursos.

[40] La verdadera función a que alude puede ser comprendida a partir del juicio que emite sobre Galileo: «...hace filosofía mucho mejor de lo que es común, pues trata de examinar cuestiones físicas por medio de razonamientos matemáticos... En esto, estoy enteramente de acuerdo con él y defiendo que no existe ningùn otro medio para alcanzar la verdad» (A Mersenne, 11 octubre de 1638 A-T, II, 380, 3/7).

Los jóvenes procedentes de la nobleza que asistían a La Flèche podían estar más interesados, como comenta Gilson

pues era tónica de la época, en las aplicaciones de la matemática al arte militar y en especial al de las fortificaciones. En el comentario de Gilson al *Discurso del Método* pueden verse diversas obras relacionadas con esta temática.

[41] La correspondencia que sostuvo Descartes con la princesa Elisabeth abunda en referencias históricas propias de este campo. Como claro ejemplo puede consultarse la carta del 18 de agosto de 1645 (A-T, IV, 271 ss.).

[42] Sin duda está realizando alusiones a conocidos ejemplos de la antigüedad, como Catón, César, etc.

[43] Por ser necesaria tal «asistencia extraordinaria del cielo» prescinde Descartes de modo constante de referirse a cuestiones propias de la teología. No obstante, debió dar explicaciones sobre la no incompatibilidad de sus doctrinas con las verdades dogmáticas. Tal sería el caso de las cartas dirigidas al P. Mesland relacionadas con «la presencia de Jesucristo en el Santo Sacramento» (9 de febrero de 1645, A-T, IV, 162; mayo de 1645, A-T, IV, 215; A-T, IV, 345).

Tales explicaciones suponen la clasificación tripartita de las posibles cuestiones: las «que solamente son creídas en virtud de la fe», las que «conciernen a la fe..., pero pueden ser examinadas mediante la razón» y, finalmente las «que se relacionan únicamente con la razón humana y de ninguna forma con la fe» (véase el comentario de Descartes al artículo IV de Regius en *Notae in Programma*).

No obstante, cabría pensar que tales distinciones y explicaciones son, exclusivamente, posiciones mantenidas para garantizar su siempre buscada tranquilidad, para verse libre de las acusaciones de teólogos e inquisidores o para favorecer la difusión de su filosofía. Zanjar estas cuestiones es prácticamente imposible pues sólo disponemos de los textos de Descartes para decidir cuál era su opinión. Esta está claramente marcada: profesa y practica la fe católica. Pero ¿creía realmente en aquello que él dice creer? Tal cuestión nos parece indecible y cuantos planteamientos pretendan obtener una decisión se encontrarán con multitud de textos que sólo pueden ser anulados si se acepta la tesis que es preciso establecer: Descartes no creía en lo que decía creer. Es claro que Descartes no se suma a la opinión de quienes veían en la religión revelada algo que podía ser indispensable para las almas sencillas pero que no tenía cabida para el sabio. En definitiva no creo que existan razones para incluir a Descartes dentro de la corriente estudiada por Pintard en *Le libertinage érudit dans la première moitié du XVIIe siècle*, I, II, París, 1947.

[44] El pensamiento de Descartes a este respecto se mantiene constante desde el inicio de sus comunicaciones. Así en carta a Beeckman del 17 de octubre, 1630, preguntaba: «Platón defiende una opinión, Aristóteles otra, Epicuro una tercera, Telesio, Campanella, Bruno, Basson y todos los novatores, sostienen una opinión diferente cada uno de ellos. ¿Quién de ellos enseña al estudioso de la sabiduría, ya que a mí no me refiero?» (A-T, I, 158).

Las disensiones entre los diversos autores y escuelas, como la relevancia que poseía en la enseñanza «la disputa», fueron constantemente evocados por cuantos postulaban una renovación de los programas escolásticos y una reorientación de los estudios; tal es, por ejemplo, el caso de Vives quien se refiere a estas cuestiones de modo constante.

[45] Parece que alude a la medicina y al derecho. Ambas permitían un fácil enriquecimiento (véase nota 6 de la quinta parte). La iatromecánica es una respuesta tanto a la iatroquímica como a cualquier planteamiento que aceptara la existencia de formas y cualidades. *El Tratado del Hombre* (C. XVIII de *El Mundo*) y la quinta parte del Discurso así lo evidenciarán.

[46] Su condición se vio claramente favorecida con la herencia recibida al acontecer la muerte de su padre, perteneciente a la pequeña nobleza.

[47] Si Descartes insiste en la condena de tal tipo de personas es, como indicamos en la nota 19, por la importancia y número de las mismas. En definitiva no quiere ser tomado por uno de esos hombres con los que Molière llenaría más de una de sus páginas.

En consecuencia cuando Descartes habla de la «verdadera filosofía» no sólo trata de distinguirse de los escolásticos, sino también de toda una masa de inventores, alquimistas, magos, etc., que llegaban a ser acogidos en las Cortes.

[48] Parece dirigir en este lugar un ataque directo contra la inutilidad de algunas especulaciones propias de la escuela. Así permite deducirlo la edición latina en la que se lee: «...doctor aliquis, otiosus in musaeo sedens, excogitavit circa entia rationis, aut similia quae ad usum vitae nihil juvant» (A-T, VI, 545).

[49] La edición latina ofrece como variante la siguiente precisión: «Nec a scholasticis studiis unquam recessissem» (A-T, VI, 545). Conéctese esta valoración con lo expuesto más adelante: A-T, VI, 16.

SEGUNDA PARTE

[1] Esta segunda parte no integraba ni el proyecto inicial de Descartes, cuya publicación suspende a raíz de la condena de Galileo, ni tampoco la modificación del primer proyecto que fue presentado a Los Elzeviers y fue rechazado por los mismos. Con posterioridad a tal rechazo Descartes comunica a Mersenne que piensa exponer una parte de su método (A-T, 339, 26). La edición latina rotula el capítulo con las siguientes palabras: «Praecipuae illius Methodi, quam investigavit Author, regulae.»

[2] Se refiere Descartes al invierno de 1619-20.

[3] Aunque en carta a Beeckman del 23 de abril de 1619 Descartes hacía saber que «belli motus nondum me certo vocant ad Germaniam» (A-T, X, 162, 8), sin embargo, parece ser que participó en La Guerra de los Treinta Años que

finalizaría en 1648 con la paz de Westfalia. La edición latina («curiositas videndi ejus belli», A-T, VI, 545) al indicar como único motivo la curiosidad por conocer tal guerra, tal como por otra parte sugiere la edición francesa, no aporta matiz o dato alguno que nos permita conjeturar los intereses y la participación de Descartes en tales acontecimientos. Las opiniones de Descartes respecto de los acuerdos de la mencionada paz pueden verse en carta a Elisabeth (22 de febrero de 1649, A-T, V, 283, 21 ss.). Otras cartas como las dirigidas a Brasset (31 de marzo de 1649, A-T, V, 332, 9 ss, y la del 23 de abril del mismo año, A-T, V, 350, 12 ss.) muestran que Descartes estuvo al tanto de los acontecimientos seguidos a la firma de tal paz.

[4] Se refiere al rey Fernando que habiendo sido coronado rey de Bohemia (1617) y de Hungría (1618), fue coronado Emperador al año siguiente en Francfort con el nombre de Fernando II. Contó en su lucha con Federico V con el apoyo de la Liga Católica, con el de España —ejército español en los Países Bajos—. El apogeo de su política suele establecerse en el 1629.

Es difícil poder aducir razones que le llevasen a tal coronación. La política del Emperador sería prácticamente contrarreformista. Es cierto, por otra parte, que Descartes mantiene una extensa correspondencia con la hija de Federico V, Elisabeth, cuyo hermano solamente recuperaría con la Paz de Westfalia el Palatinado renano. Federico V al haber aceptado la jefatura de la Liga Evangélica modificó el equilibrio religioso-político fraguado en 1555, dando la mayoría a los protestantes en el colegio de príncipes electores y debilitando, en consecuencia, la causa católica junto con el poder de los Habsburgo. ¿Cómo pudo tener Elisabeth tal interés por relacionarse con Descartes, cuando éste al unirse al ejército del duque de Baviera había combatido contra el elector palatino? ¿Cuál fue en realidad su participación? ¿Cuál fue la razón que le animó al abandono de Holanda en 1619, año en el que es ejecutado Oldenbarnevelt?

Con la muerte, por haber sido ejecutado, del primer ministro, respaldado por los comerciantes que, en realidad, detentaban los cargos públicos más destacados en las ciudades holandesas, Descartes debió de temer una serie de desórdenes y, sobre todo, a los calvinistas, enfrentados radicalmente con los regentes y a los cuales se opusieron de continuo, animados por un rigorismo teocrático que alentaba la guerra contra España o su Imperio. El pacifismo y liberalismo de Oldenbarnevelt favorecía la potencia económica de los comerciantes fuertemente opuestos a las caducas y casi medievales concepciones de los calvinistas, proclives a identificar con la usura las nuevas actividades. Descartes temió tanto las formas inquisitoriales de los romanos como las de los calvinistas, pareciendo bastante identificado con la situación de abundancia que tal sociedad creaba y con el modo en que tal población se preocupaba de sus asuntos personales.

Por ello si bien pensamos que pudo ser atraído al ejército de Mauricio de Nassau por cuanto dirigía una de las escuelas más importantes del momento, también creemos que su partida de Holanda hacia Alemania en el 1619 pudo verse motivada por los acontecimientos de Holanda a que hemos aludido. Por otra parte su permanencia con el ejército del duque de Baviera carece para nosotros de todo significado pues tal época la consumió realizando sus reflexiones. Finalmente en 1620, Descartes abandona tal ejército para iniciar sus viajes. En consecuencia nos parece que su escasa o nula significación a favor de la política del duque de Baviera pudo favorecer las ulteriores relaciones mantenidas con Elisabeth.

[5] Descartes inicia un complejo y extenso razonamiento destinado fundamentalmente a convencer de la necesidad y utilidad que reportará el acometer nuevos proyectos, que no podrán establecerse si nos fundamos en los elementos que puede prestarnos el pasado doctrinal. La actuación de los arquitectos, ingenieros, legisladores, diversidad de opiniones y costumbres aconsejan tal proceder.

Al efectuar este razonamiento Descartes utiliza varias expresiones verbales de carácter impersonal que introducen un contraste con las formas personales constantemente utilizadas en la descripción de su biografía intelectual. Estimamos acertada la apreciación de S. Romanowski al destacar que tal recurso a las formas impersonales sirve para «presentar una idea como reconocida universalmente» (*L'Illusion chez Descartes*. París, 1974, p. 119).

Finalmente deseo llamar la atención sobre el modo en que hemos traducido la expresión «L'une des premières fut que je m'avisai de considérer», que corresponde a la latina «...mihi venit in mentem». La traducción no refleja *la incidentalidad* que va ligada a toda *ocurrencia*. La expresión latina permite nuestra traducción, pues tal giro «non ad recordationem tantum dicitur, sed ad reputationem et intelligentiam» (*Thesaurus Linguae Latinae*, VIII, Fasc. V, p. 723. Tebner V. Leipzig, 1972). Por otra parte, en la medida en que se refiere a la necesidad de estructurar el saber sobre una nueva metodología, tal tarea había venido constituyendo una preocupación clara de Descartes. Ello nos ha hecho que evitemos la traducción que suele aportarse de estas líneas: «...se me *ocurrió* considerar»...

[6] Puede referirse a costumbres como la de abandonar en el Taigeto a los niños deformes, la de elogiar a quien roba sin ser visto, etc.

[7] Se trata, sin duda, de una alusión a Licurgo, creador de la constitución espartana. Tal sistema estaba basado en el mantenimiento de una situación de dominio sobre la vida y trabajo de los helotes por los espartiatas.

[8] Este es un motivo más para revisar nuestras opiniones antes de defenderlas y de condenar a quien no las comparta. La lectura de *El Discurso del Método* proporciona abundantes referencias de este tipo que refuerzan uno de los temas centrales: es preciso «se défaire de toutes les opinions». En el presente contexto Descartes contrapone la infancia a la madu-

rez para resaltar la pasividad que caracteriza la conducta de la primera respecto de la acción que debe caracterizar la segunda. Descartes continúa razonando su opción e invitando a una toma de posición por parte del lector a medida que éste se percate de las razones que en su día llevaron a Descartes a pensar que «no existía doctrina alguna en el mundo tal y como la que al inicio de mis estudios se me había hecho desear».

[9] La indeterminación («alguien») será opuesta posteriormente a quienes están encargados de acometer con la reforma de los estados y costumbres por tener una función y autoridad públicamente reconocidas. En este sentido «alguien» o como indica la versión latina «privatus aliquis» no tiene por qué oponerse a «príncipe», como indica Gilson en su comentario, pues sabido es que la reforma en tales materias está reservada a quienes por «nacimiento» (príncipe) o «posición» les ha sido encomendada. El caso holandés daba una buena muestra de esta dualidad con la que Descartes estaba de acuerdo.

Algo es claro según el texto presente: se condena toda actuación relacionada con la reforma del Estado si no está ejecutada por quien está legitimado en el ejercicio de tal función. De igual modo, se condena todo proyecto revolucionario, todo proyecto que pretenda abatir la forma de un Estado para reorganizarlo de otro modo. La reforma paulatina de las instituciones es siempre preferible a los males que se ocasionan en tal proceso revolucionario.

[10] Aunque aquí no propugna una reforma radical, sin embargo asignará tal función a *Los Principios de la Filosofía* (Véase cartas al P. Charlet de octubre de 1644 y 9 de febrero de 1645; A-T, IV, 140 y A-T, IV, 156). Es de subrayar la cautela con que presenta todos los temas colaterales al tema fundamental: para progresar en el camino de la verdad es preciso «se defaire de toutes les opinions»; esto no debe ser confundido con un deseo de reconstruir desde los cimientos tanto la ordenación del Estado, como la teología o las instituciones docentes. La suerte corrida por quienes habían defendido una reforma del patrimonio teológico y social junto con la de la filosofía, «desaconsejaba» tales pretensiones.

[11] De este modo destaca el carácter voluntario de tal decisión. Para valorar el alcance de la misma debe considerarse el refuerzo y consolidación que Trento trató de conceder a la Tradición. No en balde la duda metódica será una de las cuestiones más criticadas durante el XVII y XVIII por la filosofía escolástica. Sus textos calificarán de inútil («inutilis») tal duda. Ferrari no duda en referirse a la misma como que «nihil ineptius, immo vero nihil absurdius, effingi potest, quam omnia habere pro falsis, et de ipsiusmet Dei existentia dubitare, ac temporalem saltem Atheismum inducere» (*Veteris et Recentioris Philosophiae dogmata*... Venecia, 1768, p. 163).

[12] No debe perderse de vista que Descartes al dar cuenta de su vida intelectual y de cuantos proyectos integran esta vida intelectual, sus distintos trabajos aún no publicados, ya conocía perfectamente la ruptura total que había de establecer con las opiniones que le fueron enseñadas. No obstante, no subraya tal ruptura de modo constante sino que parece retardar tal pronunciamiento. La forma histórica-narrativa adoptada favorece afirmaciones de este tipo que ya poseen poco sentido, pues en la parte primera ha afirmado que «no existía doctrina alguna en el mundo tal y como la que al inicio de mis estudios se me había hecho desear».

[13] Sobre su comunidad de pensamiento con Charron y Montaigne en esta cuestión vid. E. Gilson, *ob. cit.*, p. 173.

En la versión castellana ya incorporamos la variante que ofrece la edición latina: «ab assuetis populis.»

[14] El carácter categórico de esta expresión se ve confirmado en la edición latina donde se lee «maxime odi» (A-T, VI, 548). Sin duda alguna, pretendiendo lograr el libre curso de la ciencia, desea alejar toda posible imagen de «reformador».

[15] Estimamos que esta expresión significa una clara posición: no sólo en virtud del «nacimiento» puede ocuparse algún puesto vinculado a la organización de los asuntos públicos. También «la posición social» lograda por alguien puede conferirle acceso a tal situación. Parece indicarse que no se excluye a la burguesía del derecho a participar de la gestión y organización del Estado.

[16] Estimo que se refiere fundamentalmente a lo logrado en sus ensayos.

[17] Aún conserva con esta concesión un puesto mínimo para el magisterio que, ya ha dejado claro, que no alcanza a otros hombres.

[18] No ha de entenderse que los términos de esta disyunción tengan carácter excluyente, pues Descartes permitió que fueran relacionados mediante la conjunción copulativa en la versión latina. Esto mismo sucede en otros casos.

[19] Tal es la conclusión obtenida en base a cuantas reflexiones han precedido. De este modo, justificado su proceder, pasará a dar cuenta del modo en que ha trabajado.

[20] Dado que la ciencia debía utilizar el lenguaje que proporciona la matemática, Descartes realiza una crítica consecuente a la lógica clásica. Por otra parte, el abandono de la concepción sustancialista y esencialista (la esencia no sólo constituía la razón de ser de los seres sino de su cognoscibilidad), debía implicar una crítica del silogismo como supremo modo científico de demostración e investigación.

Para la nueva ciencia el silogismo es estéril, aunque pueda tener función en otros usos, v.gr. la dialéctica. Tal pensamiento reaparece en diversas obras (A-T, X, 406 y A-T, IX-2, 13, 24/30). Descartes no adopta tal medio de demostración ni lo estima un medio de investigación pero «no niega el valor de ciertos principios de la lógica: solamente afirma que la mayor parte de ellos apenas sirven para la adquisición de nuevos conocimientos y que en ocasiones son superfluos o perjudiciales» (J. Sirven, *Les années d'apprentissage de Descartes*. Paris, p. 180).

Finalmente las repercusiones de la crítica a la lógica en la

obra de Locke han sido estudiadas por Passmore en «Descartes, the British Empiricits and formal logic», *PbR* 62: 1953, 545-553. Su lectura contribuye a la formación de una imagen que estimamos más certera de las relaciones Descartes-Locke que la que permite suponer su crítica al innatismo.

La concepción portroyalista retransformó el sentido de esta temática para acabar ofreciendo una nueva concepción de la lógica: «Como no podemos adquirir conocimiento alguno de lo que está fuera de nosotros sino por medio de las ideas que hay en nosotros, las reflexiones que pueden hacerse sobre nuestras ideas son quizá lo más importante que hay en la lógica» (Madrid, 1745, p. 36). El interés, pues, de esta escuela no puede ser negado si se desea medir el alcance y orientación que se inaugura con Locke en el pensamiento inglés, máxime cuando se refiere a *El arte de pensar* «como la obra más perfecta que ha aparecido en este género».

[21] Al utilizar tal expresión parece demostrar su desinterés por polemizar sobre tal cuestión.

[22] No es ésta la única ocasión en que se refiere a Lulio. En su correspondencia manifiesta opiniones tan negativas como la presente, tratando de evitar toda confusión en torno «a un determinado tipo de nuevo saber» que sirve para resolver un tipo de problemas geométricos y lo que pretendía Lulio (véase en A-T, X, 63; A-T, X, 156, 8; A-T, X, 164-ss.). Tal ciencia «penitus nova» tampoco puede ser equiparada con la «mathesis universalis» e indudablemente está relacionada con cuestiones de *La Geometría*, I y II. En tal sentido disentimos del doctor Navarro Cordón («Método y filosofía en Descartes», *Anales del Seminario de Metafísica*. Madrid, 1972) y estimamos que textos como el A-T, X, 156, 8 ss. y el A-T, X, 377, 22 ss. proporcionan bases suficientes y claras para establecer tal distinción, como lo ha realizado Weber (*La constitution du...*, p. 9).

Por otra parte, debe notarse que tal valorización de Lulio perviviría en obras como *El arte de pensar*, de notoria divulgación e importancia: «...el arte de Lulio sólo servía para hacer discurrir sin juicio de lo que no se sabe... La ignorancia es mucho mejor que esta ciencia» (Madrid, 1759, p. 53).

Dada la valoración de Lulio realizada por Descartes, es falto de fundamento el considerar que valoró en algo de modo positivo a Lulio en su *Ars Magna*. Por ello y por el análisis de *La Geometría* carece de sentido el afirmar que la «vía cartesiana de trabajo» debía «necesariamente llevarle a una matematización de la combinatoria luliana» (Abellán, *Historia crítica del pensamiento español*, II. Madrid, 1979, p. 298).

[23] Según Descartes «el análisis no es privativo de los modernos». Por otra parte, la correspondencia que mantiene durante el 1619 con Beeckman muestra que Descartes utilizaba las notaciones de Clavius y no las de Ramus o Vieta. Tal hecho es interesante por cuanto permite conocer su fuente de información inicial (véase A-T, X, 156).

[24] Vid. sobre esta cuestión la obra de P. Boutroux. *L'imagination et les mathématiques selon Descartes*. París, 1900. Considérese que los límites de la imaginación contrastan con la universalidad perseguida por el álgebra.

[25] Sin duda alguna, se refiere a las complejas notaciones que él mismo utilizó en una primera época. Posteriormente, como puede comprobarse en *La Geometría*, realizó una simplificación importante en este campo. Véase las páginas iniciales de *La Geometría*.

[26] En las páginas iniciales de *La Geometría* alude en ocasiones a la confusión que producía en los tratados antiguos el no utilizar notaciones propias de la aritmética en la geometría, el no servirse de expresiones utilizadas en el álgebra o el no generalizar la noción de dimensión.

[27] Debe evitarse la «precipitación» pues el trabajo del científico en cualquier campo es lento ya que exige un minucioso conocimiento experimental; igualmente debe evitarse la «prevención», rechazándose de esta forma tanto los prejuicios como la actitud que tiende a considerar como cualidades de las cosas aquello que es propio de nuestra conformación fisiológica o psicológica. El tema será de nuevo recogido en el párrafo final donde la precipitación y prevención son referidas al contexto de las opiniones incorrectas o prejuicios y de las experiencias que han de constituir la materia de los razonamientos, mediante los cuales se pueden corregir múltiples juicios fundados en un conocimiento espontáneo y vulgar, v.gr., tamaño de los astros, formas de los cuerpos, etc... La investigación paciente se contrapone a lo largo de toda la obra de Descartes al conocimiento vulgar y espontáneo (A-T, VII, 40, 1; A-T, VIII, 36, 12/14; A-T, VII, 39, 21/26).

[28] De nuevo el nivel de generalización hace posible dispares interpretaciones. Así, para Denissoff, esta regla junto con las otras tres tienen valor metodológico «únicamente dentro del cuadro de la física» (*ob. cit.*, p. 30). Para Vuillemin se vincula con la reducción de las ecuaciones (*ob. cit.*, p. 131). No cabe duda de que en la medida en que se progresa desde la suposición hacia el conocimiento de la verdad, tal procedimiento es común a cualquier saber. En tal sentido estimamos más acertada la opinión de Vuillemin en tanto que no sea excluyente.

[29] No cabe duda de que tal práctica fue expuesta en *La Geometría*, v.gr. clasificación de las curvas y tratamiento progresivo de las mismas. ¿Pero la complejidad de las cuestiones y el análisis progresivo de las mismas no se respeta en tratados como La Dióptrica? Estimamos que sí.

[30] Como variante en la edición latina se precisa «tum in quaerendis mediis, tum in difficultatum partibus percurrendis». Vuillemin compara el texto de esta regla con otro de *La Geometría*, A-T, VI, 475, 11/21. No cabe duda que este precepto o regla es convenientemente ilustrado en *La Geometría*, pero también estima cumplirlo en otros momentos y tratados.

En consecuencia nos encontramos con que tales preceptos

metodológicos poseen un nivel de generalización tal que permite comprenderlos en diversos contextos: geometría, ciencias de la naturaleza. ¿Por qué seleccionó tales reglas, por qué les confirió tal nivel de generalización? Estimamos que de este modo podía subrayar que sus estudios no eran fruto de la casualidad experimental y que podía ser comprendido por un público de preparación diversa dejando abierta la posibilidad a los técnicos en las diversas materias de juzgar las reglas concretas que podían ser representativas del análisis que presentaba. Por otra parte, al conferir tal generalidad contribuía a dar unidad a los diversos ensayos desde una perspectiva metodológica que supera los planteamientos del conocimiento espontáneo. Estimamos que lo decisivo no es haber afirmado la necesidad del análisis y de la síntesis, sino detallar y justificar las correspondientes técnicas de análisis, sus reglas. Por ello remite Descartes a sus Ensayos cuando se desee juzgar su método, sus procedimientos de análisis. Son tales reglas sobre las que llama la atención. Así nos dice en *La Geometría:* «Deseo advertiros que la invención que consiste en suponer dos ecuaciones de la misma forma con el fin de comparar todos los términos de una con los de la otra... puede servir para una infinidad de problemas y no es de las menos importantes que forman parte del método que utilizo» (A-T, VI, 423).

[31] En la entrevista a Burman se aclara que tal afirmación no es extensiva al campo de la Teología. Por lo que se refiere a la posibilidad de obtener este tipo de demostraciones en otros campos, Descartes fue consciente de la complejidad de sus objetos formales, de la necesidad de recurrir a la experimentación (A-T, X, 165, 15/17), del carácter hipotético de muchas explicaciones aceptadas en las ciencias (A-T, 1, 537 ss.). Finalmente, debe subrayarse que en el presente lugar únicamente afirma que los tratados geométricos «le habían proporcionado la ocasión» de pensar que todas las cuestiones pueden recibir explicaciones semejantes.

[32] Sin duda, alude a la simplificación acometida por él de los signos algebraicos y a su procedimiento o práctica en *La Geometría*. Véase A-T, VI, 371.

[33] El libro I de *La Geometría* es sumamente ilustrativo de cuanto afirma Descartes. Es de destacar que Descartes no incluya en este momento consideración alguna orientada a efectuar una delimitación precisa entre sus doctrinas epistemológicas y una tesis fundamental del pensamiento aristotélico, cuya importancia es clara: «...de cualquier género la ciencia es una sola de uno sólo» (Met., 1003 b, 19-20). No cabe duda de que el deseo de hacerse entender por quienes sólo se sirven de su razón natural, por quienes son ajenos a todos los principios que son otros tantos prejuicios para el progreso de las nuevas orientaciones en ciencia, primó en el momento de seleccionar las consideraciones que debía incluir en este discurso.

Interesado en «no romper la paz con los filósofos», como recuerda en el párrafo que cierra el primer capítulo de *Los Meteoros*, se limita a proponer sus doctrinas, como en este caso, despojándolas de toda consideración crítico-polémica, recalcando únicamente la simplicidad de sus aportaciones y la utilidad que de las mismas se sigue. Para Descartes no se trata de discutir principios como el que hemos reseñado de Aristóteles, sino de iniciar una presentación de «sus razones» que deberán ser enjuiciadas según criterios epistemológicos nuevos: «...deberán ser tanto más aprobadas, cuanto más simples y menor sea el número de los principios requeridos para su explicación» (A-T, VI, 239, 10/13).

[34] En *La Geometría* cada regla introducida y demostrada es utilizada en posteriores análisis cuyo nivel de complejidad es superior.

[35] Dado el contexto de todo el párrafo, *La Geometría*, esta expresión puede ser relacionada con la exclusión de las trascendentes; podría vincularse a la resolución de otros casos.

[36] La expresión es sumamente ambigua: ¿se refiere Descartes a la necesidad de revisar lo que la filosofía afirmaba en relación con los «principios» constitutivos de los seres y, en consecuencia, a la necesidad de criticar el pensamiento aristotélico antes de iniciar la constitución de su física? No cabe duda de que la defensa de tales principios hacía inevitable unas explicaciones y teorías que utilizasen la matemática. ¿Se refiere Descartes a la conveniencia de revisar la teoría del conocimiento, a la necesidad de fundamentar un criterio de verdad con el fin de establecer algo firme y duradero en las ciencias, estableciendo principios evidentes?

[37] La prevención, esto es, intentar dar explicaciones desde el aristotelismo, al igual que la precipitación, no iniciar un conocimiento experimental minucioso del campo que se desea analizar.

TERCERA PARTE

[1] Al igual que en los otros casos el traductor de la versión latina, el protestante E. de Courcelles, recoge del párrafo con que Descartes presentó la edición de 1637 la idea general del contenido de esta parte con la titulación siguiente: «Quaedam moralis scientiae regulae ex hac Methodo depromptae» (A-T, VI, 552).

[2] Llamamos la atención no sólo sobre la expresión latina que suple a la francesa («...lapides, ligna, caementum, aliaque aedificanti utilia sibi comparant», A-T, VI, 552), sino también sobre que la versión francesa introduce la expresión «faire provision».

[3] La versión latina introduce el giro «sic ne dubius et anxius haererem circa ea» (A-T, VI, 552). Con ello parece más bien recoger el estado de ánimo que se traduce en estados de indecisión, irresolución e inactividad, estrechamente vinculados. Descartes deseaba liberar su conducta y estados de ánimo de tales situaciones. Si alude a ello estimamos que no es sino por la difusión que tal estado de ánimo había cobrado, siendo

necesario para los hombres de su época el superarlo. Así permite conjeturarlo una observación que realiza posteriormente: «Esto fue suficiente para liberarme en lo sucesivo de todos los arrepentimientos y remordimientos que turban, generalmente, las conciencias de esos espíritus débiles...».

El Discurso aparece aquí de nuevo como una historia con una propuesta: hacer razonable la secularización de las normas que rigen la conducta y liberar a los espíritus de un temor paralizante. Una respuesta distinta a las dadas por la Reforma protestante y por la Contrarreforma es la de Descartes. No debe olvidarse que esta historia «puede llegar a tener utilidad para algunos», pues su discurso lo propone «solamente como una historia o, si se prefiere, como una fábula» en la que algo puede ser imitado.

Estimo que posee importancia subrayar esto pues el Discurso no trasluce sino un deseo de vivir con dicha en este mundo. Deseo que contrasta poderosamente tanto con la moral y piedad que emanaban de Trento como de Lutero. La alternativa de Descartes lo es frente a tales morales. Finalmente, debe resaltarse el modo en que incita tal moral a la acción, contrarrestando en tal sentido a la muy extensa y divulgada literatura mística que, en realidad, se había convertido en una apología de la inactividad, en un motivo de desinterés por toda transformación del mundo y de las condiciones en que vive el hombre, así como de las propias condiciones humanas que acompañan a épocas de la vida, v.gr. la vejez, cuya suerte debía ser mejorada.

[4] La vida posee sus imperativos; nos urge a la actuación y a la toma de posiciones. Ello conlleva para Descartes la necesidad en cualquier caso de juzgar de acuerdo con unos principios, la necesidad de estar en posesión del saber moral. Así pues, tanto en la selección de los principios o normas que integran tal saber, rector de nuestra conducta, como en su aplicación interviene el entendimiento y la voluntad. Lo que Descartes, pues, propone es la necesidad de actuar aun a sabiendas de que nuestros juicios no gozan sino de probabilidad, de que carecen de una justificación teórica cierta, última y definitiva.

Tal actitud es necesaria para evitar «la ansiedad y la indecisión»; debe ser aceptada con la misma *lucidez* con la que el hombre que reconstruye su casa, busca una donde alojarse antes de iniciar el derribo («...il faut...; ainsi...»).

[5] En primer lugar, la expresión «tres o cuatro máximas» no debe hacernos pensar en un dato introducido deliberadamente para inducir a pensar que la moral expuesta en estas páginas carece de una cuidada elaboración. Tal expresión se justifica al leer el párrafo destinado a justificar su opción profesional (A-T, VI, 27). Esta opción conlleva de hecho el reconocimiento de la división del trabajo y una adhesión personal a la estimación de que «la mejor» ocupación es aquélla en la que el hombre emplea su vida en cultivar la razón y avanzar en el conocimiento de la verdad. Tal juicio no se ve atenuado por el hecho de que prescinda de establecer una valoración de otras ocupaciones muy apreciadas en sectores en auge dentro de su medio social al que siempre se refiere en términos positivos. Tal valoración sería la cuarta máxima.

En segundo lugar es claro que hemos incorporado a esta traducción el calificativo de «provisional» que estimamos debe ser entendido en cuanto portador del significado de las expresiones «en attendant» («tempus» en la edición latina) y «par précaution» tal y como a ello induce el comentario de Descartes en la entrevista a Burman y la misma comparación establecida con el aprovisionamiento de materiales: es una precaución que debe tomarse.

La decisión, en tercer lugar, de adoptar esta moral viene expresada en la misma forma verbal que la que marca el momento y decisión de iniciar el nuevo «camino» al abandonar la tutela de los preceptores (A-T, VI, 9, 17). Tal recurso no es sino un procedimiento para resaltar los momentos de reflexión personal que concluyeron con la adopción de alguna decisión u orientación de especial importancia que no sería anulada con posterioridad.

En cuarto lugar, debe advertirse al lector de este discurso de que su autor invocará de nuevo estas reglas en una importante carta dirigida a Elisabeth en 1645, el 4 de agosto. En tal momento concede una relevancia especial a los principios sobre los que basa la justificación de su decisión. Son estos:

a) Cada uno debe intentar servirse, del modo mejor que fuere posible, de su espíritu para conocer lo que debe o no hacer en cada circunstancia de la vida.

b) Debemos poseer la firme y constante resolución de ejecutar todo lo que aconseje la razón sin que lleguen a alejarnos de ellos las pasiones o los apetitos. Lo cual no es obstáculo para que sea considerada su influencia cuando se trata de juzgar acciones cometidas por personas que no han tenido un cultivo de la razón (A. Huygens, A-T, V, 655, y Edc. Bridoux, p. 1290).

c) Conduciéndonos de este modo, según nuestra razón, estimaremos que todos los bienes que no poseemos están igualmente alejados de nuestro poder.

La justificación final que de todo ello se ofrece es clara: si hacemos siempre todo aquello que nos dicta nuestra razón, jamás tendremos motivo alguno para arrepentirnos de ello, aunque los acontecimientos lleguen a mostrarnos nuestra equivocación, puesto que ello no nos sería imputable.

Es, pues, claro que Descartes sólo nos indica que introdujo esta parte para tomarse algunas precauciones. No obstante, algo es evidente: se mantuvo siempre en esta misma posición sin expresar nunca la posibilidad o el deseo de acometer con un estudio de la moral en base al cual pudiera corregir las posiciones defendidas con anterioridad. De hecho no formuló otra moral.

En este sentido, *El Discurso del Método* que había sido presentado como una propuesta imitable o no, cuestión a

decidir por el lector, abría una clara alternativa que prescindía de todo análisis y justificación última y claras de los principios que debían regular la vida moral. A su vez el enjuiciamiento de la acción humana quedaba desmarcado de las polémicas de la gracia, la salvación. Estas ausencias debían ser sentidas con tanta mayor facilidad cuanto mayor fuera el recuerdo por parte del lector de que uno de los propósitos claves de Descartes era el de «ver claro en mis acciones y avanzar con seguridad en esta vida».

[6] La edición latina precisa «quam optimam judicabam» (A-T, VI, 552). Como indica Gilson (*ob. cit.*) tal apreciación no puede haber sido introducida sino por Descartes ya que el traductor era protestante. El propio Descartes advertía a los lectores-de-la edición latina de que efectuada la traducción, le fue entregada con el fin de que modificara lo que en la misma no fuera de su agrado. Así lo hizo, según reconoce Descartes: «...ac versio mihi tradita, ut quicquid in ea minus placeret, pro meo jure mutarem. Quod variis in locis feci» (A-T, VI, 539).

La princesa Elisabeth en carta a Chanut le transmitía que «nunca había carecido de celo por la Iglesia, pero que nunca había sido ni ciego ni carente de norma» (A-T, V, 475).

La posición de Descartes se mantuvo invariable así como su justificación en relación con la primera parte de esta regla: «...es preciso también examinar en particular todas las costumbres de los lugares en que vivimos para saber hasta dónde deben ser seguidas. Y aunque no podamos tener demostraciones ciertas de todo, debemos, sin embargo, tomar partido y abrazar las opiniones que nos parezcan más verosímiles en relación con todo cuanto se relaciona con el uso, para que, cuando tengamos que actuar, nunca permanezcamos irresolutos» (Elisabeth, Egmond 16, sept. 1645).

[7] Estas breves expresiones son muy reveladoras de la opinión que le merecía su época así como de las instituciones que habían llegado a crear tal situación. Considerando el aprecio y defensa de la libertad de expresión que Descartes ejerció, cabe destacar como revelador de la actitud de Descartes el siguiente texto fechado en Egmond el 10 de mayo de 1647: «...He oído decir que los teólogos desean constituirse en jueces, es decir, sentarme ante una Inquisición más severa de lo que nunca fue la de España, mostrándome como adversario de su religión. En relación con esto se desearía que yo emplease el crédito del Sr. Embajador de Francia y la autoridad del Príncipe de Orange no para obtener justicia, sino para interceder e impedir el avance de mis enemigos. No pienso seguir tal opinión. Solamente pediré justicia y si no la puedo obtener, estimo que lo mejor será proceder con apacibilidad a preparar mi retirada.»

[8] Esta tesis es defendida igualmente en diversos lugares de *Las Meditaciones Metafísicas*, en *Los Principios de la Filosofía* (I, 32), en *El Tratado de las Pasiones* (art. 37) e incluso en la correspondencia, teniendo un lugar destacado las precisiones que ofrece a Regius (A-T, III, 372, 12/14) así como el comentario a la tesis XVII del Programa de Regius (véase trad. Castellana en Cuadernos Teorema, Valencia, 1981, bajo el título *Explicación de la mente humana*).

[9] Después de haber denunciado la intransigencia de la época y de haber señalado una de sus más importantes consecuencias, Descartes sitúa a la libertad en el primer plano de sus valores. El contraste, a renglón seguido de tal opinión, con el juicio que su época le merecía, no hace sino acentuar el interés de su apreciación y de su propuesta.

A su vez, conexiona tal temática, no enajenar la propia libertad, con un tema que poseía una especial relevancia desde que Lutero en diversos escritos (*La cautividad babilónica de la Iglesia*, 1520; *Juicio sobre los votos monásticos*, 1521; *Los artículos de Schmalkanda*, 1537-38) había suscitado una polémica sobre el tema, difundido no sólo mediante sus obras sino también de modo poderoso por el erasmismo (véase en Bataillon, M.: *Erasmo y España*. México, 1966).

La doctrina ortodoxa estaba claramente fijada. Para St. Tomás tres razones hacían aparecer «más meritorio y laudable el hacer las cosas con voto que sin él». En primer lugar, «hacer el voto es acto de latría, que es la principal virtud entre las morales»; en segundo lugar, «aquel que hace un voto y lo cumple se somete en mayor grado a Dios que el que sólo lo cumple»; finalmente, el mayor mérito se deduce de «la firme adhesión de la voluntad al bien por el voto» (*Suma Teológica*, IX, 2-2, 88, respuesta del artículo sexto. BAC, Madrid, 1955).

Lutero, sin embargo, se había pronunciado sobre el tema de un modo inequívoco, siendo representativas las siguientes afirmaciones: «...Aconsejo en primer lugar a los magnates de las Iglesias que supriman todos esos votos..., vidas votivas, o que no las aprueben ni las ensalcen. Si no lo hicieren, quiero convencer a todos los que anhelan salvarse con más seguridad..., que se abstengan de toda clase de votos, en particular de los solemnes y perpetuos.»

«...Tenemos ya bastante con intentar cumplir lo que tan abundosamente prometimos en el bautismo y que excede todas las posibilidades de cumplimiento»... «Encontrarás a muchos que defienden que lo realizado por el voto es más valioso que lo que hacen sin él... ¡Fariseos ciegos e impíos...! A fuerza de vocear quieren prestigiar estos hombres impíos sus invenciones...» (Escribió de modo reiterado sobre el tema. Véase en la edición castellana, realizada por Teófanes Egido. I. Salamanca, 1977. De ella hemos recogido estas líneas.)

Tal cotejo de opiniones permite comprender que las palabras de Descartes provocaran una cierta intranquilidad. Su respuesta a Mersenne (A-T, III, 166-177) no es sino la de quien «larvatus prodet». Hemos tratado de destacar el sentido moral de «indifférent».

[10] Según la edición latina «...si ex eo quod tunc res quasdam ut bonas amplectebar, obligassem me ad easdem etiam postea amplectendas» (A-T, VI, 553).

[11] El texto latino aún precisa más pues no sólo indica

«...quae ob rationes valdedubias susceperam», sino también «vel forte nullas» (A-T, VI, 553).

[12] Estimamos que es imprescindible aportar la traducción de algunos lugares de la correspondencia de Descartes donde precisa el significado y alcance de esta regla. Nos referimos en primer lugar a la carta en que Descartes contesta a un desconocido interlocutor. Este le manifiesta a Descartes su disconformidad con esta regla ya que «parece ser muy peligrosa, puesto que es preciso atenerse a las opiniones que en una cierta ocasión se ha determinado seguir, tanto en el caso de que fuesen las más dudosas como si fuesen las más garantizadas; ya que si son falsas o nocivas, cuanto más sean seguidas, tanto más se comprometerá con el error y el vicio» (A-T, I, 513, 1/6).

Descartes responde en su carta de marzo de 1638 (A-T, II, 34) haciendo constar: «He afirmado algo totalmente diferente, a saber, que es preciso ser decidido en las acciones aunque se permanezca indeciso en los juicios, así como no seguir con menor tenacidad las opiniones más dudosas, es decir, no obrar con menor tenacidad siguiendo las opiniones que se estimen dudosas, después de haberse determinado a ello, esto es, cuando se ha considerado que no hay otras que puedan estimarse mejores o más ciertas; como en efecto lo son bajo esta condición» (la expresada al enunciar la regla). «Y no debe temerse que esta firmeza en la acción nos comprometa cada vez más con el error o el vicio, puesto que el error no es propio sino del entendimiento, el cual supongo que, no obstante, permanece libre y considera como dudoso lo que es dudoso. Además relaciono esta regla con las acciones de la vida que no toleran dilación alguna y, por otra parte, no me sirvo de ella sino por provisión y con el proyecto de cambiar mis opiniones tan pronto como pueda encontrar otras mejores y sin perder ocasión alguna de cambiar. Finalmente me he visto obligado a referirme a la resolución y firmeza con que se debe actuar, no sólo porque es necesario para el reposo de la conciencia, sino también para impedir que se me difamase por lo que había expuesto, esto es, para evitar la prevención es preciso una vez en la vida el deshacerse de todas las opiniones que con anterioridad hemos recibido en nuestra creencia: se me hubiera reprochado que esta duda tan generalizada podía dar lugar a una gran irresolución y a un gran trastorno de las costumbres. Por todo ello me parece que no he podido usar de mayor circunspección para situar la decisión, en tanto que es una virtud, entre los dos vicios que son contrarios a la misma: la irresolución y la obstinación» (A-T, II, 34-36).

Es claro que ante la ausencia de razones capaces de generar un estado de certeza que pudiera guiar nuestra voluntad, basta con conocer que se carece de tal estado y con aceptar una «simple seguridad» moral, según expresión de Gilson, para guiar nuestra voluntad. Tal seguridad moral es capaz de liberarnos de la conciencia desdichada que generaba el catolicismo tradicionalista y otras concepciones de la época, así

como de la impaciencia, indecisión y tristeza que acompañan a tales estados. No debe olvidarse que para Descartes basta con que «nuestra conciencia nos testimonie que nunca hemos carecido de decisión... para ejecutar cuantas acciones hemos estimado que eran las mejores..., siendo esto suficiente para que vivamos alegres» (A-T, IV, 266, 22 ss.).

[13] La edición latina trata de acentuar la idea de desorientación (la falta de certeza racional que regule la voluntad) al presentarnos a alguien que está perdido en un bosque y desconoce camino alguno frecuentado o también hacia qué parte debe encaminarse («...qui si forte in media aliqua silva aberrarint, nec ullum iter ab illis tritum, nec etiam versus quam partem eundum sit agnoscant» (A-T, VI, 553-554).

[14] La edición latina trata de subrayar la carencia de razones para tomar una dirección en vez de otra («...quamvis forte initio plane nullas habuerint, propter quas illam potius quam alium quamlibet eligerent...» A-T, VI, 554).

[15] La expresión debe entenderse en términos absolutos, tal y como da a entender la versión latina («optimum»): «...quoties circa illa quid revera sit optimum agnoscere non possumus...» (A-T, VI, 554).

A su vez es claro que «la probabilidad» no es desechada del orden práctico como tampoco lo será del orden teórico. Disentimos en tal sentido de Gilson y de su comentario a este lugar, *ob. cit.*, p. 245.

[16] Mediante la expresión de «tal índole» hemos traducido la francesa «se trouve telle» que corresponde con la latina «...quia nempe ratio propter quam illam elegimus vera et certa est» (A-T, VI, 554).

El sentido de este texto teniendo en cuenta lo expuesto en la n. 12 es claro: los imperativos de la vida exigen la toma de opciones; las razones que nos lleven a una determinada, pueden ser dudodas, pero siendo conocidas como tales, y no siendo posible acceder a otras «más verdaderas», debemos considerarlas, por relación al campo de la práctica, no como dudosas sino como muy verdaderas en tales condiciones.

[17] Descartes se refiere en *El Tratado sobre las Pasiones* al arrepentimiento indicando que «es la más amarga de las pasiones, motivada por el mal que hemos hecho». En el polo opuesto se sitúa la satisfacción (A-T, XI, 377, 18/22). Por lo que se refiere al remordimiento aclara en la misma obra (A-T, XI, 376, 10/15) que se produce cuando «nos determinamos a una acción antes de disiparse la irresolución», distinguiéndose de otras pasiones por su referencia al pasado.

[18] Inconstancia que proviene de («vacilante judicio», A-T, VI, 554) las vacilaciones en los juicios.

[19] La influencia estoica se deja sentir con toda claridad. Gilson nos remite a Epicteto, *Manual...* VIII y a Séneca, *De vita beata* XV, 7.

[20] Es claro que el término «pensamiento» significa «todas las operaciones del alma» (A-T, II, 36, 7/8). En consecuencia viene a reconocer en este punto que múltiples causas pueden

impedir que se realicen nuestros deseos; seguir persuadidos de que el mundo «no ha sido hecho sino para nosotros» no nos conducirá sino a soportar de mal grado las desgracias de la fortuna. Los que por nacimiento han sido poderosos y dichosos son los más propensos a equivocarse y los que peor soportan las desgracias (Id. 15/21).

[21] Al traducir el término «content» hemos introducido los dos calificativos que estimamos reveladores de la pretensión cartesiana (A-T, IV, 264, 11/13).

[22] Descartes retomó estas cuestiones en la correspondencia con Elisabeth. Así y con referencia a este punto vemos cómo afirma que «...Lo que hace que no deseemos tener, por ejemplo, más brazos o más lenguas de las que tenemos, pero sí que deseemos tener mayores riquezas o mayor salud, es solamente el que nos imaginamos que tales cosas podrían ser aquí adquiridas en virtud de nuestra conducta o bien el que imaginamos que son debidas a nuestra naturaleza, no siendo igual en los otros casos; podremos despojarnos de tal opinión considerando que, puesto que nosotros hemos seguido siempre el dictado de nuestra razón, no hemos omitido nada que esté en nuestro poder y que las enfermedades y los infortunios no son menos naturales al hombre que la prosperidad y la salud» (A-T, IV, 266, 8/21).

A la vista de estos razonamientos parece que Descartes está fundamentalmente interesado en destacar que la mayor fecilidad del hombre depende de este uso correcto de la razón que está describiendo; en consecuencia, subraya que es preciso evitar la impaciencia que provoca el deseo desmedido, la intranquilidad de ánimo y la tristeza que provocan los arrepentimientos y dudas constantes.

Existe, por otra parte, un claro deseo de regular nuestros deseos a partir de una satisfacción suficiente de nuestras necesidades, lo cual conlleva el reconocimiento de que «los pobres y los desafortunados no pueden ser enteramente felices ni estar satisfechos».

A su vez, para llegar a tener y gozar de «una satisfacción sólida ... es preciso tener una voluntad firme y constante de ejecutar todo cuanto estimemos que es mejor, empleando toda la fuerza de nuestro entendimiento para juzgar adecuadamente» (a Elisabeth, Egmond, 18 de agosto de 1645).

Ahora bien, en la medida en que se invita a la acción siguiendo las pautas de nuestra razón y buscando regular nuestros deseos, cabe considerar algunas verdades que contribuyen a regular tales deseos. Entre esas verdades Descartes enumera a Elisabeth (Egmond, 15 de septiembre de 1645) tres: hay un Dios, las relacionadas con la índole de nuestra alma y, finalmente, la índole social del hombre por la que nos vemos obligados a «preferir los intereses del todo, del que se es parte, a los de una persona particular», aunque «con mesura y discreción».

[23] Como en otros casos Gilson deja constancia de la posible influencia del neoestoico Lipsius a través del prólogo a su edición de Séneca, *Manuductio ad philosophiam stoicam* (1604); en III, 14. A su vez, «Deus non vincit sapientem felicitate, etiamsi vincat aetate», se lee en Séneca, Epist. 83.

[24] Gilson subraya las coincidencias literarias de la edición latina «...se solos divites...», «...solos potentes...», «...solos liberos...», y «...solos felices») con textos de Lipsius en su *Manuductio ad philosophiam stoïcam* en los siguientes lugares: III, 11; III, 13; III, 12; III, 14.

[25] La traducción se justifica atendiendo al uso de «revue» en el cuarto precepto metodológico de la parte segunda de este discurso.

[26] Su opción profesional viene fundada en dos consideraciones: por una parte, las estimables compensaciones recibidas de tal ocupación y, por otra, el descubrimiento de verdades que revestían para él importancia destacada. Con este segundo tipo de razones deben conexionarse sus observaciones en relación con el logro de todos los verdaderos bienes que estuviesen en su poder. La parte sexta insistirá sobre tal tipo de consideraciones. La nota 18 de la primera parte puede completar estas precisiones.

[27] Descartes precisa a Mersenne que no comprendía su desacuerdo con la tesis expuesta, según la cual «basta juzgar bien para obrar bien», cuando era doctrina común de la Escuela que «voluntas non fertur in malum, nisi quatenus ei sub aliqua ratione boni repraesentatur ab intellectu» (A-T, I, 366, 5 ss.).

Por otra parte, cabe recordar que sólo en el caso de un conocimiento evidente se ve regulada la voluntad por el entendimiento. Así lo precisa en diversos lugares de Las Meditaciones siendo muy ilustrativo el aducido por Gilson: «Rei cogitantis voluntas, voluntarie quidem et libere (hoc est enim de essentia voluntatis), sed nihilominus infallibiliter, in bonum sibi clare cognitum.» (A-T, VII, 166, 37; en edición realizada por Vidal-Peña (Alfaguara), p. 133, axioma VII.)

Siguiendo esta misma línea de pensamiento se afirma en carta a Mesland de 1645 que «... tanto más libremente soy llevado hacia algo», «cuando mayor es el número de razones por las que soy llevado» (A-T, IV, 175, 2/5).

Cuando nos encontramos, pues, con que la determinación de la voluntad no se funda sobre un juicio evidente, es preciso «seguir la virtud: es decir, tener una voluntad firme y constante de ejecutar todo aquello que juzguemos ser lo mejor así como emplear toda la fuerza de nuestro entendimiento en juzgar correctamente» (A-T, IV, 277, 21/25).

[28] La edición latina dice «contentus ac beatus» (A-T, VI, 536).

[29] Estimamos interesante reproducir el comentario de Cohen (*Ecrivains...*, pp. 430-431) por cuanto relaciona esta afirmación con el diario de Beeckman. Para Cohen el punto de partida es el 10 de noviembre de 1619. Se refiere, pues, al período 1619-1628. Beeckman comenta que Descartes le «había prometido enviar en breve plazo su álgebra, ya concluida, y

por la cual había llegado a un perfecto conocimiento de la Geometría... Quizá vuelva de nuevo para poner al día su estudio y perfeccionarlo con el fin de que entre los dos lleguemos a concluir el estudio de lo que resta por descubrir en las ciencias».

Estamos, pues, en tal período ante un Descartes que ya ha escrito la Geometría analítica. A su vez, Beeckman deja constancia de que le prefiere a «todos los aritméticos y geómetras que ha conocido o cuyas obras ha leído». Junto con tal juicio sobre la obra de Descartes, Beeckman recoge lo que debió ser comunicado por Descartes: «...que después de recorrer Alemania, Francia e Italia... no ha podido encontrar alguien del que haya podido esperar ayuda en sus investigaciones». Tal juicio si se limita, como estimo, al campo de la Geometría Analítica debe ser aceptado.

Tales observaciones vienen a reforzar la justificación de la traducción ofrecida al texto que se comenta en la nota 5 de la segunda parte de este discurso. Tales datos se verían avalados por la correspondencia de Descartes y explicarían la rapidez con que puso a punto la Geometría para proceder a la edición de 1637.

[30] Hemos incorporado el adverbio «quotidie» explicitado en la edición latina (A-T, VI, 556) por cuanto implícitamente está recogido en el texto francés.

[31] El texto latino revela claramente el significado de «suspecte» al afirmar «...quidnam posset in dubium revocari» (A-T, VI, 556).

[32] Estamos ante una clara alusión al inicio de estudios relacionados con las ciencias de la naturaleza o del hombre. Posteriormente hará alusión a los mismos, especificando que algunas de las observaciones realizadas así como la práctica del nuevo método se vinculaba tanto con el campo de la matemática como con el de las ciencias naturales y del hombre. Este texto, pues, creemos que reviste importancia para corregir la opinión de Denissof (véase nota 28 de la segunda parte).

[33] Es claro que *Las Metereológicas* o *Sobre el Cielo* de Aristóteles estaban vinculadas a principios generales de su física, los cuales serán abandonados por Descartes. Ello conllevaba una renovación de las explicaciones concretas. La caracterización del discurso científico según Aristóteles implicaba que la determinación de las ciencias y la univocidad del discurso se efectuara en base al género de seres estudiados. En consecuencia «el paso a otro género» venía desechado. *La Geometría* tampoco respeta ese «principio». Se ve, pues, que con apreciaciones como ésta está aludiendo a muy diversas cuestiones.

[34] Es clara la forma en que recusa tanto su participación en el mundo de «las tertulias» y «salones» como la figura del filósofo-comentador de los textos antiguos.

[35] Como se deduce de múltiples contextos el término «vulgar» está en lugar de la expresión «filosofía de la escuela», véase v.gr. A-T, V, 544. Descartes nos dice que pasó estos años

sin decidir ni discutir de lo que suelen discutir los doctos, los filósofos académicos. Expresión muy general y ambigua que no nos permite establecer matización, pues las discusiones giraban sobre los planteamientos tradicionales, acentuándose una u otra cuestión, según fuera la índole de los estímulos culturales de cada situación y momento.

[36] Debe entenderse en el sentido de «algún sistema completo de filosofía».

[37] Es claro que se refiere a la guerra de liberación sostenida contra España, que concluiría en 1648.

Cuarta Parte

[1] La edición latina presenta esta parte bajo las siguientes palabras: «Rationes quibus existentia Dei et animae humanae probatur, quae sunt Metaphysicae fundamenta.»

Por otra parte debe subrayarse el interés que existió en vincular los contenidos de esta parte con la doctrina de S. Agustín. En casos como el de Arnauld la utilización del cartesianismo pierde toda la virulencia que, por ejemplo, apreciaba Bossuet y que motivó (1663) la introducción en el Indice de las obras de Descartes *donec corrigatur*.

Pero la existencia de movimientos como el de Port-Royal, vinculados a sectores temáticos del cartesianismo, seleccionados con criterios propios del espíritu reformador de la espiritualidad y vida cristianas que primaban en la escuela, no fueron capaces de ocultar el materialismo que alentaba la formulación mecanicista que también fue presentada en este Discurso con referencias y alusiones a otra obra. Tales posibilidades motivaron el que los Padres del Oratorio se pronunciaran contra la filosofía de Descartes prohibiendo su enseñanza (Bayle nos da cuenta de las Actas de la Asamblea que tuvo lugar en París, septiembre 1680, y en las que se realizó tal condena: *Les nouvelles de la République des Lettres*, marzo 1684, artículo III, p. 10. Georg-Olms V, 1970).

Finalmente, debe advertirse que en algún momento (A-T, I, 560, 9/10) Descartes reconoció que esta parte era «la más importante», pero también «la menos elaborada». Esto fue debido a que no tomó «la resolución de introducirla sino al fin y cuando el librero me urgía» (íd.). Sin embargo, en otros momentos parece manifestar que tal falta de elaboración ha sido buscada, deseada pues «escribe en lengua vulgar» y, por tanto, podía favorecer el que «pudiera turbar los espíritus no formados» (A-T, I, 354, 1 ss.). Por ello no deseaba conferir extensión a los razonamientos de los escépticos.

[2] Sus reflexiones metafísicas ya toman cuerpo durante su estancia (1629) en Franeker (A-T, I, 182, 17/20). Pero Descartes fue consciente en todo momento de que «la metafísica es una ciencia que casi nadie entiende» (A-T, II, 570, 18/20) o bien de que «...hay pocas personas que sean capaces de entender la metafísica» (A-T, II, 596, 22). Incluso llega a dejar constancia

de que «la experiencia le ha hecho conocer que la mayor parte de los espíritus que poseen facilidad para entender los razonamientos de la metafísica son, sin embargo, incapaces de concebir los del álgebra y, recíprocamente, aquellos que comprenden fácilmente los de ésta son incapaces de concebir los de aquélla» (A-T, IV, 46, 6/12).

Las palabras con que abre esta parte expresan sus temores; más fundados en esta ocasión pues tiene presente a un público muy diverso en el que «incluso» ha de considerarse a las mujeres (A-T, I, 560, 23/25). Lo que Descartes pretende, pues, destacar es que estas páginas pueden no ser agradables para ese vasto público pues son de índole metafísica por el objeto que analizan: los principios del conocimiento. En consecuencia, no traducimos como «tan abstractas» tal como sugiere Gilson (*ob. cit.*, p. 283), ni estimamos que posea el término «metafísicas» connotaciones peyorativas como sí que las tiene en otros momentos (A-T, XI, 38, 1/5).

[3] Tal ha de ser la característica del «primer principio». El criterio adoptado para guiar esta indagación, libre y deliberadamente planificada («...pudiera imaginar», «decidí suponer», etc... son expresiones con las que intenta destacar tales características), ha sido formulado en términos tales que el escéptico lo deba admitir: «rechazar como absolutamente falso, todo aquello en lo que pudiera imaginar la menor duda». En *Las Meditaciones* se formulará de modo idéntico: «...me bastará para rechazarlas... con encontrar en cada una el más pequeño motivo de duda» (Edic. V.-Peña, p. 17). *Los Principios de la Filosofía*, 1, 2, formulan el mismo criterio destacando que «será muy útil el que rechacemos...».

[4] Es claro que en este momento la duda no alcanza sino a que las cosas sean *tal como* los sentidos nos las hacen imaginar. El alcance así como el desarrollo del proceso de duda en *Las Meditaciones* es más completo, minucioso y complejo.

[5] En el presente texto Descartes sólo invoca un hecho como fundamento, como motivo que permite abrir una duda: hay hombres que cometen errores. En la medida en que él como cualquier otro hombre estaba sujeto a error, encuentra razonable dudar de cuanto le hubiera podido parecer una demostración.

[6] La edición latina establece una matización: «...cum tamen tunc semper aut fere semper sit falsa» (A-T, VI, 558).

[7] Esta afirmación complementa la correspondiente a la nota 4. Aquí la duda alcanzaría a la existencia del mundo y no sólo a si existe o no semejanza entre las cosas y nuestras ideas.

[8] La edición latina de la que Descartes afirmaba en una nota con que se abría que era conocida por él y que le había sido entregada para que «...quicquid in ea minus placeret, pro meo iure mutarem», introduce la siguiente formulación: «ego cogito, ergo sum, sive existo» (A-T, VI, 558). Por lo que se refiere al significado de «penser-cogitare» puede verse el artículo 9 de la parte primera de *Los Principios de la Filosofía* así como otros muchos momentos coincidentes con éste, v.gr.

inicio tercera meditación. De igual modo niega en múltiples lugares el que debe considerarse como un razonamiento: no es preciso suponer premisa alguna mayor. El carácter intuitivo del cogito es constantemente reafirmado, v.gr. A-T, X, 368, 23 ss.; A-T, IV, 444, 23 ss.; A.T, VII, 481, 21; A-T, VII, 140, 18 y A-T, V, 147.

Sobre la posible influencia de S. Agustín debe consultarse la carta a Mersenne del 25 de mayo de 1637. Descartes rechaza tal conexión. El tema fue tratado por L. Blanchet en *Les antécedents historiques du 'Je pense, donc je suis'*. París, 1920, pp. 100 ss.

[9] En la edición latina la expresión «si ferme et si assurée» se sustituye por «adeo certam esse atque evidentem» (A-T, VI, 558).

[10] En A-T, IV, 444-445 Descartes se refiere a lo que debe entenderse por «primer principio», pues *principio* tiene diversos sentidos. El segundo epígrafe de nuestra Introducción recoge el texto.

[11] Aunque, como nota Alquié (*ob. cit.*), la duda sobre la existencia del mundo es evocada a título de posibilidad, ello viene a suponer el complemento del estadio en que decidió suponer que no existía cosa alguna que fuese tal como los sentidos nos la hacen imaginar.

[12] En su Comentario Gilson (p. 302) destaca que «el problema aquí planteado no es el de saber si la afirmación del pensamiento es o no la condición de la afirmación del mundo exterior, sino el de saber si la afirmación del mundo exterior es o no la condición de la de mi pensamiento. La orientación del desarrollo de Descartes es diferente: ...poner en duda la existencia del mundo exterior, es pensar, y en consecuencia es probar mi existencia en tanto que sustancia pensante».

[13] En la edición latina: «quamvis interim et meum corpus, et mundus, et caetera omnia quae unquam imaginatus sum revera existerem» (A-T, VI, 558).

[14] En la edición latina: «...nullam ideo esse rationem cur credam me durante illo tempore debere existere» (A-T, VI, 558).

[15] En la edición latina: «Adeo ut Ego, hoc est, mens per quam solam sum is qui sum» (A-T, VI, 558).

[16] Es claro que este tema suscitó preguntas a las que Descartes parece no contestar. Así en la respuesta a las Quintas Objecciones se lee: «...aquí alegáis en mi contra... una razón... Pues, a fin de probar que no es una regla segura la de que *son verdaderas todas las cosas que concebimos con entera claridad y distinción*, decís que muchos preclaros ingenios, que han debido conocer muchas cosas con claridad y distinción, han estimado que la verdad se hallaba escondida en el seno de Dios o en un profundo abismo... Y, por último, hay mucha verdad en lo que añadís, a saber: que no deberíamos trabajar tanto por confirmar la verdad de dicha regla como por conseguir un buen método para saber si nos engañamos o no cuando pensamos concebir claramente una cosa; pero yo mantengo que eso es lo

que he hecho en su lugar« (Edic. Vidal-Peña, pp. 286-287). En otros momentos se plantea la misma temática, existiendo una respuesta similar. Pienso que el método al que alude en esta respuesta no es otro que el que ofrece en «El Discurso del Método para dirigir adecuadamente la razón e investigar la verdad en las ciencias». Y en la medida en que su correspondencia nos remite a sus Ensayos, el que pone en práctica; puesta en práctica que ha sido precedida por una costosa elaboración como testimonian *Las reglas para la dirección de la mente*.

[17] En la edición latina se lee: «...evidentissime enim intelligebam dubitationem non esse argumentum tantae perfectionis quam cognitionem» (A-T, VI, 559).

Comentando esta afirmación, indica a Burman: «En esta parte del *Discurso del Método* se encuentra un resumen de las meditaciones que debe ser desarrollado dentro de las meditaciones mismas. Ha reconocido su imperfección por la perfección de Dios. Y aunque no lo ha hecho explícitamente, lo ha hecho implícitamente. Pues, explícitamente, nosotros podemos conocer nuestra imperfección antes que la perfección de Dios, pues podemos prestar atención a nosotros antes de prestarla a Dios y concluir respecto de nuestra finitud antes de concluir sobre su infinitud; pero, implícitamente, el conocimiento de Dios y de sus perfecciones debe siempre preceder al conocimiento de nosotros mismos y de nuestras imperfecciones. Pues, en realidad, la perfección infinita de Dios es anterior a nuestra imperfección, puesto que nuestra imperfección es defecto y negación de la perfección de Dios; así, todo defecto y toda negación, presuponen la cosa de la que es defecto y negación.
O. Pero entonces, ¿la nada debe presuponer el ser?
R. En metafísica la nada es comprendida a partir del ser (A-T, V, 153).

[18] La expresión es idéntica a la comentada en la nota 5 de la segunda parte de este discurso. Teniendo en cuenta lo expuesto en la nota mencionada y en la nota 2 de esta parte, la expresión «m'avisai de...» la traducimos por «comencé a».

[19] En la edición latina: «...de variis rebus extra me positis...» (A-T, VI, 559).

[20] En la edición latina: «hoc est, non aliam ob causam in me esse quam quia deerat aliquid naturae meae, nec erat plane perfecta» (A-T, VI, 559).

[21] En la edición latina se lee «de cogitatione sive idea» (A-T, VI, 559). En la Def. II de las razones que prueban la existencia de Dios..., perteneciente a la respuesta de las Segundas Objecciones se da la siguiente definición de *Idea:* «Con la palabra *idea*, entiendo aquella forma de todos nuestros pensamientos, por cuya percepción inmediata tenemos conciencia de ellos. De suerte que, cuando entiendo lo que digo, nada puedo expresar con palabras sin que sea cierto, por eso mismo, que tengo en mí la idea de la cosa que mis palabras significan. Y así, no designo con el nombre de idea las solas imágenes de mi fantasía; al contrario, no las llamo aquí ideas en cuanto están en la fantasía corpórea (es decir, en cuanto están pintadas en ciertas partes del cerebro), sino sólo en cuanto informan el espíritu mismo aplicado a esta parte del cerebro» (Edic. Vidal-Peña de *Las Meditaciones*, p. 129).

[22] Sobre estas líneas fueron varias las observaciones realizadas a Descartes, ver la carta a Vatier del 22 de febrero de 1038. Es claro, no obstante, que sólo la tercer meditación ofrece un desarrollo adecuado de cuantos nuevos presupuestos permiten comprender esta afirmación. En cierto modo la edición latina trataba de sugerir la problemática a que aludimos cuando al margen introducía la siguiente afirmación: «Nota hoc in loco et ubique in sequentibus nomen Ideae generaliter sumi pro omni re cogitata, quatenus habet tantum esse quoddam objectivum in intellectu» (A-T, VI, 559). Indudablemente esta nota fue introducida por Descartes quien tenía perfectamente en mente las objecciones y respuestas que este párrafo había justificado. Los axiomas III, IV y V contenidos en las respuestas a las Terceras Objecciones conectan plenamente con el principio de causalidad tal como se introduce en la tercera meditación (Edic. Vidal-Peña, pp. 36 y 133).

[23] Recomendamos la lectura del capítulo III de la obra de Laporte, *Le rationalisme de Descartes*. París, 1945, pp. 76-114, pues junto con una exposición de cuanto se relaciona con la teoría de las ideas y, en consecuencia, del innatismo, se enjuicia la posibilidad en diversos lugares de considerar los planteamientos de Descartes como precedentes del idealismo kantiano. El capítulo anterior al mencionado, dedicado al estudio de las facultades del conocimiento, es un complemento inevitable para valorar tal interpretación. Como cotejo al lector castellano puede consultar la sugestiva y precisa Introducción que Vidal-Peña trazó para presentar *Las Meditaciones Metafísicas*.

[24] En la edición latina «a re, cuius natura esset perfectior, impetiam...» (A-T, VI, 559).

[25] En la edición latina a la expresión «j'eusse eu, de moi-même» sustituye el giro «a me ipso habuissem» (A-T-, VI, 560).

[26] A la expresión «que je pouvais remarquer être en Dieu» le corresponde la latina «quas in Deo esse intelligebam» (A-T, VI, 560).

[27] La traducción efectuada ya indica que se trata del conocimiento que sin ayuda de la revelación podemos tener de Dios; la versión latina acentúa tal matiz del modo siguiente: «...quantum a me naturaliter agnosci potest» (A-T. VI. 560).

[28] En la edición latina se lee «ex eo est quod nunquam animum, a sensibus abducant, et supra res corporeas attollant» (A-T, VI, 561).

[29] Es indudable que esta tesis evoca el conocido pasaje de la meditación segunda en que acaba cuestionándose «¿qué es esa cera, sólo concebible por medio del entendimiento?» (Edic. Vidal-Peña, pp. 28-29). Tal cuestión se plantea en las meditaciones después de haber establecido que tiene conciencia de su

propia existencia, pudiendo ser concebida como independiente de la existencia del cuerpo.

[30] En la edición latina leemos «...ipsorumque animas absque corpore spectatas esse res revera existentes» (A-T, VI, 561).

[31] En la edición latina se dice «multo magis esse incerta» (A-T, VI, 561).

[32] Sobre tal tipo de certeza ver la precisión que se facilita en *Los Principios de la Filosofía* IV, 205.

[33] En la edición latina se dice «ut nemo nisi deliret de iis dubitare posse videatur» (A-T, VI, 561).

[34] Es claro que esta afirmación debe entenderse dentro de la nota que preside toda esta parte; nota 22 de esta parte. Descartes siempre distinguió si «tales ideas se toman sólo en cuanto que son ciertas maneras de pensar» y también «como imágenes que representan unas una cosa y otras otra cosa». En el primer punto de vista no existía diferencia entre ellas; pero sí, en el segundo caso: «...las que me representan sustancias son, sin duda, algo más, y contienen... más realidad objetiva» (*Meditaciones*, Edic. Vidal-Peña, p. 35).

[35] Según la edición latina: «solam evidentiam rationis judicia nostra sequi debent» (A-T, VI, 562).

[36] En la edición latina «tan clara et distincta» (A-T, VI, 563).

[37] En la edición latina se introduce «potius» (A-T, VI, 563).

Quinta Parte

[1] En la edición latina se introduce con la siguiente presentación al margen: «quaestionum Physicarum ab Authore investigatarum ordo; ac in specie motus cordis, et quarumdam aliarum ad Medicinam spectantium perplexarum opinionum enodatio; tum quae sit inter nostram et brutorum animam differentia» (A-T, VI, 563).

Descartes intenta mostrar de modo prioritario las posibilidades que conlleva la incorporación de las teorías y explicaciones del hombre dentro del modelo mecanicista. Al recensionar en esta parte las doctrinas expuestas en *El Mundo* o *Tratado de la Luz* conviene tener presente que la obra que posteriormente fue editada con el título *El Tratado del Hombre* no era sino el capítulo XVIII de *El Mundo*. Tal apreciación se funda no sólo en el testimonio de Clerselier (A-T, XI, III), sino también en testimonios vertidos en su correspondencia (A-T, I, 120, 1/3; I, 242, 5 y 243, 5/23; I, 254, 5/10; I, 263, 1/12; I, 281, 15; I, 285, 4/21, etc...).

La aportación fundamental de esta obra, destacada en la recensión que Descartes realiza en esta parte de su discurso, consistió en la equiparación del organismo con una máquina. La importancia de la misma no fue adecuadamente valorada por miembros de la filosofía ilustrada, divulgadores de una cierta imagen del cartesianismo, muy importante a la hora de confeccionar la visión historiográfica de esta escuela. Así Voltaire no duda en afirmar que: ...«Il crea un monde, il fit l'homme à sa mode, et ont dit avec raison que l'homme de Descartes n'est en effet que celui de Descartes» (*Lettres Philosophiques*, Ed. Gallimard, Melanges, p. 58).

[2] Posteriormente volverá a aludir a estas meditaciones, contenidas en sus trazos fundamentales en la parte anterior; por lo que se refiere al valor y alcance del término «déduire» recomendamos que se consulte el apartado segundo de la Introducción que hemos trazado para este volumen. Quizá sea elocuente recomendar la lectura de la *Advertencia* con que Descartes presentaba la Tabla o Indice de Materias. Allí leemos: «la explicación de las cuestiones recogidas en este índice depende casi siempre de cuanto precede y también frecuentemente de cuanto se dice a continuación; por ello no llegarían a entenderse si no se lee con atención todo el tratado». Este como otros textos nos remiten a la observación sobre el significado de «déduire» consignada en la nota 10 de la sexta parte.

[3] Si tuviera que demostrar por qué utiliza un determinado modelo en medicina habría de remitirse a *El Mundo* o *Tratado de la Luz* con lo que debería mediar en las polémicas de su época. Es sorprendente, por otra parte, el modo en que los tratados de cualquier materia vinculados a la doctrina y enseñanza de los jesuitas continuaron divulgando que el modelo copernicano repugnaba a la fe. Así Henrico Niderndorff (S.J.) en *Geographia naturalis absoluta...* (Wirceburgi, 1739) defiende que «certum est... *Terrestrem Globum* nullo modo motu *Copernicano* moveri, ita ut stante Sole, Terra cerca illum moveri dicatur» (II, p. 208). Este tipo de manuales importantes no dudaba en seguir aduciendo como primer argumento que «talis enim motus repugnat S. Scripturae, cuius authoritas firmior est omni ratione» (íd.). Esta como otras cuestiones, v.gr. ruptura con el concepto de «natura», admisión de un principio vegetativo o sensitivo, etc., podían suscitar una polémica que en nada favorecería la difusión e incluso la aceptación de «las nuevas razones». Véase respecto a su técnica de presentación de los problemas la nota que hemos introducido como comentario al párrafo final del Discurso I de *Los Meteoros*.

[4] La edición latina precisa el alcance: «rem publicam litterariam» (A-T, VI, 563).

[5] Se introduce un párrafo en el que se refiere a las cuestiones decisivas de la cuarta parte. Por tal principio es preciso entender el *Cogito*, calificado en la cuarta parte de este Discurso como «el primer principio» (A-T, VI, 32).

[6] Es claro que el significado que posee el término «naturaleza» dentro de su doctrina varía respecto de la tradición aristotélico-platónica. En este tratado al que va a referirse «en general» o «sumariamente» al iniciar el capítulo VII establecía qué entendía por naturaleza. Más adelante volverá a facilitar una precisión sobre este tema, pero es claro que como marcó en *El Mundo*, capítulo VII excluye todo recurso a postular «alguna especie de potencia imaginaria». Por ello en un

momento de la sexta meditación nos vuelve a recordar que «...por naturaleza, considerada en general, no entiendo otra cosa que Dios mismo, o el orden dispuesto por Dios en las cosas naturales» (*Meditaciones*, edic. Vidal-Peña, p. 67. Alfaguara, 1977). Descartes solamente tratará de introducir una explicación de los fenómenos naturales sin invocar en su explicación «alguna especie de potencia imaginaria», algún principio inmanente a los mismos seres naturales.

[7] Debe recordarse para decidir el significado de cualquier expresión de esta parte que estamos en presencia de un resumen temático de *El Mundo* o *Tratado de la Luz*. Allí se entiende por «semillas de verdad» (A-T. XI, 47, 10/19), según opinión de Denissoff (*ob. cit.*, p. 68), «las nociones cuantitativas que estarían en germen en nuestro espíritu». Por otra parte y por referencia al lugar y obra citados, la expresión en «nuestras almas» es sinónima de «connaturales».

Estimamos que expresiones como ésta no deben utilizarse para construir explicación alguna del innatismo cartesiano dada su incidentalidad e imprecisión. La única referencia amplia para tal tema se encuentra en *Notae in programma* (A-T, VIII).

[8] Al término «suite» no le concedemos valor o significado con alcance lógico, sino exclusivamente cronológico. Normalmente es utilizado por Descartes en cuantas descripciones experimentales realiza para introducir una de las fases que integran tal descripción. Véase capítulo VII de *El Mundo*.

[9] Al inicio de la parte sexta de este Discurso volverá a referirse a estas mismas cuestiones. Es claro que fue la condena de Galileo lo que le decidió a suspender su publicación, aunque en él mismo existían otras razones que por sí podían provocar polémica con los doctos. En tal sentido la admisión del movimiento de la Tierra que siguió siendo negada en destacados manuales de la época y posteriores (véase nota 3 de esta parte), parece ser que fue la razón determinante. Descartes se pronunció de forma clara sobre tal condena. Tal condena mediatizó incluso las relaciones y trato de Descartes con los jesuitas. La consideración hacia los mismos no se explica sino por las posibilidades que tenían de paralizar o favorecer la difusión de cuanto en aquel momento significaba el copernicanismo. Véase, por ejemplo, en A-T, II, 25, 21/28; id., 50, 14/17; A-T, I, 455, 18 ss.

Finalmente debe destacarse que afirmaciones como las que realiza en este punto poseían una fuerza especial para los lectores de aquella época, por cuanto la obra se presentó sin nombre de autor

[10] La correspondencia de Descartes permite identificar plenamente la alusión que ha realizado en estas líneas. Podía trazarse el siguiente cuadro: Concluidos sus estudios en La Flèche, Descartes mostró un gran interés por el análisis de cuestiones relacionadas con la matemática-geometría así como por las nuevas orientaciones de la ciencia con las cuales pudo tomar contacto directo durante la época en que residió en la escuela de Mauricio, dirigida por Stewin. Ya en 1629 conocemos que se encuentra interesado por el estudio de una serie de fenómenos sobre los cuales pide información (v.gr. fenómeno de Parhelios). En este momento comunica a Mersenne que el trabajo con el que había acometido no sería concluido antes de un año puesto que «había tomado la resolución de explicar todos los fenómenos de la naturaleza» (A-T, I, 70, 9/10). Con posterioridad y, sin duda alguna, para conceder independencia a la explicación de algún fenómeno natural (arco iris) comunica que desde hace seis meses se encuentra trabajando en un tratado relacionado con la luz y los colores. En tal ocasión indica a Mersenne que «tal tratado tendrá una extensión mayor de la que inicialmente pensé, pues expondrá una física completa. Por ello estimo que tal trabajo me liberará de la promesa que realicé: concluir mi mundo en tres años» (A-T, I, 179 e íd. 322). Estamos, pues, en presencia de un plan: deseando dar explicación de un conjunto de fenómenos naturales, se ve en la necesidad de precisar los nuevos principios generales de su física. Ello conllevaría en su desarrollo no sólo una oposición a *La Física* de Aristóteles, sino también a los tratados particulares de tal sector de estudios de Aristóteles: *Metereológicos*, *Tratado del Cielo*, *Sobre la generación de los animales*, etc. Los principios generales de la física rigen tanto el movimiento de «los espíritus animales» como «la acción o inclinación a moverse, como tal he dicho que debe ser entendida la luz»... En *El Mundo*, por tanto, se explicitan los principios o supuestos generales dentro de los cuales han de encuadrarse las explicaciones de cualesquiera fenómenos, marginando toda cuestión relacionada con la sustancia pensante y su actividad.

En las líneas siguientes aludirá a diversos capítulos de este Tratado, llegando, como haremos notar, a existir coincidencias literales. Por ello las apreciaciones de esta parte no pueden ser valoradas ni analizadas sin tener presentes los textos correspondientes de *El Mundo*, al cual ya ha dicho que alude «sumariamente», «en general»: esto es, trazando una especie de sumario de temas.

[11] Véase capítulo VIII de *El Mundo* o *Tratado de la Luz*. Esta doctrina fue igualmente recogida en *Los Principios de la Filosofía* III, 54 ss.

[12] Véase los capítulos IX-X de *El Mundo*. La explicación de tales temas supone su crítica de las formas y de la teoría escolástica de los elementos, facilitada en el capítulo V de *El Mundo*.

[13] Todo aparece, pues, vinculado con la temática de la luz, el primer plano que, siguiendo la técnica de los pintores, ha decidido resaltar. Los cuerpos, en consecuencia, se consideran en cuanto emiten, transmiten o reflejan la luz. La teoría de los colores, aunque alude anteriormente a ella en varios pasajes de *La Dióptrica*, es expuesta en el capítulo VIII de *Los Meteoros*.

[14] De este modo mostraba el alcance que poseía su física. Cuando Descartes presentaba el paradigma o modelo del

hombre-máquina, estaba afirmando que la diversidad de funciones, propias de los seres vivos, podía ser explicada con sólo utilizar términos que se refieren a número de partículas, posición, tamaño, velocidad, etc. Previamente había razonado la conveniencia de aceptar los principios generales del mecanicismo.

A lo que alude, pues, Descartes es al capítulo XVIII de *El Mundo*. Edición castellana en Editora Nacional bajo el título *El Tratado del Hombre*, siguiendo el criterio de las ediciones de Schuyl (1662) y Clerselier (1664).

15. Es claro que continúa utilizando la comparación con el proceder de los pintores: se destaca que cuanto afirma sería lo propio de ese nuevo mundo, perdiendo de este modo virulencia los temas y soluciones por él aportadas.

[16] Es claro que los doctos no son sino los que integran el mundo que abandonó deliberadamente al concluir sus estudios, tal como ha comentado Descartes en la primera parte de este Discurso. Para Descartes estos filósofos de la escuela «habían supeditado de tal modo la teología a la filosofía de Aristóteles» que era «casi imposible explicar otra filosofía sin que llegara a parecer que era contraria a la fe» (A-T, I, 85, 10).

[17] Al iniciar el capítulo VI de *El Mundo*, titulado «descripción de un nuevo mundo así como de las cualidades de la materia de que está compuesto», introducía cuanto refiere en estas líneas.

[18] Descartes vuelve a insistir sobre la temática comentada en la nota 6 de esta parte. Dios al crear el mundo, impone unas leyes. Su definición y enumeración eran explicadas en el capítulo VII de *El Mundo*, en cuyo segundo párrafo indica lo que entiende por leyes de la naturaleza: las reglas según las cuales acontecen los cambios. La misma temática aparece recogida en *Los Principios de la Filosofía* II, 36 ss.

Los lugares a los que alude y que pertenecen a *El Mundo* poseen una gran importancia por cuanto toda afirmación susceptible de diversas interpretaciones ha de entenderse por referencia al capítulo o párrafo del que ha sido recogida.

[19] Está refiriéndose al momento en que establece las afirmaciones fundamentales en relación con la materia y sus propiedades. Se refiere, pues, al capítulo VI de *El Mundo*.

[20] Se refiere al Principio de inercia, al principio del movimiento rectilíneo y al principio de conservación de la cantidad del universo.

[21] Con esta simple afirmación alude a un conjunto complejo y problemático de párrafos de *El Mundo* pertenecientes al capítulo VII. Tales párrafos tienen su correspondientes en *Los Principios de la Filosofía* II, 37 ss. A ellos hemos aludido en nuestra Introducción a este volumen.

[22] Estimamos que se refiere con estas palabras al párrafo que conforma la página 47 de la edición A-T, perteneciente al capítulo VII de *El Mundo*. Existe en parte una coincidencia textual.

[23] Tal tema aparece en *El Mundo*, capítulos VIII-IX. Tales explicaciones incorporan la teoría de los vórtices.

[24] La luz solamente es tratada con propiedad en los capítulos XIII-XIV, después de haber concluido el estudio de la tierra, del mar y las mareas.

[25] Tal explicación rechaza razones aristotélicas. Por otra parte Descartes no aceptó la teoría de la atracción de los cuerpos por la Tierra por cuanto le parecía un regreso al introducir «una cualidad oculta», similar a otras postuladas por los escolásticos: «actio indistans». Sobre esta cuestión véase el capítulo XI de *El Mundo;* A-T, I, 392, 4/14; A-T, III, 9, 10/15.

[26] Pasaje no conservado, pero cuyo contenido es tratado en *Los Principios de la Filosofía*, parte IV, 124 ss. Otro tanto sucede con otros temas a los que alude en este párrafo. No obstante, *Los Principios de la Filosofía* a partir del artículo 44 de la parte IV tratan varias de las cuestiones a que se ha referido (montañas, mares, minerales, etc.).

[27] Descartes en carta a Mersenne aclara estas líneas del modo siguiente: «...al decir que es verosímil (a saber, según la razón humana) que el mundo ha sido creado tal como debía ser, no pretendo en modo alguno negar el que para la fe sea cierto que es perfecto» (A-T, I, 367, 1/5). A la vez, debe considerarse el artículo 45 de la parte III de *Los Principios de la Filosofía*. A este mismo problema se refiere el comentario de Burman al mencionado artículo 45 de *Los Principios de la Filosofía;* en este momento (A-T, V, 168-169) se nos indica que «el autor ha renunciado al propósito de mostrar cómo su filosofía era compatible con la forma en que se describe la creación en el Génesis».

Cordemoy volvió a retomar esta problemática en un trabajo que dirigió al P. Cossart: «...para mostrar que todo aquello que ha escrito acerca del sistema del mundo, del alma de los animales, parece estar sacado del primer capítulo del Génesis» (Edic. de Clair-Girbal, Cordemoy, *Oeuvres Philosophiques*. París, 1968, pp. 257 ss.).

No obstante, en el mencionado comentario de Burman se incluyen las siguientes afirmaciones: «no quería dar explicaciones» sobre la compatibilidad mentada, sino que había «decidido dejar este tema a los teólogos». La narración del Génesis «es quizá metafórica, por lo que debe dejarse a los teólogos».

[28] Para comprender el alcance de la expresión «más fácilmente comprensible» basta con remitirse a la parte final de *El Mundo* o al mencionado artículo 45 de la parte III de *Los Principios*. En este momento se nos dice: «Se conocerá mucho mejor cuál es la naturaleza de...».

[29] En el párrafo con que se concluye *El Tratado del Hombre* se establece con toda claridad que «no debemos concebir en esta máquina alma vegetativa o sensitiva alguna, ni otro principio de movimiento o vida». Todo puede ser explicado en virtud de su sangre y de los espíritus de la misma agitados por el calor del fuego que continuamente arde en su corazón y cuya

naturaleza no difiere de la de otros fuegos que se registran en los cuerpos inanimados. (A-T, XI, 202).

[30] Es claro que el proyecto trazado en el primer párrafo de *El Tratado del Hombre* (A-T, XI, 119-120) no fue cumplido por Descartes ya que no realiza la descripción de su alma ni la temática relacionada con la unión. Es más, en algún momento final de este tratado (A-T, XI, 200) realiza una reflexión sobre «todo lo que acabo de exponer en relación con esta máquina». Reflexión que había de dar paso al inicio «de la descripción del alma racional».

[31] Es claro que no va a mostrar sino cómo el modelo iatromecánico puede ser aplicado en un caso concreto; probablemente escogió aquel que estimaba gozaba de más actualidad y aquel que necesitaba una defensa más clara frente a los impugnadores (véase nota 13 de *El Tratado del Hombre*, edición citada).

[32] La arteria pulmonar. En la época de Harvey aún se continuaba afirmando su papel nutricio (Lain, *Historia Universal de la Medicina*. Barcelona, 1973, p. 237), aunque Serveto y Colombo ya habían dado a conocer sus opiniones.

[33] Las venas pulmonares.

[34] La arteria aorta.

[35] Las válvulas.

[36] La válvula tricúspide.

[37] Las tres válvulas sigmoides situadas en el orificio de la arteria pulmonar.

[38] La válvula mitral que, como la válvula tricúspide, es una válvula aurículo-ventricular. Sobre el movimiento de tales válvulas véase en A-T, I, 374 ss.

[39] El proceso, pues, sería el siguiente: después de acceder la sangre venosa a la aurícula derecha, tiene lugar la ebullición y evaporación de la misma; tal vapor pasa al ventrículo derecho que, en virtud, de una contracción, accede a los pulmones donde se condensa y arterializa para pasar a la aurícula izquierda; finalmente, la contracción del ventrículo correspondiente permite explicar su distribución por las arterias cuya anatomía facilita el riego por las partes más alejadas del corazón.

Las nociones seleccionadas para montar tal teoría son claras: más o menos fuerza, mayor o menor abertura, calor, condensación, ebullición, contracción, etc. Los movimientos del corazón no tienen una razón última de carácter muscular (A-T, XI, 169-170).

[40] Se refiere a W. Harvey (1578-1657), profesor de anatomía y cirugía en el Colegio de Medicina de Londres. En su obra *De motu cordis* (1628) presentaba la teoría de la circulación de la sangre y movimiento del corazón. Esta obra fue conocida por Descartes hacia 1632 según puede deducirse de una carta dirigida a Marsenne. Por ella sabemos que fue este último quien le sugirió la conveniencia de leerla. En este momento (noviembre-diciembre de 1632) Descartes manifiesta que tiene el propósito de leerla (A-T, I, 263, 8 ss.).

Para un estudio de la obra de Harvey es obligado remitir al estudio de Woodger citado en la bibliografía que acompaña a la presente edición.

[41] Descartes inicia la exposición de los puntos en que no coincide con Harvey. Fundamentalmente se opone a que sea la contracción del corazón la que expulsa la sangre hacia las arterias. Descartes, como su época, tuvieron plena conciencia de tal diferencia (A-T, II, 501, 5/6). Para Descartes es el calor cardíaco el que es causa de su movimiento. Su explicación fundamentalmente trataba de reanimarla de acuerdo con la coherencia que su modelo poseía con los principios generales de su filosofía, el mecanicismo (A-T, II, 501, 18/19). Descartes parecía fundamentalmente interesado en montar explicaciones que introdujeran un número mínimo de supuestos; así en carta a Beverwick aclara que su explicación se ha montado exclusivamente a partir de dos supuestos: conformación de los vasos y calor del corazón (A-T, IV, 4, 5 ss.). Afirma en tal ocasión que cuando se produce la dilatación de la sangre en el corazón del modo descrito «subito et cum impetu omnes eius ventriculorum parietes circumquaque propellit», lo cual produce el cierre o apertura de las correspondientes válvulas, pues «ea ...est fabrica istarum valvularum, ut necessario, iuxta leges Mechanicae, ex hoc solo sanguinis impetu hae aperiantur et illae claudantur». Es claro que, por tanto, al aducir el presente ejemplo de las posibilidades que ofrecía la concepción mecanicista, se estaba, a la vez, mostrando qué modificaciones implicaba la adopción de la misma respecto de otras ciencias. Tal es la reforma del cuerpo de las ciencias que Descartes no estimaba que se estuviera operando en su época y que, sin embargo, era preciso acometer. Este Discurso con la breve mención que ha realizado de los temas tratados en *El Mundo* y con la muestra que daba de las posibilidades que el mecanicismo abría en otros campos (*Dióptrica* y *Meteoros*), constituía un claro «ensayo» de tal reforma.

[42] La transformación de la sangre venosa en arterial se efectuaría en el corazón, según Descartes. Desconocía que la transformación de la sangre venosa en arterial se realiza en el pulmón.

[43] Como se deduce del texto, Descartes pensaba que la arteria pulmonar contenía sangre venosa. Su argumento se explica si se considera que, según Descartes, del corazón sólo sale sangre arterial y penetra sangre venosa.

[44] La misma cantidad de sangre, al dilatarse, debe ocupar mayor espacio. La diferencia de tamaño en los ventrículos refuerza la teoría cartesiana contra la opinión de Harvey.

[45] Las fiebres serían alteraciones de la sangre.

[46] Sobre esta cuestión véase *El Tratado del Hombre* (A-T, XI, 123-124).

[47] En éste, como en otros casos, la coincidencia con el texto de *El Tratado del Hombre* es textual (A-T, XI, 128).

[48] Véase sobre estas cuestiones *El Tratado del Hombre*, identificando los diversos lugares mediante el Indice que

incluyó Clerselier y que hemos reproducido en la versión española.

[49] Con tal comparación se introducía *El Tratado del Hombre*. Ya hemos hecho notar que, no obstante, existe ambigüedad en algunos casos, v.gr. cuando se explica el *dolor* pues en tal momento se introduce un supuesto no-mecánico: el alma está interesada en que se conserve el lugar de su morada. Descartes cuando se le opuso el que «los animales realizan sus operaciones por un principio más excelente que el de la necesidad que proviene de la disposición de sus órganos; a saber, por un instinto» (A-T, I, 514, 19 ss.), no dudó en facilitar la siguiente respuesta que por su interés reproducimos: «Es cierto que la semejanza que existe entre la mayor parte de las acciones de las bestias y las nuestras, nos ha proporcionado tantas ocasiones desde el comienzo de nuestra vida para juzgar que obran en virtud de un principio interior semejante al que existe en nosotros, es decir, por medio de un alma que tiene sentimientos y pasiones como las nuestras, que todos nosotros estamos embargados por esta opinión... Pero aquellos que deseen conocer la verdad, deben ante todo desconfiar de las opiniones con las que han sido formados desde su infancia. Y para saber lo que debe creerse... se debe, según me parece, considerar el juicio que se formaría un hombre que hubiera sido educado durante toda su vida en algún lugar en el que nunca hubiera conocido otros animales que los hombres, y donde, habiéndose entregado al estudio de los mecanismos, hubiera fabricado o ayudado a fabricar varios autómatas; uno de los cuales tuviera la figura de un hombre, otros de un caballo, otros de un perro, otros de un pájaro, etc. y que estos autómatas caminasen, comiesen, respirasen, o dicho brevemente, que estos autómatas imitasen en tanto fuera posible, todas las acciones de los animales con los que tuviesen parecido sin omitir los signos que nosotros utilizamos para testimoniar nuestras pasiones, como gritar cuando se les golpease, como emprender la huida cuando se produjera un gran ruido cerca de ellos, etc. de modo que frecuentemente tuviese dificultad para discernir los verdaderos hombres de aquellos que tuviesen la misma figura. La experiencia habría mostrado a este hombre que no habría sino dos medios de reconocerlos, tal como he explicado en la página 57 (A-T, VI, 56-57) de mi Discurso sobre el Método: uno de ellos sería que estos autómatas nunca responden, a no ser por casualidad, mediante palabras o signos a aquello sobre lo que se les ha preguntado; el otro sería que, si bien frecuentemente sus movimientos son más regulares y seguros que los realizados por los hombres más sabios, sin embargo fallan en muchas cosas que deberían hacer para imitarnos y fallan mucho más que los hombres más carentes de sentido común. Es preciso, pienso yo, preguntarse qué juicio haría este hombre, educado de esta forma, de los animales que viven entre nosotros cuando llegara a conocerlos; principalmente si este hombre, así educado, estuviera imbuido del conocimiento de Dios o, al menos, se hubiese percatado de en qué medida es inferior la industria de los hombres, utilizada para todas sus obras, si la comparamos con la que la naturaleza muestra en la formación de las plantas; ...de modo que creyese firmemente que si Dios o la naturaleza hubiese formado algunos autómatas que imitasen nuestras acciones, entonces las imitarían con mayor perfección y serían, sin comparación, realizados con un mayor artificio que cualquiera de los que hubieran podido ser realizados por los hombres. Así, no hay duda de que este hombre, viendo los animales que están entre nosotros, y dándose cuenta al conocer sus acciones de las dos cosas que les hacen diferentes de nosotros y que se habría acostumbrado a conocer al ver sus autómatas, no juzgaría que existiría en ellos algún sentimiento ni pasión alguna verdadera tal y como existen en nosotros; opinaría solamente que son autómatas que, habiendo sido formados por la naturaleza, estarían incomparablemente mejor terminados que cualquiera de los que él hubiera realizado. Ahora bien, es preciso considerar si el juicio que se formaría al tener de este modo conocimiento de causa y sin haber sido prevenido por ninguna falsa opinión, es menos creíble que el que nos hemos formado desde que hemos sido niños y que posteriormente hemos seguido admitiendo por la fuerza de la costumbre, fundándolo solamente sobre el parecido que hay entre algunas acciones exteriores de los hombres y los animales, lo cual no es una razón válida para pensar que también existe entre las interiores» (A-T, II, 39, 9 ss.). De este modo completamos la nota 34 de la edición castellana del *Tratado del Hombre* donde un «por» ha sido sustituido por un «a», omitiéndose a la vez el presente texto. Todo ello desfiguró notablemente su contenido.

[50] Sobre la polémica surgida a raíz de estas ideas, véase la nota 1 con que hemos presentado el texto castellano de *El Tratado del Hombre*.

[51] La doctrina expuesta por Descartes poseyó una gran difusión. Representativas del interés que suscitó podemos considerar las diversas cartas en que trata cuestiones vinculadas con lo expuesto en estos puntos: el lenguaje humano constituye el fundamento para establecer la diferencia entre hombres y bestias. Lugares fundamentales de su correspondencia relacionados con esta temática son los siguientes: A-T, I, 76 ss.; I, 125, 23 ss.; I, 511 ss.; II, 39, 9 ss.; II, 525, 6 ss.; IV, 569 ss.; IV, 117, 1/6; V, 276, 3 ss.

La misma forma en que expuso sus teorías sobre el hombre, dedicando una atención total a la explicación de determinadas actividades en base al modelo del hombre-máquina, así como el modo en que analiza las diversas pasiones en cuanto vinculadas a la secreción de distintas glándulas, etc., permitirían plantearse la siguiente cuestión: ¿Por qué el pensamiento al igual que la «vida vegetativa y sensitiva» no sería explicable en virtud de un mecanismo cerebral? Tal pregunta debió ser inevitable para alguno de sus discípulos al concluir la lectura de *El Tratado del Hombre*. Lo fundamental de esta obra, lo que suscitaba oposición y hacía posible la pregunta anterior, era el

modo en que a partir de la relación hombre-medio, se ponía en marcha una serie de asociaciones y respuestas.

La conducta era explicada al comparar el cerebro, nervios, oídos, glándulas y distintas partes del cuerpo con los elementos integrantes de una máquina debidamente programada para provocar determinadas respuestas al sufrir los estímulos específicos. Por ello, la hipótesis mecanicista había planteado la posibilidad de una reducción y, por ello, las objeciones se plantearon con insistencia, a la vez que apuntaban el riesgo materialista de tales teorías.

Las respuestas dadas por Descartes a las objeciones planteadas no pusieron el punto final a una controversia. Por el contrario una interesante reacción se desencadenó como consecuencia de sus teorías, que no pretendió, en cierto sentido, sino llevar a sus últimas consecuencias las sugerencias implícitas en el planteamiento cartesiano. No es necesario insistir sobre la importancia del materialismo del siglo XVII y sobre la vinculación de éste con el del siglo XVIII. A este polémico ambiente, creado como consecuencia de los planteamientos cartesianos, aluden las palabras de Bayle: «Si algo puede mortificar el espíritu del hombre, es con toda seguridad la disputa que ha surgido en nuestros días entre los cartesianos y los otros filósofos, en relación con el alma de las bestias» (*ob. cit.*, p. 7). Es, pues, *claro que el valor heurístico de sus teorías, aún vigente en nuestros días, abrió más cauces de polémica que los que lograron cerrar sus categóricas expresiones de ortodoxia.* La literatura que se desencadena, combinada con condenas del cartesianismo, tiene como finalidad la localización de argumentos que, conservando y reafirmando el dualismo, pudieran enfrentarse al materialismo que alentaba la concepción mecanicista cartesiana.

Sexta Parte

[1] Esta afirmación se refiere a cuanto conecta con la génesis de *El Discurso del Método*. Ver en Denissol, *ob. cit.*, pp. 12-38.

[2] Al referirse en tales términos a los miembros del Santo Oficio estimamos que no trata de evidenciar su consideración hacia ellos; por el contrario, intenta destacar el poder absoluto que sobre él podían ejercer, lo cual de acuerdo con los criterios expuestos en la parte segunda de este discurso (véase nota 12), no puede considerarse sino como un juicio altamente peyorativo; véase nota 7 de la Tercera Parte.

[3] Sin duda alguna se refiere a la defensa que de las tesis copernicanas había realizado Galileo en *Diálogos sobre los dos máximos sistemas del mundo* (1632). El tema de tal obra es expuesto al inicio de la jornada primera por Salviati: «Fue conclusión y acuerdo de ayer, que hoy reflexionaríamos, cuanto más clara y distintamente pudiéramos, sobre las razones... propuestas por los partidarios de la posición aristotélica y ptolemaica, y por los seguidores de Copérnico».

[4] Participa Descartes de la idea baconiana, común a todos los hombres del Renacimiento.

[5] Se pronuncia Descartes sobre la necesidad de un cuerpo de investigadores y sobre la índole social de la investigación y transmisión científica.

[6] Se inicia uno de los párrafos más representativos de la concepción metodológica de Descartes en relación con las ciencias de la naturaleza. Un extraordinario comentario a este punto se encuentra en el estudio de Denissoff (*ob. cit.*, pp. 61-74). De igual modo Olscamp (*ob. cit.*, pp. XXII ss.) concede a textos como el presente un valor metodológico decisivo.

Estimamos que el lector de los Ensayos debe contraponer este texto a otros, v.gr. A-T, VI, 372, 10 ss.

[7] Descartes se refiere no sólo a la necesidad de la observación común sino también a la de la experimentación científica. No sólo el conocimiento e influencia de Bacon, como señala Denissoff (*ob. cit.*, p. 63), sino también su misma práctica científica justifica tal observación. Véase a este respecto cómo describe determinados experimentos, v.gr. A-T, I, 236 ss.

[8] Se refiere a las leyes generales que establece en *El Mundo* o *Tratado de la Luz.*

[9] Para interpretar el presente texto, véase A-T, XI, 47, 10/19.

[10] Estimamos con Denissoff que el significado del término «déduire» equivale al de «expliquer» como puede deducirse de un estudio comparado de textos. Así en A-T, VI, 210, 25. No debemos olvidar que uno de los significados de «déduire» es el de «exponer en detalle y siguiendo un orden preciso». Así se usaba incluso por Corneille: «Il ne faut point moins d'adrésse à réduire un grand sujet, qu'à en déduire un petit» (véase voz del *Dictionnaire alphabétique et analogique de la Langue Francaise*, de Paul Robert, Edic. 1980). Con el mismo significado es utilizado por Descartes no sólo en el lugar citado, sino también en A-T, I, 53, 2/3, o en A-T, V, 56, 30.

[11] Es claro que la vía deductiva no permite lograr las explicaciones de fenómenos concretos, si bien tales explicaciones deberán encuadrarse dentro de las leyes generales. Unicamente la experimentación científica permitirá optar por una de las diversas hipótesis que, respetando las leyes generales, pudieran construirse.

[12] Tales apreciaciones venían acompañadas de una clara distinción de los escolásticos respecto de figuras como la de Aristóteles, Petrarca, Galileo, Vives, Descartes resaltan la figura del «observador» y niegan a los escolásticos la vinculación con Aristóteles.

En este momento se da una clara recusación crítica de aquellos que se creen seguidores de Aristóteles. Tal apreciación se mantiene dentro de la línea de condena hacia aquéllos «empachados de erudición», de los que Petrarca llegó a afirmar: «No lograría sosegarles ningún amigo, ni aun el propio Aristóteles, tirando de las riendas: ¡tanta es la vehemencia, temeridad y orgullo que encierra su espíritu!, ¡tanta su vanidad y altivez por llevar el título de filósofos!, ¡tanta, en fin,

su obstinación en defender opiniones y dogmas extraños y en sostener vacuas discusiones!» (*La ignorancia del autor y la de otros muchos*, en Petrarca. Obras. I. p. 194. Alfaguara. 1978).

[13] Sin duda alguna, se refiere a la utilización que de la filosofía de Aristóteles habían realizado y seguían realizando los escolásticos. Utilización dogmática que contribuyó a deformar el mismo pensamiento de Aristóteles cuyo conocimiento de la naturaleza fue apreciado y valorado tanto por Galileo como por Descartes, liberándole de la acusación de dogmatismos y falta de sentido crítico que sí refieren a los seguidores de la escuela. Tal utilización en la medida que pervivió en los tratados del XVIII (ejemplo ilustrativo lo constituye Gonet, *Clypeus Theologiae Thomisticae*, I al V, Antuerpiae 1744) con idénticas características y presupuestos de los siglos anteriores, viene a justificar las críticas de los filósofos ilustrados, sus sarcasmos y desvalorización de la misma figura de Aristóteles. Cuando se revisan tratados como el de Gonet sorprende, a su vez, el olvido, la ausencia total y absoluta de referencias a «la nueva filosofía», a sus debates con la escuela en campos tan concretos como el relacionado con la concepción y explicación del movimiento.

Tal fenómeno justificará el modo en que Voltaire hiperbolizará el sinsentido de tales posiciones estructurando tristes y llamativos absurdos capaces de provocar la hilaridad de todos los tiempos.

[14] Clara referencia al orgullo y presunción de «los doctos», vinculados a la escuela.

[15] No pretende oponerse a la comunicación entre los científicos que anteriormente ha juzgado como imprescindible. Unicamente afirma que se estima el más capacitado para concluir sus propios tratados en el caso de disponer de experimentadores retribuidos económicamente.

[16] Sobre esta cuestión debe analizarse la opinión de Descartes expuesta en la carta a Morin del 18 de julio de 1638.

[17] Se refiere a la forma de tallar las lentes, expuesta en el discurso X de *La Dióptrica*. Es de destacar en este aspecto el interés que puso en localizar tallistas de calidad. En tal sentido destaca su aprecio por Ferrier.

[18] Tema constante de su literatura. En cualquier situación para el progreso de la ciencia es preferible contar con los hombres que sólo se sirven de su razón natural que con aquellos que, aferrados al pensamiento antiguo, están llenos de prejuicios. Tal tema es central en *La Búsqueda de la Verdad según la luz natural*. La edición latina no reprodujo a partir de «Y si escribo en francés...» hasta la conclusión de este punto. Es ésta la variante más extensa y destacada.

NOTAS A LA DIOPTRICA

[1] En la edición latina se lee «...latissime patens» (A-T, VI, 584). Hemos respetado el término de la edición francesa «universal» por cuanto es claro que lo que más cosas nos da a conocer es, a la vez, lo que abarca una gran extensión, un gran campo y mayor número de seres. En tal sentido debe leerse la traducción efectuada.

[2] A la vista del modo en que ha calificado el sentido de la vista y de la función atribuida a los sentidos, no podemos sino resaltar que este texto parece estar evocando aquel otro con que Aristóteles abría *La Metafísica*; también allí se nos dice que «el más amado de todos los sentidos» es el de la vista, siendo la causa el que es el sentido que «nos hace conocer más». Ambos temas han sido recogidos por Descartes.

[3] La traducción viene sugerida por el término francés «pères», pero se confirma en la edición latina donde se lee «imaginatio maiorum» (A-T, VI, 584).

[4] La traducción es literal. No obstante y con el fin de configurar más exactamente lo que Descartes reprochaba al modo en que tal invención había surgido, debe considerarse que esta expresión en la edición latina es como sigue: «...vagis experimentis et casui fortuito debemus» (A-T, VI, 584). Es clara la matización que aporta el adjetivo «vagis» y que estimamos equivale a «impreciso», «carente de precisión», «carente de planificación». De este modo el significado atribuido en este caso al término «experiencia» en modo alguno puede conllevar un desconocimiento de algo explícitamente afirmado en páginas anteriores: la experimentación es tanto más necesaria cuanto más avanza la ciencia. Por el contrario, viene a constituir en cuanto reproche un momento de inflexión a favor del mismo planteamiento.

Finalmente, la expresión latina evoca un texto de Bacon que tuvo amplia fortuna: «Etiam opera quae iam inventa sunt, casui debentur et experientiae magis quam scientiis» (NO, Afor. VIII; vol. I, p. 158, Stuttgart Bad-Connstatt, 1963).

Cuanto narra Descartes a continuación no hace sino aclarar esta indicación y el sentido en que debe tomarse la expresión que ha suscitado este comentario.

[5] Su padre, Adriaen Anthonisz, fue matemático e ingeniero, debiéndosele a él la aproximación $\pi = \frac{355}{113}$ aunque fue divulgada por su hijo, al que también se refiere en este texto Descartes, Adrien Matius, profesor en Franeker.

La observación a la que se refiere no sólo fue reclamada por Jacob, sino también por Lipperhey y Jansen, ambos de Middelbourg, quienes parece ser que operaron sobre un modelo italiano que data de 1590.

[6] Es claro que se refiere a la posibilidad de producir fuego con espejos cóncavos. Fenómeno que había sido señalado de antiguo.

La traducción respeta la expresión francesa «Brûlants», aunque sería más adecuado hablar de espejos ustorios, adaptándonos a la fórmula que traduce exactamente la latina «vitra ustoria» (A-T, VI, 584) y el significado de «verres brulants».

[7] Esta sería la tarea que se debería acometer y que será examinada. La edición latina precisa el término francés «determiné» al afirmar: «...ullus extitit qui demonstraverit sufficienter quam figuram haec vitra exigant» (A-T, VI, 584). Sólo después de demostrar la figura o forma que tales vidrios deben tener, que exigen, puede y debe acometerse la construcción del correspondiente ingenio o instrumento. De este modo se marca la tarea y se establece una contraposición con lo acontecido a Metio.

[8] En algunas ocasiones, no obstante, omite algunas demostraciones, por estimarlas conocidas de los geómetras, v.gr., capítulo VIII. Debe tenerse presente que *La Geometría* es un complemento indispensable en algunos momentos.

[9] Expuesto que el plan de su trabajo se relaciona con determinados efectos y propiedades observables de la luz, indica con igual claridad su deseo de no mediar en la disputa relacionada con la naturaleza de la luz, que tuvo gran importancia entre los escolásticos: discusiones sobre si es sustancia o accidente. Con excepción de Aristóteles, según el Dr. Ferraz, parece que los tratadistas de la antigüedad afirmaron la sustancialidad. Por el contrario, Aristóteles considera la luz como el «estado de diafanidad cumplido» (Ferraz, Evolución de las Teorías de la Luz desde Pitágoras a Newton. Tesis Doctoral, Univ. de Valencia. Ha sido posteriormente publicada: *Teorías sobre la Naturaleza de la Luz.* Madrid, 1974).

No obstante, el lector de *La Dióptrica* debe conocer que la correspondencia de Descartes incluye diversas contestaciones relacionadas con la naturaleza de la luz. Cabría destacar la oposición de Fermat, la cual se hace manifiesta a partir de la carta dirigida a Mersenne en 1637 (abril o mayo). Tal oposición se centra fundamentalmente en las cuestiones relacionadas con el primero y segundo de los discursos. El debate lo prosiguió aún después de la muerte de Descartes, tal y como se informa en A-T, II, 23. En su momento llamaremos la atención sobre alguna de estas objeciones con el fin de facilitar su localización.

No obstante, puesto que Clerselier dedicó el volumen tercero a las cartas relacionadas con la problemática de *La Dióptrica*, principalmente discursos primero y segundo, estimamos más oportuno que reproducir el conjunto de los textos, el facilitar la correspondencia con la edición de A-T. Esta puede encontrarse en A-T, V, 701 705.

Ahora bien, en relación con la afirmación central de este punto es claro y Descartes lo reiteró (véase, por ejemplo, en A-T, II, 209, 12) que «no tuvo intención alguna de facilitar una definición». Es más reitera que deseaba quedarse al margen de toda polémica sobre si es un ser relativo, un ser potencial o un ser en acto (id. 210).

[10] Las comparaciones no poseen sólo una finalidad didáctica. Tanto la comparación con el bastón, como la que introduce al describir su «cuba en época de vendimia» o la que establece con la pelota, tienen objetivos distintos. En un caso se tratará de montar una comparación o modelo que facilite la explicación de la transmisión rectilínea de la luz, en otro describe lo que permite comprender que los rayos no se perturben u obstaculicen unos a otros y, en el tercero se tratará de explicar la refracción y reflexión de la luz. Las líneas siguientes no hacen sino subrayar la función de tales comparaciones utilizadas por Descartes tal y como los astrónomos utilizan hipótesis inciertas y falsas.

[11] En la versión latina dice «...ex hypothesibus etiam falsis et incertis» (A-T, VI, 585). Llamamos la atención sobre que «et» corresponde con «ou» de la versión francesa. Esto acontece con frecuencia y resta valor de disyunción exclusiva a estas expresiones.

Estimamos conveniente reseñar que posee interés metodológico la respuesta que Descartes facilita a Morin a raíz del comentario que este último realizó a este párrafo. Véase a este respecto la carta de Morin (A-T, I, 536) y la respuesta de Descartes en A-T, II, 197-199.

[12] Llamamos la atención de que en el caso presente el término «tirer» se corresponde con «deduci» de la edición latina (A-T, VI, 585).

[13] Debe notarse que «la instantaneidad» viene afirmada dentro del contexto de esta comparación. Tal problema merece de nuevo la atención de Descartes en *Los Principios de la Filosofía*, por cuanto tal cuestión debería ser experimentalmente decidida. Observaciones como ésta no encajan dentro de las interpretaciones clásicas, como reconocen sus mismos comentaristas, v.gr. Mouy, P.: *Le developpément de la physique cartésienne.* París, Vrin, 1934, pp. 51 ss.

Tanto las cartas de Fermat como las de Fromondus o Morin retoman el problema de la naturaleza o «esencia» de la luz. Generalmente, no se replica exigiendo alguna precisión o demostración que posea base experimental para tal afirmación o no se arguye que el modelo que supone la comparación sea falso en base a algún efecto que no puede ser explicado mediante él mismo. Así en la carta de Fromondus a Pempliuis se rechaza el valor de la comparación (A-T, I, 404, 1/3) por cuanto «oculus non videat solem tangendo eum per radium intermedium» (id. 12/14). Cuando, como en este caso la objeción proviene de Fromondus quien había defendido en dos obras la sentencia pronunciada en Roma contra Copérnico, suele recordarse la oposición con el *De Anima* II, capítulo 7.

Descartes al referirse a la instantaneidad suele aducir únicamente el que tal tesis es compatible con el conjunto de su física. Pero también concibe una ingeniosa prueba experimental de su teoría, la cual es para Mouy de «une evaluation infaillible» (*ob. cit.*, p. 53), aunque... «les evaluations sont trop faibles». Descartes enfrenta con toda claridad la tesis «lumen non nisi in

tempore moveri posee» en carta a Beeckman (A-T, I, 307 ss.). El experimento tendría la función de decidir «uter nostrum falleretur» (id. 6).

Finalmente, en relación con la comparación que traza con el ciego ha sido principalmente aportada para hacer ver «en quelle sorte le mouvement peut passer sans mobile». Pues, refutando a su adversario, cuando el ciego toca a su perro con el bastón, Descartes estima que «no es preciso que el perro pase todo a lo largo este bastón hasta acceder a su mano para que el ciego sienta los movimientos». Ello no significa que Descartes postule un movimiento sin móvil sino que más bien intenta significar que «el movimiento puede ser transmitido de un cuerpo al otro»; esto es, por medio del aire y de otros cuerpos transparentes o, como indicará, por medio de la materia sutil (A-T, II, 205-206).

[14] La edición latina no reproduce el término «sentiments»: «...neque quidquam in istis objectis esse quod simile sit *ideis* quas de iis mente formamus» (A-T, VI, 586). La teoría cartesiana sostiene que es «el alma la que ve y no el ojo». Respetaremos en nuestra traducción el término «sentiment» que, en francés, poseía como primera acepción «sentir» por cuanto el contexto indica claramente que no posee la acepción que en nuestro idioma parece primar: la relacionada con los estados afectivos. Contextos como el que abre el discurso cuarto de este tratado anulan toda duda sobre su significado.

[14bis] La edición latina expresa esto mismo del modo siguiente: «...constatque motum aut resistentiam horum corporum, quae sola percepti sensus causa est nihil simile habere ideis quas inde animo aprehendit» (A-T, VI, 586).

[15] Tales imágenes serían los «εἴδωλα» de Demócrito. El contexto parece restar importancia a la afirmación en cuanto que no ofrece matización alguna. Es más, según el Dr. Ferraz, parece apuntarse una confusión al no distinguir en base a la corporeidad o su ausencia los «εἴδωλα» y las especies intencionales, objeto de polémica abierta desde Ockham. Sin embargo, pensamos que tal matización no es exigida en el presente contexto, donde únicamente mediante la comparación sugiere la adopción de una hipótesis más «económica».

[16] La edición latina precisa del modo siguiente: «...sed etiam vi illius quae, oculis innata, ad illa pergit» (A-T, VI, 586).

[17] Como indica Tannery, recogiendo la opinión de Baillet, «razona siguiendo argumentos tomados de la filosofía». Sigue al adoptar tal opinión a Aguillón, quien según el Dr. Ferraz (*op. cit.*, p. 294) tiene importancia por haber «iniciado sobre bases firmes la fotometría y, en grado menor, haber continuado investigaciones sobre luminotecnia iniciadas por Maurolico». Opinamos que la adhesión a tal opinión dado el desconocimiento de las células de la retina (conos-bastones) es comprensible.

[18] En la edición latina, «...usus namque docet...» (A-T, VI, 586).

[19] Sobre el problema del vacío, véase en *Principia Philosophiae*, pars, secunda, 16; «repugnare ut detur vacuum, sive in quo nulla plane sit res» (A-T, VIII, 1, p. 49). Véase igualmente los artículos 17 y 18. Tal problemática fue motivo de oposición con la escuela de Pascal de forma constante.

[20] Según la edición latina «...inter motum et propensionem ad motum» (A-T, VI, 587).

[21] Según Adam-Tannery (VI, 728) «el conjunto de la frase es particularmente nítido y valioso: 1.°, la luz no es sino un *conatus* de movimiento; 2.°, los rayos luminosos son las líneas geométricas cuya tangente en cada punto es la dirección del *conatus*. Por esto en la línea 29 de esta página, el carácter rectilíneo de estos rayos está relacionado con una cierta isotropía del medio diáfano».

[22] Conviene recordar que se continúa razonando en base a la comparación establecida: la luz se comporta como un proyectil. Es corriente construir la óptica geométrica adoptando como axiomas la propagación rectilínea y las leyes que se expondrán en los capítulos siguientes: conservación del plano de incidencia y leyes de reflexión y refracción. Asimismo, todo el razonamiento se fundamenta sobre la no-interacción de los rayos de la luz, olvidando, sin duda, cualquier problemática vinculada al carácter ondulatorio.

La comparación base, luz-proyectil, así como la no discusión de la naturaleza de la luz, son motivos que permiten conjeturar el porqué de algunos estudios de Newton para dilucidar tales cuestiones.

[22bis] En carta a Mersenne del 5 de octubre de 1637, Descartes deja constancia de que esta afirmación no significa «que no es sino probable». Y precisa que cuando afirma que «algo es fácil de creer» no desea afirmar «que no es sino probable, sino que es tan claro y tan evidente que no es necesario que se detenga en su consideración». Así en este caso «no se puede dudar con razón» de la afirmación que sostiene (A-T, I, 450-451).

[23] Este segundo movimiento permitirá la explicación de los colores. Conocida la dispersión del prisma, es acometida la explicación de los colores por Newton mediante una teoría más simple: la luz blanca se compone de luces de distintos colores, siendo éstos una consecuencia de las diferencias de masa de las partículas de luz correspondientes a cada uno de los colores. Ahora bien, para Descartes al alcanzar oblicuamente la superficie refractante, los corpúsculos (está operando el modelo de la tercera comparación) que poseían un movimiento de traslación adquieren también el de rotación. Las proporciones que guarden entre sí tales movimientos y variaciones sirven de fundamento para explicar los diversos colores.

[24] A la expresión francesa «...à vèrifier par l'expérience» suelen corresponderle como en este caso expresiones del tipo «...quemadmodum ipsa etiam experientia docet» (A-T, VI, 589).

[25] En la edición A-T, VI, 728 se llama la atención sobre lo expuesto por Descartes en VI, 332-334. A la vez, se comenta la

presente afirmación haciendo constar que para Descartes parece que el rojo, el amarillo y el azul son los colores fundamentales. Por ello llama la atención A-T sobre el uso de «telle» el cual hemos tratado de destacar en nuestra traducción. Con tal observación se toman precauciones frente a la posibilidad de que exista otro color que no pueda ser obtenido por la mezcla de los que se acaban de nombrar. Es claro que no se aduce base experimental alguna así como que no cobró en este caso desarrollo un estudio experimental.

[26] Sabemos que la refracción ya había sido objeto del estudio de Descartes en 1632. En una carta dirigida a Mersenne (Deventer, junio 1632) se lee: «La réfraction des sons ne se peut mesurer exactement, non plus que leur reflexion; mais autant que'elle peut être observée, il est certain qu'elle se doit faire *à perpendiculari in aqua*, tout au contraire de la lumière. Pour la façon de mesurer les refractions de la lumière, *institut comparationem inter sinus angulorum incidentiae et angulorum refractorum;* mais je serais bien aise que cela ne fusse point encore divulgué, parce que la première partie de ma Dioptrique ne contiendra autre chose que cela seul. *Non potest facile determinari qualem figuram linea visa in fundo aquae sit habitura; neque enim certus est aliquis locus imaginis in reflexis aut refractis, quaem admodum sibi vulgo persuaserunt optici*» (A-T, I, 255, 21 ss.).

En nota correspondiente a este pasaje indica A-T que esto puede probar que Descartes en 1632 no había conocido los manuscritos de Snellius, donde se establecía y desarrollaba la ley de refracción.

[27] La edición latina subraya igualmente la finalidad de la comparación vigente: «...illa redditur intellectu facilior» (A-T, VI, 590).

[28] Al igual que en otros casos al término «supposons» corresponde el término «fingamus» (A-T, VI, 590).

[29] Al término «puissance» le corresponde en la edición latina «vi». En algunos casos este último es sustituido por «rubor», como en A-T, VI, 592.

[30] Corresponde de nuevo al término «puissance» el latino «vim».

[31] Distingue entre la cantidad de movimiento y la dirección. Si, como va a afirmar, la cantidad de movimiento se anulara, sería necesario introducir una nueva causa para explicar la nueva cantidad del movimiento, pues en virtud del Principio de Inercia no podría admitirse que fuera explicada a partir del estado de reposo. Dada la anterior distinción, cantidad de movimiento y la determinación, no habría justificación para que dada la modificación del primer factor se diera la del segundo.

[32] La «media quies», reposo intermediario entre dos momentos sucesivos de sentidos contrarios, se remonta a Aristóteles (Física, lib. VIII, cap. 7, 261 b). Esta noción —negada por autores del XVI, en particular Benedetti, Galileo—, es de nuevo tomada por Beeckman, *Journal*, fol. 23-24 (1614-1615), fol. 86 (1618); carta a Mersenne del 30 de abril de 1630 (A-T, VI, 729).

Puede leerse la crítica de Descartes en sus cartas a Mersenne, Amsterdam, 4 de noviembre de 1630 (A-T, I, 172, 12/25) y carta a Mersenne, Amsterdam, 25 de noviembre de 1630. En este lugar, representativo por la expresión del contenido de la anterior carta, afirma: «il est certain toutefois qu'elle ne s'arrete point un seul moment entre deux retours» (A-T, I, 181, 9/10).

Mersenne, según Adam-Tannery (*loc. cit.*) en *La Armonia Universal* (T-I, 1, III, pp. 163-165) recoge los argumentos de esta polémica sin pronunciarse en ningún sentido, según solía hacer cuando no podía conceder un matiz apologético a sus conocimientos de ciencia. Igualmente se registra la discusión en Boulliau, Ms. Bib. Observ. AB 5-11 (fecha probable 1635): *An in motu reflexionis est quies.*

[33] Es preciso, según Adam-Tannery, hacer constar en qué medida la redacción de este pasaje justifica todas las dificultades planteadas por Hobbes y por Fermat: Cf. III, pp. 287 ss. (1641); I, 464 (noviembre de 1637). Descartes no afirma que la «determinación» del movimiento es una cantidad, pero sí que puede ser dividida como tal. Detrás de este ambiguo lenguaje, se registra la confusión entre composición de fuerzas (o acciones) y composición de movimientos. Las lecciones de Roverbal (1639) sobre composiciones de movimientos se libran penosamente de esta última confusión. Cf. Hara Kochici, *Etude sur la Théorie des mouvements composés de Roverbal* (tesis defendida en París el 11 de mayo de 1965) (A-T, VI, 729).

[34] Solamente deberá variar la componente vertical.

[35] Al igual que en el inicio del párrafo anterior la expresión de la edición latina es «...fingamus».

[36] Este es el enunciado de la ley de refracción publicado por Descartes. El término «sinus» no figura en la misma, aunque sí que figuraba en la formulación latina dada por Descartes a Mersenne en carta de junio de 1632 (A-T, I, 255). Probablemente al escribir en francés no deseara introducir tal término, pues aún no tiene carta de uso en lenguaje popular, común.

Asimismo, conviene indicar que Mersenne divulgó la ley que le había sido comunicada por Descartes en 1636: *Armonia Universal*, t. I, libro I, prop. 29, pp. 55-56. Por tal medio Herigune pudo tener conocimiento de la misma con el tiempo suficiente como para intentar una demostración en su *Cursus mathematici Tomus Quintus ac ultimus.* París, 1637 (pp. 132-136). (Véase A-T, VI, 729.)

[37] En A-T, VI, 729, se llama la atención sobre el modo en que se conserva la antigua terminología, hablándose de ruptura y desviación.

[38] Establecida la ley, el valor de «n» solamente puede determinarse en función del experimento controlado, comprobándose los distintos valores de «n» según los distintos cuerpos.

[39] Existe, pues, una diferencia considerable entre el modelo mecánico y el modelo luminoso.

[40] En este punto abierto con «Il se peut bien» se viene a concebir que se anule la reprocidad en virtud de un diverso condicionamiento de la materia sutil. La posibilidad de que Descartes admita esto es, para A-T, sorprendente pues sería de consecuencias funestas para la propia teoría cartesiana.

[40bis] Ver nota 73 de este ensayo.

[41] Si se recuerdan las expresiones con que se abrió el *Discurso Primero*, fácil será comprender la importancia del conocimiento funcional del ojo, dado que tal sentido es considerado como «el más noble», por cuanto es el «más universal», esto es, el que proporciona la mayor cantidad de información. Por ello se hace inevitable la conveniencia de un estudio teórico cuya finalidad resida en el perfeccionamiento de los instrumentos, facilitándose de esta forma el conocimiento del mundo al potenciar el órgano natural. El ojo, por tanto, será considerado como una parte integrante de los instrumentos destinados a la observación de los objetos inaccesibles y de los accesibles, especificándose la tecnología que puede acomodar más fácilmente y con mayor éxito tal prolongación del ojo.

[42] Se refiere a la esclerótica. Debe observarse que según este texto, al igual que en *El Tratado del Hombre* (A-T, XI, 152), Descartes opina que la prominencia existente en su parte anterior, córnea, forma parte de la esclerótica.

[43] Se refiere a la coroides, muy vascularizada. En su parte anterior se localiza una exposición muscular, conocida como músculo ciliar. Según las doctrinas expuestas en *El Tratado del Hombre*, el órgano sensible es equivalente a la terminal del correspondiente nervio. Por ello, la retina, tercera capa, no es para Descartes sino el conjunto de las ramificaciones del nervio óptico. La teoría general de Descartes, válida para todo el campo de los sentidos, establece que la terminal del filamento que, a su vez, no es sino prolongación de la médula espinal, es propiamente el órgano del sentido.

[44] Se trata de los humores acuoso, cristalino y vítreo.

[45] No debe excluirse que el mismo Descartes haya realizado tales observaciones. Pero también podría ser que con esta expresión manifieste una opinión común, en relación con la cual tiene una destacada importancia la obra *Oculus hoc est: fundamentum opticum... Auctore Christophoro Scheiner* (1619). Cf. tomo X, pp. 541-543 (A-T, VI, 730).

[46] El iris, al que se refiere, forma parte efectivamente de la coroides. Hace constar igualmente que es como un pequeño músculo. Actúa como un diafragma de abertura por el que pasa la luz hacia el interior del ojo, siendo su diámetro variable en proporción a la cantidad e intensidad de la luz.

[47] El cristalino, masa transparente en forma de lente biconvexa, puede acomodarse, aumentando su convergencia, lo cual posibilita la observación de objetos a diversas distancias. Con todo ello, se nos indica que no es un sistema rígido. El hecho, conocido como fenómeno de acomodación, tiene un mecanismo fundado en la convergencia del cristalino. Si el objeto que desea ver estuviera a corta distancia, entonces el músculo ciliar

actúa abombando el cristalino, adquiriendo cuando la acción del mismo cesa su forma normal en virtud de su propia elasticidad. En relación con la explicación de los movimientos involuntarios debe remitirse el lector de estos discursos al *Tratado del Hombre* (A-T, XI, 139 ss.).

[48] Es imprescindible remitir al estudioso de Descartes al *Tratado del Hombre*, donde a partir de un interesante punto con el que se cierra la página 176 (A-T, XI), puede encontrar expuesta de forma más minuciosa una problemática común y complementaria con la de este Discurso.

[49] Como hace constar Alquié (*Descartes. Oeuvres Philosophiques*, I, 682) el argumento invocado es de carácter experimental: Por otra parte, sobre la afirmación inicial de este punto véase en *Los Principios de la Filosofía*, IV, 196 y *Pasiones*, art. 23.

[50] Noción médica de gran antigüedad, incorporada a sus doctrinas. Debe notarse que tales espíritus animales son materiales y tienden a continuar su movimiento siguiendo las leyes naturales (A-T, XI, 137); son, a la vez, fácilmente desplazables y sutiles.

[51] A partir de la página 133 (A-T, XI) de *El Tratado del Hombre* se facilitan los pormenores complementarios de estas cuestiones.

[52] No afirma, pues, la distinción entre nervios sensitivos y motores. Canguilhem en *La formación del concepto de reflejo en los siglos XVII y XVIII* (Barcelona, 1975, p. 57), informa de que Guillaume Rondelet parece ser que fue quien inicialmente supuso que «los nervios se componen de haces independientes de conductores centrípetos y centrífugos» (p. 51). A su vez presenta un claro comentario de la excitación sensorial centrípeta y de la reacción motriz centrífuga.

[53] En la edición latina se afirma: «credendum est» (A-T, VI, 598).

[54] El signo no implica semejanza, pero sí que motiva el conocimiento de lo simbolizado. De ahí esta nueva consideración en este contexto.

[55] Se refiere a los bellos grabados de época; así lo aclara la edición latina: «...icones illas quae a typographis in libris...» (A-T, VI, 599).

[56] Esta experiencia fue realizada por Descartes, quien en carta a Mersenne describe el procedimiento e instrumental necesario para su realización (a Mersenne, 31 de marzo de 1638, A-T, II, 88, 26, 89).

En carta a Mersenne del 25 de mayo de 1637 (A-T, I, 378, 8/25), refiere que no ha supuesto afirmación alguna en relación con la anatomía que sea novedosa ni se encuentre sometida a controversia. Es claro que sus diferencias con otros cirujanos y médicos de su época estriba en las teorías que introduce.

[57] Tal afirmación no deja duda alguna en relación con que está describiendo un procedimiento experimental. Por tanto, únicamente se refiere a un observador que, mediante el experimento, comprueba la afirmación central del párrafo inicial de este Discurso.

[57 bis] Es claro, como advirtió Descartes (A-T, II, 207, 16 ss.), que de esta afirmación no se sigue el que tal materia sutil careciera de movimiento. En esta misma oportunidad advierte que en estos ensayos no ha tenido el deseo de «explicar la naturaleza de la materia sutil» (íd. 2/3).

[58] Obsérvese que la validez de la conclusión en éste, como en otros casos (A-T, VI, 120), se expresa en términos de «no existen dudas». Véase, igualmente, la nota 22 bis.

[59] Sobre esta cuestión véase *El Tratado del Hombre* (A-T, XI, 175-177). Igualmente en su carta a Mersenne del 30 de julio de 1640 (A-T, III, 120, 12 ss.).

Por otra parte debe señalarse que Descartes en modo alguno pretende incorporar aportación alguna anatómica en éste u otros discursos de *La Dióptrica*. Es más, la figura del cerebro que aparece reproducida no corresponde al cerebro humano sino al de un carnero, pues de lo que está tratando es «común a las bestias y al hombre» (A-T, I, 378, 20).

[60] Al comentar el programa de Regius, Descartes remite a *La Dióptrica* al tratar las cuestiones relacionadas con el artículo o tesis trece («Todas las nociones generales que están grabadas en el espíritu, tienen su origen o en la observación de los seres o en la tradición»). En este momento insiste Descartes en que «los sentidos no nos exhiben las ideas de cosa alguna, tal y como las formamos en el pensamiento» y que «...esos ciertos movimientos y las figuras resultantes de los mismos no son concebidos por nosotros mismos de forma igual a la que se da en los órganos de los sentidos. Por ello podemos concluir que las mismas ideas de los movimientos y las figuras nos son innatas» (A-T, VIII-2, 360).

[61] Se indica que «esta misma fuerza» puede dar lugar a distintos «sentimientos» por relación al órgano. Se supone, pues, la especificidad de los mismos, sirviendo tal afirmación como fundamento para afirmar la verdad de que «no es necesario que deba existir semejanza alguna entre las ideas y los movimientos que son causa de las mismas».

[62] La resultante, pues, es única, debiendo considerarse como puntual la terminación nerviosa.

[63] Por primera vez, hace constar M. Simon, se emite la idea de que la sensibilidad postural es la condición de la percepción del espacio. «Nuestro conocimiento de la situación del objeto no depende solamente de la situación de la dirección del rayo luminoso, enviado hacia nuestro ojo, sino de la toma de conciencia de la actitud de nuestros miembros», así como «de la forma en que el cuerpo se inserta en el mundo circundante». (Alquié, *ob. cit.*, p. 704.)

[64] Contexto comparativo para explicar fenómenos como el de la doble visión.

[65] Debe advertirse que este análisis supone una problemática que es central: los errores testimonian que en toda percepción se da un juicio.

[66] Véase la figura que corresponde a A-T, VI, 136.

[67] Hemos decidido acentuar la idea que Descartes expone incorporando la expresión de la edición latina «...licet simplex iudicium esse videatur» (A-T, VI, 609).

[68] Por cuanto la expresión de la edición latina no hace sino explicitar la de la edición francesa («la distinction de sa figure et de ses couleurs», hemos creído oportuno incorporar a la traducción la expresión de la latina «distincta sit eius figura et quam vividi colores» (A-T, VI, 610).

[69] Se insiste sobre la necesidad de establecer alguna comparación para poder emitir juicios sobre dimensiones. Ante la inexistencia de referencias, el error es una de las consecuencias. Si se nos pregunta sobre el tamaño de una torre, observada a distancia, únicamente deberemos pronunciarnos en la medida en que nuestra proximidad a la misma nos permita establecer comparaciones con objetos, que sirvan de patrón de medida, por sernos conocidas, familiares, sus dimensiones.

[70] Véase figura de A-T, VI, 136.

[71] Se da una asimilación de las ilusiones ópticas con las táctiles. Puede considerarse como motivo de tal asimilación, la misma comparación que se estableció para iniciar el tratamiento del problema de la refracción: visión-tacto mediante el bastón.

[72] La edición latina dice «...ut facile cognoscent ii qui satis ad haec attendent» (A-T, VI, 612).

[73] Por razones de claridad hemos incorporado el término de la edición latina («certum est illorum structurae per artem nihil adjici posse», A-T, VI, 614) en vez del de la edición francesa «fabrique» que, por extensión, se usa para hablar de lo que es obra de la naturaleza o de Dios.

[74] Al concluir este discurso precisará que *La Dióptrica* sólo pretende remediar algunos defectos mediante la aplicación de algunos órganos artificiales y no mediante la corrección de los órganos naturales.

[75] Subrayamos el interés de párrafos como el presente para comprender el reproche realizado al inicio de *La Dióptrica*. Frente al procedimiento descrito en aquel primer párrafo se destaca ahora que será «necessarium... figuras quaerere» (A-T, VI, 615) o que «il sera besoin». A la vez se exponen las condiciones que han de tenerse presentes para efectuar tal selección y se aportan las razones en favor de tales criterios.

[76] La edición latina incorpora la siguiente afirmación referida al uso y difusión de las lentes: «...quorum in augendis et subtilius pervidendis rebus familiaris et ubivis cognitus usus est» (A-T, VI, 618).

[77] Lo que postula como una necesidad, esto es, indagar «la figura que deben tener» va a ser atendido en el siguiente discurso cuyo título coincide con la expresión con que expresa en estos momentos tal exigencia. La edición latina se refiere a tal tema del modo siguiente: «...licet vera illorum figura parum hactenus innotuerit» (A-T, VI, 618).

[78] La edición latina precisa algo que es claro según el contexto «exterior tubi apertura» (A-T, VI, 620). A tal abertura es a la que se va a referir, aclarando qué posibilidades de

aumentar su tamaño existen a partir de la primera línea de la página 161.

[79] Tanto el texto como la figura no dejan duda de cuál es; la edición latina, no obstante, precisa «exterius vitrum» (A-T, VI, 620).

[80] La edición latina precisa «...quam oculi pupilla» (A-T, VI, 621). No obstante, las observaciones realizadas en torno al gráfico que acaba de comentar, así permitían comprenderlo a los lectores de la edición francesa.

[81] Aunque nos inclinamos como en otros casos por respetar una traducción directa del término francés correspondiente, es claro que cabría traducir «forte» por «aguda», tal como sugiere la expresión «fuerte visión» en castellano. La edición latina ya indica «visio acuta erit et lucida» (A-T, VI, 621).

[82] La edición latina precisa «in oculo». Hemos creído innecesario introducir tal elemento en la traducción (A-T, VI, 621).

[83] La edición latina aclara, como estará ya en la mente del lector, «sine telescopio» (A-T, VI, 621).

[84] La edición latina indica «adhuc magis perspicue cuncta apparebunt» (A-T, VI, 621). Tanto «perspicue» como el adjetivo «lucidus» traducen el término francés «claire».

[85] Este Discurso estimamos que tiene una gran importancia para comprender expresiones como «mi ciencia no es sino geometría aplicada» o «he decidido abandonar los estudios de geometría abstracta para dedicarme a los de geometría concreta». Así mismo, nos permite comprender el porqué de su crítica a los estudios y prácticas exclusivamente experimentales.

[86] Delimita desde un inicio lo que es el fin («construir órganos artificiales que lleguen a alcanzar el mayor grado de perfección posible»), lo que ha de ser el procedimiento o forma en que se ha de acometer su «construcción» y, finalmente, el problema teórico que ha de ser previamente decidido: de las posibles formas cuál ha de ser las que tales lentes deben tener.

[87] Se admite, por tanto, como propiedad general para definir la elipse el que la suma de las distancias de un punto cualquiera de la elipse a sus focos es constante. Tal constancia viene claramente indicada por el procedimiento del jardinero: utiliza siempre la misma cantidad de cuerda.

Para la comprensión de este Discurso no debe olvidarse que su adecuado complemento se encuentra en *La Geometría*. Véase, igualmente, A-T, II, 3 ss. donde se refiere a la propiedad de la elipse e hipérbola, tratada en esta obra.

[88] Traducimos según la edición latina que incorpora el término de origen kepleriano —focus—, aún no existente en francés, por lo que la edición francesa habla de puntos «brulants», pues sobre ellos se reúnen o entrecruzan los rayos luminosos o caloríficos realizada la reflexión y refracción.

[89] El texto que se inicia pertenece a una segunda redacción de Descartes (A-T, VI, 169). Concluye en «segundo lugar, si se...».

[90] $\frac{AL}{IG} = \frac{BI}{NI} \quad \frac{DK}{HI}$; pero, puesto que $DI = DK$, tenemos que $\frac{AL}{IG} = \frac{BI}{NI} = \frac{DK}{HI}$. Por ello, $\frac{\mathrm{AL}}{\mathrm{IG}} = \frac{\mathrm{DK}}{\mathrm{HI}}$.

[91] Se da, pues, un montaje superpuesto de las anteriores figuras. En los siguientes casos, que expone, se ofrecen diversos modos, que obedecen a las mismas razones: todo rayo incidente, paralelo al eje de la elipse, se refracta dirigiéndose hacia su foco exterior. En segundo lugar, los rayos que inciden perpendicularmente sobre una superficie no se desvían.

[92] Por semejanza tenemos que $\frac{AL}{IG} = \frac{AB}{NI}$; y como $AB = BI$, entonces tenemos que

$$\frac{AL}{IG} = \frac{BI}{NI}.$$

Por otra parte esta primera observación ha sido traducida siguiendo la redacción que Descartes dió en su correspondencia a este lugar tal como consta en A-T, II, 638. Así se hace en A-T, 179.

[93] Remitirse al gráfico siguiente en el que se recogen las descripciones a que se refieren éste y los párrafos siguientes.

[94] Finalizados los apartados elipse-hipérbola debe tenerse presente una opinión de Descartes: «Celui qui m'accuse d'avoir emprunté de Kepler les Ellipses et les Hyperboles de ma Dioptrique, doit être ignorant ou malicieux; car pour l'Ellipse, je n'ai pas de mémoire que Kepler en parle, ou s'il en parle, c'est assurément pour dire qu'elle n'est pas l'anaclastique qu'il cherche; et pour l'Hiperbole, je me souviens fort bien qu'il pretend démontrer expresement qu'elle ne n'en est pas beaucoup differente. Or je vous laisse a penser, si je doit avoir emprunté une chose d'un homme qui a taché de prouver qu'elle etait fausse. Cela n'empèche pas que je n'avoue que Kepler a été mon premier maitre en Optique, et que je crois qu'il a été celui de tous qui en a les plus su par ci-devant» (Carta a Mersenne, 31 de marzo de 1638, A-T, II, 85, 24 y 86 1/13).

[95] La edición latina no incluye el adverbio «exactement», recogiendo simplemente «ex aliis in alios horum trium mutentur» (A-T, VI, 629).

[96] Véase páginas 424 ss. de la edición de A-T.

[97] La edición latina introduce la siguiente variante: «saltem quantum ex motuum quibus describuntur simplicitate potest judicari; nam, si qui forsam artifices vitra sphaerica commodius expoliant quam plana, hoc contigit ex accidenti, et ad huius scientiae ~~theoriam, quam~~ solam explicandam suscepi, non spectat».

[98] El lector posee en este caso un dato más para valorar la exactitud de la apreciación de Brunot, reseñada al iniciarse la traducción de *La Dióptrica*. Decimos esto por cuanto hemos

incorporado a la traducción el término de la edición latina «segmenta» y no el de la francesa «portions». Con todo, la incorporamos en otros lugares. El lector observará que, por idéntica razón, estamos respetando expresiones como «reunirse en torno al punto *D*», «modificar las disposiciones de los rayos», etc.

[99] La edición latina hace explícito el complemento determinativo: «alterius lineae» (A-T, VI, 631).

[100] La edición latina expresa esta referencia por la diferencia de los ángulos: «hoc est, angulus *MFL*, maior erit angulo *IFK*, et ita de caeteris» (A-T, VI, 632). El efecto producido por la lente de forma elíptica viene expresado en términos equivalentes: «...angulus *MCL* minor erit angulo *ICK*».

La apreciación que realiza en este párrafo le permite explicar alguna observación que Mersenne le comenta, véase en carta a Mersenne del 19 de junio de 1639 (A-T, II, 562, 9 ss.).

[101] Véase el gráfico que corresponde a la página 183 de la edición de A-T.

[102] Véase el gráfico correspondiente a la página 189 de A-T.

[103] Véase A-T, II, 446, 5/25. Ya en carta a Mersenne de enero de 1630 había indicado que «es imposible construir un espejo que produzca fuego a una legua de distancia, a pesar de lo que hubiera escrito Arquímedes, si tal espejo no posee unas dimensiones excesivas. La razón es que los rayos del sol no son todos paralelos tal como se imagina... Cualquiera que fuese la forma del mismo..., si no tuviese al menos seis toesas no podría quemar a una legua» (A-T, I, 109-110). La toesa equivalía a un poco más de dos metros.

[104] Aunque la selección del vidrio parece tratarse únicamente de pasada, Descartes expone en su correspondencia con Huygens (5 de octubre de 1637) que la selección del mismo no es tarea fácil ni cómoda. A-T, I, 433, 11 ss.

[105] En la edición latina «pro senibus, nec myopibus, quam pro caeteris» (A-T, VI, 637).

[106] En la edición latina al término «experience» sustituye el de «usus» y al de «raisons» el de «praecepta» (A-T, VI, 637).

[107] La edición latina utiliza el término «reflectat» (A-T, VI, 638). La francesa, la expresión que reproducimos en la traducción: «n'empeche ...le passage».

[108] Se trata de perfeccionar el alcance de una lente que, por tanto, vendría a mejorar los resultados de la comentada en la página 200 de A-T. Al gráfico de esa misma página acaba de aludir.

[109] La edición latina incluye la expresión «sed potius ideam vel opinionem quam de obscuritate vel distantia habemus» (A-T, VI, 641).

[110] La edición latina aclara la afirmación de la edición francesa que reproducimos pues afirma: «Tria latera vel potius (quia in vitri crassitie latitudinem habent) tres facies...» (A-T, VI, 643).

[111] En la edición latina «hoc est centrum parvae ellipseos» (A-T, VI, 643).

[112] La edición latina explicita otro supuesto: «...sumptis punctis *H*, *D*, *M*, et *O*, ut supra» (A-T, VI, 644).

[113] Se refiere a la figura de la página 216, donde aparece el ángulo *HTV*.

[114] Es clara la razón por la que reprochaba el modo en que se había dado origen a las lentes, tal como indicaba al inicio de *La Dióptrica*.

[115] En la latina se introduce explícitamente lo que en la francesa se supone: «centrum vitri centro patinae jungentis» (A-T, VI, 648-649).

[116] Y, en consecuencia, como indica la latina «vitri medium, in quo minimus erit motus, numquam satis atteretur» (A-T, VI, 649).

Al cerrar las observaciones vinculadas con *La Dióptrica* conviene reseñar por lo que tiene de interés en relación con el procedimiento descrito para la talla de las lentes, el consultar, como indica A-T, los siguientes lugares: A-T, I, 32; íd., 47; íd., 53 y 59.

NOTAS A LOS METEOROS

[1] Los temas analizados por Descartes en esta obra pronto atrajeron su atención, según se deduce de su correspondencia. Es claro que desde un inicio nos pone en presencia de una serie de supuestos que son compatibles y coherentes con la formulación del mecanicismo que, por estas fechas, ya había desarrollado en *El Mundo* o *Tratado de la Luz* y que, en cierto modo, ha insinuado al dar cuenta de su física en *El Discurso del Método*.

El tema gozaba de tradición entre los escolásticos, si bien Descartes ya en carta de 1640 (a Mersenne, 30 de septiembre) dejaba constancia de que «...ne me souviens plus que des Conimbres, Toletus et Rubius». Aún cuando la obra incorpora algunos elementos tradicionales, sin embargo los mismos supuestos teóricos generales que presiden su organización hacen inevitable reconocer que «el espíritu de las explicaciones cartesianas es totalmente nuevo» (Gilson, *Etudes sur le role de la pensée médiévale dans la formation du système cartésienne*. París, 1951, p. 115).

Es claro que el patrón de la Escolástica se encuentra en *Los Meteorológicos* de Aristóteles. Basta con recordar que este tratado estudia los fenómenos de la región del mundo sublunar que rodea la tierra para darse cuenta de un supuesto básico que no es recogido. Tal distinción dentro del aristotelismo conllevaba otras afirmaciones claves que no serán secundadas ni aludidas en este tratado.

Descartes era consciente de su ruptura. Por ello hacía saber al P. Noel (octubre de 1637) que no podía comprender cómo podía proseguirse enseñando un tratado clásico sin que previamente se le hubiera refutado.

[2] Se abre aquí la exposición general del plan de la obra y de

los supuestos que han de hacer posible la explicación de los diversos fenómenos que en ella serán analizados. De este modo no sólo establecía una contraposición desde el inicio con los tratamientos de los escolásticos (estudio de la causa material y eficiente), sino que también excluía de este tratado cuestiones tales como la relacionada con los cometas, terremotos, minerales y fenómenos astrales del mundo sublunar.

[3] En este caso los elementos integrantes del mixto conservan sus cualidades primeras. Del tratado escolástico no recoge sino éstos. No obstante, intercala el tratamiento de la sal, advirtiendo que se trata de una excepción, con el fin de mostrar que los mixtos perfectos también pueden ser explicados por su teoría y sin recurso a las formas sustanciales, justificándose en virtud del procedimiento epistemológico que expone en el párrafo con el que cierra este capítulo, el no recurrir a las mismas para explicar sus propiedades.

[4] Kepler los había analizado en *De nive sexangula et grandine acuminata* (1611). Descartes se refiere a ello en carta a Mersenne del 4 de marzo de 1630.

[5] En la edición latina «hypothesibus initio quibusdam utendum erit» (A-T, VI, 652).

Refiriéndose al modo en que propone estos supuestos, Descartes manifiesta a Vatier que tal forma «podía chocar a los lectores». A la vez, en tal página se utiliza el verbo «déduire» de una forma tan ambigua como problemática. Es en esta ocasión cuando afirma que «no siempre es necesario poseer razones *a priori* para persuadir de una verdad. Tales o quienquiera que fuera, el que por primera vez defendió que la Luna recibía su luz del Sol, no ha dado prueba alguna de ello; por el contrario, suponiendo esto, se explican fácilmente todas las diferentes fases de su luz. Ello ha bastado para que esta opinión haya circulado sin ser contradicha». A continuación indica que «la unión de mis pensamientos es tal que me atrevo a esperar que mis principios se encontrarán bastante bien probados por las consecuencias que de los mismos obtengo». Entre tales consecuencias es claro que se refiere a que «las experiencias que de los mismos ha deducido (ha explicado) necesariamente no pueden ser deducidas (explicadas) de igual forma recurriendo a otros principios». A ello le confiere Descartes el valor de «demostrar a posteriori» la validez de estos principios. Ello debe conjuntarse con A-T, VI, 63-64. Como complemento estimamos que debe conocerse la nota que cierra el párrafo final de este primer discurso. De igual modo debe recordarse la carta a Morin del 13 de julio de 1638. Todo ello debe contemplarse desde una observación general: «Nondum ausim asserere ea, quae profero, vera esse naturae principia (refiriéndose a los principios que actúan como hipótesis de sus explicaciones, D.M. en la edición A-T, 76-77); sed saltem dicam, me, illa pro principiis assumendo, mihi in plerisque omnibus, quae ab illis pendent, satisfacere solere; et video mihi nihil moram facere, quin in veritatis cognitione semper nonnihil progrediar» (A-T, IV, 690, 23/29).

[6] Introduce los supuestos relacionados con la constitución de la materia y mediante los cuales tratará de explicar los cuerpos y sus cualidades. De esta forma se marca su posición frente a Gassendi y escolásticos.

[7] El capítulo III de *El Mundo* se refiere a estos dos estados de la materia que explica según el grado de dificultad existente para separar sus diversas partes.

En tal momento Descartes tiene presentes determinados textos de Aristóteles. Por una parte aquél en que se afirma que lo que cambia, cambia o bien sustancialmente, o cuantitativa, cualitativa o localmente (Fis. III, 200 b, 32/34) y el conocido texto del libro V de la física en que se afirma que el movimiento local es condición última de cualquier manifestación sensible (226 a, 23 ss.). Sólo el movimiento local será postulado por Descartes. Desde este supuesto trata en el mencionado capítulo III de *El Mundo* la diferencia entre los cuerpos duros y líquidos, esto es, fluidos. Conviene igualmente leer la carta a Plempius del 3 de octubre de 1637 (A-T, I, 410).

[8] En la edición latina «ad inteligendam naturam» (A-T, VI, 235.

[9] El tema presente es analizado en *El Mundo*, capítulo III. La temperatura está en función de la mayor o menor agitación de las partículas que componen el cuerpo. Las diversas formas de movimiento pueden ser sentidas según la modalidad de esta agitación como calor o frío.

El discurso cuarto de *La Dióptrica* ya ha aportado su opinión sobre estas cuestiones.

[10] En razón de «pororum angustia» (A-T, VI, 654).

[11] No admite el estado pastoso como paso del estado sólido al líquido.

[12] La rarificación se produce cuando se registra un aumento de volumen. Sobre esta cuestión véase en *El Mundo*, XI, 22 ss. de A-T. La penetración o salida en o de la materia sutil de los poros explica el aumento o disminución de volumen. Las diferencias con la escolástica en Alquié (Oeuvres... I, p. 726, n. 2).

[13] En la latina «hae hypotheses» (A-T, VI, 655).

[14] Se afirma con toda claridad la indefinida divisibilidad de la materia. Junto a esta tesis deben recordarse otras dos que por sí mismas evidencian una ruptura con posiciones aristotélicas vigentes en la escolástica; nos referimos a que «...il n'y a... qu'une meme matière en tout l'univers» (A-T, II, 75, 23), y a que «...toute la diversité des formes qui s'y rencontrent dèpend du mouvement local...» (A-T, IX-2, 75, 20 ss.).

[15] Hemos traducido literalmente con el fin de reafirmar una vez más la tesis de Brunot. No obstante, la edición latina ofrece la siguiente y precisa variante: «...quo simpliciora et pauciora sunt principia ex quibus pendent» (A-T, VI, 655).

No podemos, por otra parte, de citar un texto perteneciente a una carta a Regius (enero ¿1642?) donde se lee: «Por ejemplo, en relación con el tema de las formas sustanciales y las cualidades reales, ¿qué necesidad existe de negarlas abierta-

mente? Podéis recordaros de que en mis Meteoros (se refiere a este lugar), he afirmado en términos expresos que no las rechazaba ni negaba en forma alguna, sino solamente que las creía necesarias para explicar mis opiniones. Si hubieseis procedido de igual forma ninguno de vuestros oyentes las hubiera admitido al apercibirse de que no cumplen función alguna...».

[16] Tal sería el caso, según el capítulo I, del estado líquido.

[17] Al rechazar estas posibles explicaciones («tendencia natural en virtud de un principio inmanente» y «existencia de una fuerza atractiva»), afirma como válida la teoría según la cual un cuerpo se mueve porque ha sido impulsado por otro con el que estaba en contacto.

Vinculada a la primera de las tesis rechazadas se ofrecía en *Los Meteorológicos* toda una ordenación de la «parte que rodea a la Tierra». En primer lugar, se encontraría «lo caliente y lo seco, a lo que llamamos fuego... y debajo de este fuego el aire». Tal ordenación era precedida en Aristóteles de la afirmación de que las exhalaciones que se producían al calentar el Sol la Tierra eran de dos tipos: «la exhalación semejante al vapor» y la otra «al soplo». La que procedía de la humedad contenida en la Tierra y sobre la Tierra era de la naturaleza del vapor; la que procedía de la misma Tierra, de la naturaleza del humo. La que era semejante al soplo posee la propiedad de ser caliente y la que es más húmeda la de ser pesada. Por ello establecía la ordenación que inicialmente indicamos «Metr. I, 4, 341 b, 5/18).

[18] Admite esta distinción que, según Gilson, *op. cit.*, pp. 111 ss, coincide en líneas generales con la de la escuela. Con todo debe insistirse en cuanto advertimos en la nota 1. Por otra parte si no es partidario de utilizar el término «exhalación», puede ser por cuanto conserva la idea de halitus, que no es compatible con la explicación mecanicista.

[19] Parece, pues, destacar como característica distintiva de las mismas su inflamabilidad. En *Los Metereológicos* de Aristóteles se distinguía un doble tipo de exhalaciones: el seco y el húmedo. De tales exhalaciones se originaban «los meteoros» propios de la región superior pero no perteneciente al mundo supralunar (cometas, Vía Láctea...) u otros como la lluvia, terremotos, etc. Descartes se separa de tal planteamiento; véase A-T, VI, 323.

A su vez debe observarse que en la edición latina después de caracterizar las exhalaciones, se afirma «vapores autem numquam» (A-T, VI, 656).

[20] Se da la explicación del paso del estado líquido al gaseoso en virtud del doble efecto producido por el fuerte movimiento giratorio de las partículas, en virtud del cual se extienden y cada una de ellas provoca el desplazamiento de otras.

[21] En la edición latina «arcere atque abigere possint» (A-T, VI, 657).

[22] En consecuencia cualquier líquido pasa a ocupar un espacio mucho mayor, por cuanto cada partícula, siempre definida en virtud del espacio que ocupa, barre un área mayor.

[23] En el discurso cuarto de este estudio se refiere a los eolípilos. En carta a Mersenne del 25 de febrero de 1630 indicaba: «En relación con lo que veis que sale de los eolípilos, es semejante a lo que veis en los vapores o humos que salen del agua cuando ha sido puesta al fuego. El viento no es otra cosa que el movimiento violento de este vapor» (A-T, I, 118, 15/19). La acumulación del vapor y la presión (situación paralela a la del eolípilo), dan lugar al viento.

[24] Al explicar la condensación de un vapor parece que la primera de las causas no es sino consecuencia de la segunda, pues, o bien la disminución de velocidad del movimiento circular acontecería espontáneamente o bien, como parece ser, en virtud de la segunda enumerada.

[25] Frente al término «aisément» la latina introduce «facillime» (A-T, VI, 658).

[26] La traducción literal de la edición francesa debe entenderse tal como explicita la latina: «...et quae magis terream habent naturam» (A-T, VI, 659).

[27] En este sentido es claro que las propiedades que de la sal se explicarán, tales como su sabor, capacidad para detener la corrupción, peso respecto del agua dulce, la no-salinidad de las aguas de manantiales y ríos, no incluyen consideración alguna de tipo finalista como las que Gilson (*op. cit.*, p. 113) reproduce, relacionadas con los escolásticos: «est autem aqua salsa ad marinos pisces suo modo alendos idonea, quia habet admistam quasi olei pinguedinem», o bien el agua del mar es salada «propter aquatilium commoda».

[28] No debe olvidarse que también Aristóteles incluía en el estudio dedicado a la explicación de los diversos meteoros un tratamiento del origen del mar y una explicación de su salinidad: «...Hablemos ahora del mar y digamos cuál es su naturaleza y la razón por la que una tan grande cantidad de agua es salada...» (Metr. II, 1, 353 a 32 ss.). Para analizar su origen, como es usual en todos sus tratamientos, se refiere a las teorías existentes: las expuestas por «los antiguos autores que se han ocupado de Teología», Homero, Orfeo, Hesíodo (353 b); después se refiere a los autores «más sabios en la sabiduría humana» incluyendo referencias muy variadas a Anaxímenes, miembros de la escuela milesia, Empédocles, Demócrito, etc. De tales consideraciones arranca para exponer su teoría, estableciendo una clasificación de las aguas en «corrientes» y «estancadas» (353 b, 17 ss.). Las primeras fluyen por sí mismas y tienen unos puntos en los que el agua, continuamente en formación y filtración, se reúne para desde allí fluir. Por el contrario, las estancadas, no llegan a fluir sin «una creación artificial», pues, como acontece con los pozos, la fuente está en un punto superior a la corriente. De tal clasificación pasa a afirmar que «El mar no tiene fuentes» (353 b, 30).

En el capítulo segundo del segundo libro aborda el estudio del «origen del mar y de la causa del gusto salado y amargo» que posee. Analiza inicialmente la opinión según la cual el mar «es el principio de los líquidos y de todo el agua» y en

consecuencia de que los ríos se originan y desembocan en el mar. Según tal teoría la filtración explicaría el que los ríos tuvieran agua dulce (354 b, 3/18). A tal opinión plantea la dificultad siguiente: «si el mar es el principio de todo el agua, ¿por qué no es potable, sino salada?» Introduce a continuación una clasificación en torno a la Tierra y, después de refutar a quienes afirmaron que el Sol se nutre de lo húmedo, para establecer que «la parte potable y dulce es elevada a causa de su ligereza y la parte salada permanece a causa de su peso, pero no en su lugar natural propio» (355 a 32/35). Tal cuestión ha de ser decidida, pues no sería razonable que el agua no tenga «un lugar natural» como lo tienen otros elementos.

Planteando así el problema, Aristóteles establece que el mar ocupa un lugar, pero tal lugar no es «sino el lugar natural del agua y no del mar» (355 b, 1/4). Por ello el agua de los ríos se dirige al mar, pues el agua discurre hacia el lugar más hueco y tal es el lugar ocupado por el mar (355 b, 15/20): *el lugar del agua*. A tal tesis sigue la refutación del *Fedón* 112 d.

Tomada tal tesis, se plantea la eternidad del mar y rechaza la tesis de Demócrito, disminución paulatina del mar, no sin antes equiparar tal teoría a la de un fabulista, Esopo. La razón de su crítica es clara: «Cualquiera que fuese la causa que hubiese hecho persistir al mar al comienzo, bien sea su peso como algunos de estos filósofos sostienen (pues es la causa que se presenta a primera vista), o cualquiera otra razón, es claro que es en virtud de la misma causa que el mar debe necesariamente persistir por siempre» (356 b, 15/21).

Examina diversas teorías, la salinidad se debe a la tierra que se encuentra mezclada o bien que el mar es un sudor de la tierra. Teorías a las que califica de «ridículas» o como aptas solamente para satisfacer «los rigores que exige la poesía, pero no el conocimiento científico» (357 a, 25/28). Sólo después de revisar éstas y otras teorías aborda la propia explicación. Para ello invoca que «el vapor es por naturaleza húmedo y frío» y que la exhalación es «caliente y seca», así como que el vapor «es en potencia una especie de agua» y la exhalación «es en potencia una especie de fuego» (340 b, 26/29). El principio de los fenómenos salinos es la exhalación seca.

Expuesto este punto de partida analiza diversos fenómenos como el sudor, la orina, la ceniza para hablar «por analogía» (358 a 15) del de la salinidad del mar. Las exhalaciones vaporosa y seca, siempre mezcladas, deben, pues, penetrar en el interior de las nubes y del agua que se forma por condensación; condensación que proviene de la predominancia de la exhalación húmeda. Y, en consecuencia, debe descender a la tierra con las lluvias. Proceso que tiene lugar con toda la regularidad de que es susceptible el mundo sublunar. Tal es la respuesta a la salinidad del mar. Desde ella trata Aristóteles de explicar otra serie de observaciones (358 a 28 ss.).

Sólo teniendo en cuenta este conjunto de anotaciones aristotélicas, podemos comprender la simplificación que introduce la teoría cartesiana al plantearse con independencia de una cosmovisión que nos ponía en presencia de un conjunto cerrado, cualitativa y jerárquicamente organizado y en el que sus diferentes partes obedecían a diferentes leyes. Tal teoría era conocedora de la aristotélica, pues no debe olvidarse que en *Los Principios de la Filosofía*, IV, art. 204 se cita este estudio de Aristóteles.

[29] Del sector escolástico se le planteó la siguiente objeción: «si la sal se hace gustar por su figura puntiaguda y punzante, entonces los otros cuerpos que tengan la misma forma producirán el mismo efecto, aunque fueren insípidos; se seguiría de ello que los líquidos que según el autor tienen una figura como la de una anguila y no puntiaguda, no serían gustados, sobre todo aquellos que fueren dulces... Así el sabor no sería sino una figura externa y no una cualidad interna...» (A-T, I, 516, 6/14).

La respuesta de Descartes se efectuó en los siguientes términos: «Me parece que lo que este artículo contiene es lo mismo que si por haber dicho que el dolor que siento (al haber recibido un golpe con la espada...), solamente es causado por la forma de su corte o de su punta, por la dureza de su materia y por la fuerza con que la espada ha sido movida, se me objetase que los otros cuerpos que tuviesen un corte semejante, podrían causar dolor; y que aquellos que no tuviesen tal forma no podrían ser sentidos...; y, en fin, que el dolor no es otra cosa en esta espada que su forma externa y no una cualidad interna...». A la vista de ello es fácil lo que respondería: aquellos cuerpos que tuvieran el mismo grosor, la misma figura, dureza, etc. que las partículas que forman la sal, producirán el mismo efecto en lo que se refiere al gusto... En fin, no veo porqué se quiere que el gusto sea una cualidad más interna en la sal que el dolor en la espada... Ser insípido no es no tener en sí el sentimiento del gusto, sino no ser adecuado para causarlo...» (A-T, II, 43, 44. Hemos acortado la respuesta y alterado alguna afirmación por lo que se refiere a su ubicación).

[30] En la edición latina: «ex hoc enim gravitas pendet» (A-T, VI, 661). Ya en 1635 Descartes manifestaba que «no estimaba que los cuerpos pesados descendiesen en virtud de alguna *cualidad real*, llamada —pesanteur— pesantez, tal como imaginan los filósofos, ni tampoco en virtud de alguna atracción de la tierra» (A-T, I, 324, 3/6). Esta cuestión ya la había tratado en el capítulo XI de *El Mundo* y sería retomada en *Los Principios de la Filosofía*, IV, arts. 20 ss. Es claro que la postulación de fuerzas atractivas desde un primer momento le pareció ser equivalente a una de las fuerzas o cualidades escolásticas. La materia que rodea al cuerpo pesado ejerce una especie de presión sobre él. No es sino un efecto derivado del movimiento centrífugo del cielo que gira en torno a la Tierra. A su vez, puesto que se niega el vacío, es siempre preciso que un cuerpo sea sustituido por otro. La materia que gira en torno a la Tierra no hace sino presionar a los cuerpos llamados pesados. Si tal presión no se ejerciera sucedería con los cuerpos lo mismo que con el polvo que se coloca sobre una peonza mientras permanece girando: ser lanzados hacia todas partes.

[31] A la objección según la cual «si un cuerpo no se hunde en el agua porque son de igual grosor sus dos extremos, entonces todos los cuerpos que posean la misma figura que éstos tampoco habrán de hundirse» (A-T, I, 516, 15/20), respondió Descartes indicando que no sólo bastaba para que tal cuerpo no se hundiera el que fueran igualmente gruesos sus extremos, sino que también era necesario que tal cuerpo «no sea estraordinariamente grueso y que esté acostado sobre su superficie» (A-T, II, 45, 7 ss.). La segunda de las cualidades es obvia en el caso que se trata e igualmente la tercera, pues, ha de estar tendida «transversalmente». Tales cuestiones únicamente revelaban la resistencia que oponían a la aplicación del modelo mecanicista los seguidores de la escuela.

[32] La edición latina destaca explicitándolo la función de la materia sutil: «...aër satis calidus et siccus, ut agitatio materiae sutilis, quae in eo est, ad partes aquae dulcis a partibus salis quibus circunvolvuntur liberandas in vaporem attollendas sufficiat» (A-T, VI, 664).

[33] En la edición latina se califica la superficie como «aequalem et facilem» (A-T, VI, 66); ambas características explican el sentido y suponen cómo ha de entenderse la expresión que hemos traducido literalmente: «ni que les laisse couler si librement».

[34] La edición latina introduce «adeo ut inter minimas, quae ad salem pertinebant, et maximas, quae ad aquam dulcem, vix ulla differentia esset» (A-T, VI, 667).

[35] La edición latina afirma «utraeque tamem sunt teretes sive rotundae» (A-T, VI, 667).

[36] La edición incluye en la comparación el elemento que aparece desde el inicio de esta obra: «...instar restis vel anguillae» (A-T, VI, 667).

[37] Aunque Aristóteles se refiere al tratamiento de este tema en Metr. I, 13, sin embargo es en el II, 4 y siguientes donde ofrece su teoría.

Si llamamos la atención sobre este punto es por cuanto la presentación que del tema hace Descartes sigue la teoría que Aristóteles refiere a Hipócrates en los *Metereológicos*, II, 4, 360 a 17 ss. Es, sin embargo, al iniciarse el 349 a 15 cuando facilita una definición de viento que práctica y literalmente se corresponde con la de Descartes. Definición que no es sino la de Hipócrates que critica en el lugar anteriormente citado, aunque también se critica en el 349 a 20 ss.

Para salir al paso de la crítica ya realizada por Aristóteles, Descartes introduce la cláusula o calificativo de «sensible» para restar toda fuerza a la objeción de Aristóteles: «...una gran cantidad de aire podría ser puesta en movimiento en virtud de la caída de un cuerpo, careciendo de principio y de fuente» (360 a 39 ss.). En tal caso es claro para Aristóteles que no denominaríamos «viento» a tal movimiento del aire. La cláusula introducida por Descartes, aceptando la teoría de Hipócrates, viene a excluir tal objeción pues tales conmociones del aire al no ser sensibles no serían consideradas como otros tantos vientos.

[38] La propia comparación que se traza hacía inevitable traducir en la forma realizada la expresión «á raison du peu de matière dont il se compose». La traducción latina utiliza la expresión «pro ratione materiae ex quae generatur» (A-T, VI, 668).

[39] El inicio de este capítulo ha dejado claro hasta ahora el modo en que Descartes prima la función de los vapores dentro de su teoría explicativa de los vientos. Las exhalaciones no tienen sino una función secundaria. Teoría en la que las nociones de condensación y rarefacción se constituyen en las nociones explicativas claves de los vientos. Para comprender su distanciamiento de la explicación aristotélica basta con reafirmar la primacía atribuida a los vapores, a las nociones de condensación y dilatación y oponer a ello la teoría expuesta en Metr. 359 b, 32 ss.

[40] No obstante el presente punto también reconoce una función real a las exhalaciones. Tal inclusión de la función de las exhalaciones está claramente marcada de reservas y de limitaciones al incorporarlas dentro de su explicación. Las exhalaciones compuestas, como indicó en el primer discurso, de partículas irregulares, tales como las que integran los cuerpos duros, pueden inflamarse y se detienen en zonas más altas o bajas que los vapores según el tamaño de las partículas que las forman. Esta persistencia de la distinción entre vapores y exhalaciones es la que recuerda de modo inevitable los estudios escolásticos sobre este campo (Gilson, *ob. cit.*, p. 115).

[41] Gilson (*ob. cit.*, p. 116) subraya la coincidencia con los *Conim.* pues según éstos (VI, 5, p. 56) «septentrionales (venti) qui per loca nivosa et frigida transmeant, frigidissimi sunt et sicci».

[42] Los astros poseen una función en toda esta explicación que es también mecánicamente interpretada. La acción de los astros es proporcional a la intensidad de la luz con que golpean nuestros ojos. El que sea más o menos débil tal acción, no debe llevarnos a su desconsideración: todos los astros contribuyen a la dilatación de los vapores.

[43] De nuevo Gilson subraya la coincidencia con *Conimb.*: «oppositi vero qui per mare el loca humentia et calida, ut per zonam torridam ad nos perveniunt, calidi et humidi».

En cierto modo el principio que rige la explicación de las distintas propiedades de los diversos vientos no se hace explícito hasta la página 275 (A-T) donde se afirmará que «es preciso señalar que los vapores, procedentes de las aguas, son mucho más húmedos y espesos que los que emanan de las tierras y que éstos contienen siempre mucho más aire y exhalaciones».

[44] La edición latina incluye la siguiente variante: «ventosque istos ab initio veris (quo tempore sunt validissimi) ad solstitium aestivum paulatim, deficiente materia, languescere; mense vero Junio nondum ibi terras et aqua satis calefactas esse ut

materiam novi venti suppeditent; sed paulatim, Sole ad Tropicum Cancri commorante, magis et magis illas incalescere, tandemque idcirco Etesias producere» (A-T, VI, 672-673).

[45] Véase nota 42 de *Los Meteoros.*

[46] Páginas 196-197.

[47] En la edición latina se indica «...si guttas secundum alias sectiones consideremus» (A-T, VI, 676).

[48] Como variante en la latina se lee: «Hoc est ut nulla in uniusciusque circuitu esset pars quae non aliquem ex sex vicinis attingeret» (A-T, VI, 686).

[49] Dado el contexto general con que son valoradas estas explicaciones («son muy verosímiles»), nos atenemos exclusivamente a la edición francesa y no recogemos la apreciación que se vierte en este punto en la edición latina donde se afirma: «mihi certa et explorata visa sunt» (A-T, VI, 690).

[50] En la edición latina se ofrece una precisión que apoya la conclusión presente: «saltem in his regionibus ubi magna terrarum et marium inaequalitas ventos admodum in constantes producit; in locis enim certis ubis anni temporibus iisdem semper venti recurrunt, haud pluvie dubie impendentes facilius praenoscuntur» (A-T, VI, 692).

[51] Tal es la explicación de las tormentas. Todo el capítulo se encuentra absolutamente determinado en sus explicaciones por el desconocimiento de los fenómenos eléctricos, v.gr. explicación de los relámpagos como fenómenos de combustión.

[52] Término marino «travade» con el que se referían a los vientos acompañados de tormenta y que fácilmente cambian su orientación.

[53] De esta tierra se dice en la edición latina «quae etiam est valde lata» (A-T, VI, 693).

[54] Realiza tal suposición, porque el trueno será explicado por analogía con el fenómeno de los aludes.

[55] Al ignorar la relación que puede establecerse entre el trueno y el relámpago, conociendo la naturaleza eléctrica del fenómeno, Descartes da una explicación independiente de cada uno de ellos.

[56] Es claro que está ofreciendo diferencias tanto con Aristóteles como con los tratados medievales.

[57] Aristóteles dedicó en el libro III de *Los Metereológicos* una minuciosa atención al estudio de este fenómeno. Prácticamente todo el libro tercero está dedicado a esta cuestión.

[58] Por tal razón este capítulo fue siempre valorado en alto grado por Descartes. El modo como son divididas las dificultades y la práctica experimental que acompaña a cada cuestión, pueden indicarnos en qué medida las reglas facilitadas en *El Discurso del Método* tienen vigencia en un contexto físico.

Este capítulo retoma teorías de la Dióptrica sobre la reflexión y refracción de la luz, así como la teoría de los colores, según la cual la diversidad de los mismos se explica por la proporción existente entre el movimiento rotatorio y el rectilíneo. Aunque la explicación se atiene a estrictos cánones mecánicos, sin embargo, debe subrayarse que tal movimiento de rotación y la velocidad del mismo no es contrastable. En la medida en que la diversidad de los colores es explicada por referencia a las diversas velocidades de rotación, siendo éstas no contrastables, es claro que la explicación no respeta las propias normas epistemológicas dadas por Descartes, según las cuales no sólo se requiere que un supuesto sea simple y traducible a términos que encuadren dentro del marco mecanicista, sino también que sean verificables. Descartes recoge su explicación en páginas siguientes (A-T, 333-334).

[59] Descartes estima haber dado la explicación de esto en el discurso cuarto, pp. 281 y 282.

[60] Newton (*Optica*, libro I, parte II, prop. IX, probl. IV) comenta este pasaje y aporta datos de carácter histórico, según los cuales Descartes seguiría a *Antonius de Dominis.* (Véase en la valiosa y documentada edición de *La Optica*, realizada por Solís, pp. 149 ss., Edic. Alfaguara.)

[61] Newton en *La Optica* refiere, de modo prácticamente literal, este párrafo. Véase en la edición citada, pp. 155-156.

[62] El estudio de la dispersión por el prisma tiene como finalidad responder a una pregunta: ¿Por qué se da un determinado orden en las franjas de color? Tal estudio le permite excluir como factores determinantes del fenómeno tanto la magnitud del ángulo, como la reflexión o pluralidad de refracciones.

[63] Su obra, *Theoremata de lumine et umbra*, fue publicada un año más tarde (1611) que el *De Refractione* de Porte. En ella, dividida en tres libros, se estudian los teoremas sobre la luz, los diáfanos y problemas de perspectiva y el arco iris.

NOTAS A LA GEOMETRIA

[1] Esta observación no aparece generalmente recogida en ediciones actuales, v.gr. en las de Olscamp o la de Smith. No obstante, estimamos que es importante, pues, evidencia que Descartes era consciente de las dificultades que podía plantear su lectura. Tales dificultades se veían aumentadas al no facilitar los pasos intermedios de sus demostraciones bien por evitar «pérdida de tiempo», bien por evitar críticas (A-T, II, 30, 18/22). Ciertamente la labor de reproducir las razones de todos y cada uno de los pasos de este tratado supondría multiplicar por cuatro su volumen. Tal fue, por ejemplo, la tarea realizada por Schooten. En su edición de la Geometria reproduce al margen diversas letras que vienen a ser otras tantas notas. En los correspondientes lugares realiza el comentario al texto de Descartes y a la vez introduce una serie de problemas con sus resoluciones y planteamientos. Tales comentarios se realizan desde la página 107 hasta la página 520. Ejemplares de esta edición se encuentran en la Biblioteca Nacional de Madrid y en la Biblioteca Universitaria de Valencia, si bien el estado de conservación de este último ejemplar es lastimoso por cuanto no existe servicio de restauración en la referida biblioteca. La

propia estructura de la edición Schooten hace inviable su inclusión dentro del presente volumen.

Para el lector de nuestros días que se haya formado dentro del tradicional olvido de la Geometría siguen siendo válidas estas apreciaciones y las que Descartes comunicó en carta a Pemplius: sus lectores deben ser «valde laboriosos, ingeniosos et attentos» (A-T, I, 411, 12/20). Siempre y cuando no sea necesario un gran desarrollo algebraico, trataremos de facilitar en notas el proceso deductivo que sigue Descartes.

[2] El lector de *La Geometría* puede recordar algunas reglas (R, XVIII) en las que se refiere a alguna de estas cuestiones. Sin embargo, es claro que no estaba en posesión del tratamiento de la geometría analítica, pues, por ejemplo, en la mencionada R, XVIII aún figura mediante la superficie de un triángulo el producto de dos factores. Sobre la progresión de *La Geometría* en relación con algunas partes de *Las Reglas para la dirección de la mente*, véase el estudio de P. Bourtroux (*L'imagination et les mathématiques selon Descartes*. París, 1900, pp. 43 y ss.).

[3] En éste como en la generalidad de los casos se razona a partir de la semejanza de triángulos, estableciendo las proporciones correspondientes. Así, trazada tal paralela, cabe afirmar:

$$\frac{BA}{BC} = \frac{BD}{BE}.$$

Considerando que BA es la unidad, tenemos que $BE = BC \cdot BD$.

[4] De igual modo tendríamos:

$$\frac{BC}{BE} = \frac{BA}{BD}; \quad \frac{BC}{BA} = \frac{BE}{BD}.$$

Por tanto,

$$BC = \frac{BE}{BD}.$$

[5] El triángulo GIH es semejante a FGI. Por tanto,

$$\frac{GI}{GH} = \frac{GF}{GI}.$$

Dado que $GI \cdot GI = GF \cdot GH$, y que $GF = 1$, tenemos que $GI \cdot GI = GH$. En consecuencia, $GI = \sqrt{GH}$.

[6] Las anotaciones y símbolos fueron objeto de una importante simplificación por parte de Descartes. Como se deducirá de la lectura de la geometría adopta x, y, z, para las cantidades desconocidas; a, b, c, para las cantidades conocidas.

[7] Se trata de raíz cúbica. El equivalente en notación de nuestros días sería $\sqrt[3]{a^3 - b^3 + ab^2}$.

Al igual que Descartes en la traducción respetaremos expresiones del tipo aa, bb; en otros casos a^2, b^2. Optamos por esta última forma cuando son más complejas las expresiones.

[8] Las magnitudes a, $a+b$, $a \cdot b$, etc., pueden representarse mediante una longitud. De igual modo acontece con expresiones del tipo a^2, a^3, a^n. Para Descartes, al generalizar la noción de dimensión, al prescindir del obstáculo que para los ántiguos representaba («nada hay que no esté comprendido bajo más de tres dimensiones...»), es posible superar su tratamiento.

[9] Descartes no utiliza el signo «=». Por razones de adaptación a la asignatura actual no respetaremos tal signo «∞».

[10] Entiéndase «incógnitas».

[11] Las dos condiciones fundamentales del método analítico, considerar efectuada la solución y considerar las relaciones entre las líneas, han sido dadas. La segunda hace posible el establecimiento de ecuaciones. El estadio analítico del método se complementa con la síntesis algebraica. La construcción sintética se funda en la analítica.

El análisis y el álgebra están ordenados al conocimiento de figuras. En la geometría analítica, pues, deben traducirse los datos geométricos de modo que sean tratables por medio del cálculo algebraico; asimismo debe concluirse el problema de álgebra y, finalmente, los resultados obtenidos mediante el cálculo algebraico deben ser traducidos al lenguaje geométrico.

[12] Como se deduce del libro II de *La Geometría*, existe relación entre los problemas de construcción y los de clasificación. En el presente lugar relaciona claramente un tipo determinado de expresiones algebraicas con los instrumentos que permiten trazar determinadas construcciones: línea (regla) y círculo (compás).

[13] Va a iniciar el estudio de los diferentes tipos de ecuaciones de segundo grado. Estudia tres casos:

1.° Aquél en el que los coeficientes tienen valor positivo (son magnitudes positivas).

2.°. Aquel en el que uno de los coeficientes tiene valor negativo y el segundo positivo.

3.° Aquél en el que el segundo de los coeficientes tiene valor negativo y el primero positivo.

[14] De acuerdo con la figura trazada se establece inicialmente que $ON = NL$ (ambos son radios del círculo con centro en N).

Indica Descartes que el valor de $Z = OM$; en virtud del teorema de Pitágoras, tenemos que

$$OM = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}.$$

Por tanto, OM^2 será igual a

$$\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2 + b^2 + a\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}.$$

Simplificando el valor de az será igual a:

$$\frac{1}{2}a^2 + a\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}.$$

Por tanto,

$$az+b^2=\frac{1}{2}a^2+a\sqrt{\frac{1}{4}a^2+b^2}.$$

[15] Es decir, hipotenusa.

[16] El desarrollo total sería el siguiente:

$$z^2=az-b^2.$$

$$z^2 \quad az+b^2=0.$$

Si, pues,

$$\left(z-\frac{1}{2}a\right)^2=z^2+\frac{a^2}{4}-az,$$

entonces podemos obtener que

$$\left(z-\frac{1}{2}a\right)^2-\frac{a^2}{4}+b^2=0.$$

Y,

$$\left(z-\frac{1}{2}a\right)^2=\frac{a^2}{4}-b^2$$

Cuando $b^2>\frac{a^2}{4}$, entonces carece de solución. En consecuencia, puede estableserse que

$$z-\frac{1}{2}a=\pm\sqrt{\frac{a^2}{4}-b^2};$$

por tanto:

$$z=\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{a^2}{4}-b^2}$$

$$z=\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{a^2}{4}-b^2}.$$

Por lo que se refiere a la construcción trazada en el correspondiente gráfico, es claro que $NL=\frac{1}{2}a$, tal como se indica. Por tanto, para hallar el valor de $z=MQ$, sólo tendríamos que trazar por N una perpendicular sobre MR que, sería paralela a LM y alcanzaría a MR en el punto O. En consecuencia, tendríamos que $z=MO-QO$.

Por otra parte, si unimos los puntos Q y N formamos el triángulo rectángulo QNO. Tendríamos que como NQ es igual a NL, pues ambos son radios, entonces $NQ=\frac{1}{2}a$. Por el teorema de Pitágoras, tendríamos que

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2=b^2+m^2.$$

Por ello, podemos establecer que

$$\frac{1}{4}a^2-b^2=m^2.$$

Y, por tanto, puede establecerse que

$$\sqrt{\frac{1}{4}a^2-b^2}=m.$$

Como $MQ=z=(MO-QO)$, y tenemos que $MO=\frac{1}{2}a$, entonces, sustituyendo valores, tenemos que

$$z=\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}a^2-b^2}.$$

Conocido esto tenemos que OR, en virtud del teorema de Pitágoras, es igual a

$$\sqrt{\frac{1}{4}a^2-b^2}.$$

Como $MR=MQ+QO+OR$, con sólo sustituir los valores tendríamos que

$$MR=\sqrt{\frac{1}{4}a^2-b^2}+\sqrt{\frac{1}{4}a^2-b^2}+\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}a^2-b^2};$$

Por tanto,

$$MR=\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}a^2-b^2}.$$

[17] Pappus vivió hacia el 300 d.C., destacando por la gran compilación que realizó y que fue dada a conocer por Commandinus a los escolásticos. En carta a Golius (Amsterdam, enero de 1632) Descartes ya se refiere al problema de Pappus y, a su vez, facilita la razón por la que excluye de la geometría algunas líneas. Esta cuestión la analizaría en el libro II (A-T, I, 232).

[18] Se inicia la exposición de los datos del problema.

[19] Elipse, parábola e hipérbola.

[20] Se refiere a que nada está comprendido bajo más de tres dimensiones.

[21] Segmentos de líneas rectas.

[22] Esto es, el producto de estos dos segmentos.

[23] Esto es, el producto de los tres segmentos.

[24] La geometría antigua solamente permitía explicar el caso en que el problema se refería a tres o cuatro líneas. La geometría cartesiana al adoptar el método analítico de las proporciones hace posible la generalización de tal problema.

Tal método es al que se refería cuando indicaba a Mersenne que en su Geometría «...estimaba dar una demostración de que

mi método es mejor que el ordinario» (A-T, I, 340, 10/11). Según hemos indicado en la introducción a esta edición tal método equivale a un procedimiento de análisis cuya claridad, simplicidad y alcance explicativo-resolutivo le hacen sobresalir sobre el procedimiento seguido desde la antigüedad (establecer ecuaciones que relacionen las áreas dadas con las buscadas o deseadas).

25 Evitar la confusión y favorecer la claridad es una de las cualidades que Descartes destaca como propias de su método. Desde la comprensión de tal procedimiento debe valorarse la crítica que Descartes dirige a la geometría de los antiguos, cuya confusión y oscuridad le llevaron a pensar en la necesidad de buscar «...otro método que estuviese libre de tales defectos» (A-T, VI, 18, 1/8). El método cuya práctica ilustrará a partir de este momento supone que las cantidades geométricas constituyen ilustraciones de las algebraicas que forman las ecuaciones.

26 Se trata de los ejes.

27 Para comprender el razonamiento cuyo inicio se está dando debe considerarse que:

ARB, dado por suposición;

CBA, dado por suposición;

RBA, conocido por ser suplementario;

$RAB = 180 - (ABR + ARB)$.

Por otra parte, tenemos que

$$\frac{AB}{BR} = \frac{z}{b},$$

y de acuerdo con el supuesto establecido que

$$\frac{x}{BR} = \frac{z}{b}.$$

Aplicando que el producto de medios es igual al producto de extremos, tenemos que $xb = BR \cdot z$. En consecuencia, se podrá establecer que

$$BR = \frac{bx}{z}.$$

28 $$\frac{x}{BR} = \frac{z}{b}; \quad BR = \frac{bx}{z}.$$

29 Considerando que $CR = BR + BC$, tenemos que

$$CR = y + \frac{bx}{z}.$$

30 Esto es: los ángulos del triángulo DRC son dos, y por tanto,

$$\frac{CR}{CD} = \frac{z}{c}.$$

31 A partir de que

$$\frac{CR}{CD} = \frac{z}{c},$$

tenemos que

$$CD = \frac{CR \cdot c}{z} = \frac{c}{z}\left(y + \frac{bx}{z}\right) \quad \frac{c}{z}y + \frac{bc}{z^2}x.$$

32 Es claro que si $EA = k$ y A es un punto de la línea EB, entonces $BE = k + x$.

33 Puesto que los ángulos del triángulo ESB son dados, puede establecerse que

$$\frac{BE}{BS} = \frac{z}{d}$$

o también que

$$\frac{k+x}{BS} = \frac{z}{d}.$$

En consecuencia, operando obtenemos que

$$BS = \frac{(k+x)d}{z}$$

y puesto que $CS = BS + BC$, sustituyendo tenemos que

$$CS = \frac{(k+x)d}{z} + y.$$

De aquí tenemos que

$$CS = \frac{zy + dk + dx}{z}.$$

34 $$\frac{CS}{CF} = \frac{z}{e}.$$

35 A partir de la proporción anterior tenemos que

$$CF = \frac{CSe}{z}.$$

Por ello, tenemos que

$$CF = \frac{e}{z}\left(\frac{zy + dk + dx}{z^2}\right).$$

A partir de aquí se obtiene que

$$CF = \frac{e}{z}y + \frac{de}{z^2} \times \frac{dek}{z^2}.$$

36 $$\frac{BG}{BT} = \frac{z}{f}; \quad BT = \frac{BG \cdot f}{z}.$$

Considerando el valor de BG, tenemos que

$$BT = \frac{f}{z}(l-x).$$

Como $CT = BC + BT$, tendremos que

$$CT = y + \frac{fl}{z} - \frac{fx}{z}.$$

Pero como los ángulos del triángulo TCH son dados, también es posible establecer que

$$\frac{CT}{CH} = \frac{z}{g}.$$

En consecuencia,

$$CH = \frac{CT \cdot g}{z};$$

sustituyendo el valor de CT, tenemos que

$$CH = \frac{g}{z}\left(y + \frac{fl}{z} - \frac{fx}{z}\right),$$

de donde tenemos que

$$CH = \frac{g}{z}y - \frac{fg}{z^2}x + \frac{fgl}{z^2}$$

[37] Segundo grado.

[38] No superior al cuarto grado.

[39] No superior al sexto grado.

[40] Por contraposición con éstas, Descartes habla de las líneas complejas o compuestas en la medida en que su trazado mecánico se aparta de la regla y el compás. Más adelante explicará el instrumento que facilita el trazado de algunas curvas.

[41] Tal es la condición para que sean introducidas en la geometría las curvas.

[42] Véase su tratamiento en J. Vuillemin, *ob. cit.*, pp. 146 y ss. Para Descartes, aunque los antiguos hubiesen estudiado estas líneas, no deberán incluirse por cuanto su descripción requiere dos movimientos que carecen de relación mensurable y, en consecuencia, no serían representables mediante funciones algebraicas. Bourbaki reconoce a Descartes haber establecido la distinción entre funciones algebraicas y funciones trascendentes, paralela a la establecida entre curvas «geométricas» y las «mecánicas» (*Elementos de historia de las matemáticas*. Madrid, 1976, p. 106).

[43] Las construcciones que permite este instrumento facilitan la obtención de las ecuaciones de diversas curvas. En el caso de la primera (AD) su ecuación sería $x^4 = a^2(x^2+y^2)$. Para obtener tal ecuación basta con considerar las líneas que describe el punto $B(AB)$ y el punto $D(AD)$ al abrirse el ángulo XYZ.

Entonces tomamos que $YA = YB = a$; que $YC = x$, que $CD = y$ y que $YD = z$. Es claro que los triángulos YBC y el YCD son semejantes y que, por tanto, puede establecerse que

$$\frac{YF}{YC} = \frac{YC}{YB}$$

es decir, que

$$\frac{z}{x} = \frac{x}{a}.$$

Operando algebraicamente obtenemos que

$$z = \frac{x^2}{a}.$$

El teorema de Pitágoras permite afirmar que $YD^2 = YC^2 + CD^2$. Sustituyendo, de acuerdo con las igualdades establecidas inicialmente, tenemos que $z^2 = x^2 + y^2$. Dado el valor de z, tenemos que

$$\left(\frac{x^2}{a}\right)^2 = x^2 + y^2.$$

La ecuación, pues, será $x^4 = a^2(x^2+y^2)$.

En segundo lugar puede determinarse analíticamente la curva AF. Para ello $YA = YB = a$, $YE = x$, $EF = y$, $YF = z$. De nuevo la semejanza de triángulos permite establecer que

$$\frac{YE}{YE} = \frac{YE}{YD}.$$

o según las igualdades iniciales que

$$\frac{z}{x} = \frac{x}{YD}.$$

El valor de YD tendremos que es igual a

$$\frac{x^2}{z}.$$

A su vez los triángulos YDE e YCD son semejantes y, por tanto, tenemos que

$$\frac{YE}{YD} = \frac{YD}{YC};$$

así pues,

$$YC = \frac{YD^2}{YE} = \frac{x^4}{z^2 x} = \frac{x^3}{z^2},$$

También podemos establecer que

$$\frac{YD}{YC} = \frac{YC}{A}$$

y que

$$YC^2 = \left(\frac{x^3}{z^2}\right)^2 = \frac{x^2}{z}\, a.$$

Obtenemos de este modo que

$$z^3 = \frac{x^4}{a}$$

y, en consecuencia, que

$$z = \sqrt[3]{\frac{x^4}{a}}$$

De nuevo en el triángulo YFE tenemos que es rectángulo y en base al teorema de Pitágoras, tenemos que $z^2 = y^2 + x^2$. La ecuación de la curva AF será, pues,

$$\frac{x^8}{a^2} = xx + y^2,$$

lo cual nos lleva a $x^8 = a^2(x^2 + y^2)^3$.

De igual modo podría calcularse la ecuación de AH. Se vería que su complejidad es creciente respecto de la segunda, como ésta lo era respecto de la primera. La mayor composición o complejidad no es razón para excluirlas de la Geometría como tampoco lo es el medio que se ha utilizado para su construcción.

[44] En consecuencia, no admite la oposición trazada por los griegos, reteniendo como válida y legítima la construcción mecánica, cuya utilidad tratará de mostrar.

[45] De este modo hace explícito el criterio con el que complementa la conclusión del párrafo anterior.

[46] Esto es, al producto.

[47] En la traducción alternamos la expresión del texto con las utilizadas por Descartes. En este caso podría decirse «cuando las dos magnitudes o una de ellas alcanza la tercera o cuarta dimensión».

[48] Al igual que en la nota anterior podríamos indicar siguiendo la terminología de Descartes, que «contiene la quinta o sexta dimensión».

[48 bis] Según Descartes, que se funda para establecer relaciones en el teorema relacionado con la semejanza de triángulos, tendríamos que

$$\frac{NL}{KL} = \frac{CB}{KB};$$

de acuerdo con la signatura adoptada por Descartes, tendríamos que

$$\frac{e}{b} = \frac{y}{KB};$$

de aquí tendríamos que $c \cdot KB = b \cdot y$; de donde

$$KB = \frac{yb}{c}.$$

Estas simples operaciones han de suponerse en la mayor parte de los casos. Así

$$BL = BK - KL; \qquad BL = \frac{by}{c} - b.$$

En el caso de

$$AL = x + \frac{by}{c} - b.$$

Descartes afirma, finalmente, que $GA \cdot BL = AL \cdot CB$; efectuando la oportuna sustitución se obtiene que

$$\frac{aby}{c} - ba = yx + \frac{by^2}{c} - by.$$

Tal igualdad puede establecerse del modo siguiente:

$$\frac{by^2}{c} + yx - by - \frac{aby}{c} + ba = 0\,;$$

en consecuencia, puede establecerse que

$$by^2 + ycx - bcy - aby + bac = 0\,;$$

expresión que permite establecer que

$$y^2 + \frac{cyx}{b} - cy - ay + ca = 0\,;$$

por ello, puede afirmarse que

$$y^2 = cy - \frac{cx}{b}\, y + ay - ac.$$

[49] Equivale a afirmar que aquéllas cuyas ecuaciones son de sexto grado en el mismo género que aquéllas cuya ecuación son de quinto. De modo semejante en otros casos. Como indica Descartes la razón reside en que existe una regla en virtud de la cual es posible efectuar tal reducción. Es, en virtud de la mayor o menor potencia de la ecuación como se clasifican las curvas.

[49 bis] Un estudio de la Concorde, atribuida a Nicomedes, en Vuillemin, ob. cit., p. 148 ss.

[50] Esto es, en lenguaje de Descartes no alcanza sino al cuadrado.

[50 bis] Ver en la ede. de Schooten, p. 206.

[51] Obtenido algebraicamente el valor de BC, su longitud será establecida geométricamente.

[52] Esto es, $m^2 + ox$.

[53] Esto es, $+m^2 - ox$.

[54] Esto es, $-m^2 + ox$.

[55] El procedimiento de construcción no permite determinar la naturaleza de una curva, pero no debe ser rechazado. El lector de *La Dióptrica* (D. X) ha podido comprobar la utilidad de tal tipo de construcciones.

[56] En el caso anterior se trata de las normales y en éste de las tangentes.

[57] $PM = PA - MA; \quad PM = v - y$.

[58] Por ser PMC un triángulo rectángulo, tenemos que $PC^2 = MC^2 + MP^2$. De acuerdo con las igualdades establecidas: $s^2 = x^2 + (v-y)^2$. Operando tenemos que $s^2 = x^2 + v^2 - 2vy + y^2$. De igual modo tendríamos que $x = \sqrt{s^2 - v^2 + 2vy - y^2}$.

[59] Pero como $(v-y)^2 = s^2 - x^2$, obtenemos que $y = v + \sqrt{s^2 - x^2}$. En consecuencia, sustituyendo estos valores de x e y en la ecuación podrá obtenerse la normal. Una vez que se ha determinado el punto C y que son conocidos x e y puede obtenerse v y s.

[60] Véase en A-T, VI, 393 ss.

[61] La ecuación de la normal, determinado C, permitirá que mediante x e y se pueda calcular el valor tanto de V como de s. Si P no se encuentra en el lugar requerido para la ecuación de la normal, entonces el círculo con centro en P y radio PC cortará necesariamente a la línea CE en otro punto.

[62] Sobre las diferencias con Fermat a este respecto, véase en Vuillemin, *ob. cit.*, pp. 59 ss.

[62bis] Aducimos esta expresión equivalente a la dada por Descartes:

$$GP = b\,\frac{-bcd^2 + bcde - bd^2z - ce^2z}{bde + cd^2 + d^2z - e^2z}.$$

[63] El libro posee un esquema claro y progresivo: en la primera parte se refiere a una serie de consideraciones generales sobre las ecuaciones; llama la atención el orden y claridad de su exposición lograda en base a la gradual respuesta que va facilitando de cuestiones diversas, v.gr. ofrecida la definición de ecuación procede a facilitar «algunas reglas» que integran y conforman el alcance operativo de su método; aplicando tales reglas podemos conocer el número de raíces de una ecuación, distinguir las raíces verdaderas de las falsas, discernir si una cantidad dada constituye el valor de una raíz, determinar cuántas raíces verdaderas pueden darse en una ecuación, etc. La concreción de estas reglas se contrapone a la vaga generalidad de los preceptos formulados en la segunda parte de *El Discurso del Método*. Por ello su comprensión es más problemática, como advierte al inicio de *La Geometría*, pero es la que permitirá decidir sobre su método a la vez que dirigirá adecuadamente nuestra razón al operar en este campo de problemas, evitando los errores y alcanzando la mayor simplicidad posible: en la segunda parte trata la correspondencia de las ecuaciones y problemas planos; en la tercera, ya analiza las cuestiones referentes a los sólidos.

[64] La geometría analítica tiene para las raíces negativas, situándolas a la izquierda de la intersección de las coordenadas, una ilustración de la que carecían los antiguos estudiosos del álgebra. Tal aportación del álgebra a la geometría trajo entre otras esta aportación, adecuadamente valorada en su época. (Véase en Vuillemin, *ob. cit.*, p. 129, n. 6.)

[65] Vuillemin (*ob. cit.*) comenta en la nota VII (pp. 154-159) la resolución de la ecuación de tercer grado en base a los ejemplos, literal y numérico, que Descartes aduce y desarrollará en estas páginas (A-T, 455-456). El desarrollo de estas cuestiones justifica afirmaciones vertidas por Descartes en el libro II al tratar la clasificación de las curvas en géneros. Por otra parte, como indica Vuillemin, «el procedimiento de la división por un binomio no es sino un artificio secundario, cuya razón de ser está fundada en el método de las indeterminadas» (*ob. cit.*, p. 157).

[66] La ecuación la hemos presentado con los signos correspondientes, aunque hemos recogido la traducción del texto. El lector comprenderá que la ecuación era presentada del modo siguiente:

$x^4 \cdot pxx \cdot qx \cdot r = 0$.

[66bis] Véase en A-T, VI, 449.

[67] Descartes inicia la exposición de la construcción que cumple

$$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}c^2} - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a\sqrt{a^2 + c^2}},$$

a la vez que son dados el cuadrado de lado BD y BN. Sería preciso sobre la prolongación del lado opuesto a BD, esto es AC, hallar un punto E tal que uniéndolo con B diera lugar a un segmento al ser cortado por CD que fuese igual a BN, esto es, que $FE = BN$. Utilizando solamente la regla y el compás, podríamos unir N y D; trazando con tal radio (ND) y con centro en D a NG, tendríamos que $ND = DG$. Si trazamos una circunferencia con el diámetro BG, veríamos que cortaría la prolongación del lado AC en el punto E, que sería el punto buscado.

Considérese que el ángulo BEG, es recto y que $DN = DG$; en consecuencia, puesto que DN es la hipotenusa del triángulo DBN, tendríamos que $DN^2 = DG^2 = NB^2 + BD^2$. Por otra parte, dado que ECF y EHG son semejantes podemos establecer que

$$\frac{CF}{HG} = \frac{CE}{EH}$$

y, en consecuencia, que $CF \cdot EH = HG \cdot CE$; por tanto,

$$HG = \frac{CF \cdot EH}{CE}.$$

De igual modo, basándose en la semejanza de los triángulos ECF y BDF tenemos que

$$\frac{CF}{FD} = \frac{CE}{BD}$$

y como $BD=CD=EH$, se establece en base al desarrollo de ambas igualdades que

$$CE=\frac{CF\cdot BD}{FD}=\frac{CF\cdot BD}{HG} \quad \text{y que} \quad HG=FD.$$

Por ello, pueden establecer las siguientes equivalencias:

$$DG^2=(DH+HG)^2=(CE+HG)^2=CE^2+HG^2+2CE\cdot HG=$$

$$CE^2+HG^2+2CE\,\frac{CF\cdot EH}{CE}=CE^2+FD^2+2CF\cdot CO=$$

$$CE^2+(CD-CF)^2+2CF\cdot CD=(CE^2+CF^2)+CD^2=FE^2+CD^2.$$

En base al desarrollo y comparación de estas igualdades se ha obtenido que $FE=BN$. Para establecer la correspondencia analítica de tal construcción si $DF=x$ y $BD=a$, tendríamos:

$$CF=a-x;$$

como

$$\frac{CF}{FE}=\frac{FD}{BF}, \quad \text{o} \quad \frac{a-x}{c}=\frac{x}{BF}.$$

Por tanto,

$$BF=\frac{cx}{a-x}.$$

A su vez como $BF^2=x^2+a^2$ y $x^2+a^2=\frac{c^2x^2}{x^2-2ax-a^2}$; si se multiplican ambos miembros por

$x^2-2ax+a^2$
se obtendría

$$x^4-2ax^2+(2a^2-c^2)x^2-2a^3xa^4=0.$$

Por tanto tendríamos que

$$DF=x=\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}c^2}-\sqrt{\frac{1}{4}c^2-\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+c^2}}$$

Descartes varía de incógnita. El análisis lo continúa y comenta Vuillemin, *ob. cit.*, p. 167 ss.